

О теории поэтапного накопления усталостных повреждений в металлах при пропорциональном циклическом нагружении

к.ф.-м.н. доц. Завойчинская Э.Б.
МГУ им. М.В.Ломоносова
8 (495) 939-55-39, elen@altomira.ru

Аннотация. Представлена система гипотез о развитии дефектов в металлах на микро-, мезо- и макроуровнях (типа хрупких микро- и макротрещин) при произвольных пропорциональных (простых) циклических нагружениях, сформулированная на основе анализа обширного экспериментально-теоретического материала по усталостному разрушению металлов и их сплавов. Для одноосного симметричного нагружения выписаны соотношения феноменологической модели хрупкого усталостного разрушения металлов, охватывающей весь процесс поэтапно, с выделением типичного состояния – дефекта i -го вида.

Ключевые слова: пропорциональное циклическое нагружение, хрупкие усталостные микро- и макротрещины, повреждение, долговечность, кривая усталости металла.

Основные понятия и обозначения

(σ_a, ω, n) – амплитуда, частота и число циклов одноосного симметричного нагружения;

t_f, N_f – долговечность (время и число циклов) по окончательному разрушению материала;

d – характерный средний линейный размер зерна;

L – длина начальной трещины в механике разрушения;

$V_c = L^3$ – характерный объем тела, в котором может появиться трещина конечной длины;

$l = l(\tau)$, $\tau \in [0, t]$ – характерный линейный размер дефекта;

$l_i = l_i(\tau)$, $l_{f,i}$, $i = 1, \dots, 6$, $\tau \in [0, t]$ – линейный размер дефекта i -го вида и его предельное значение соответственно;

$q = q(\tau)$, $\tau \in [0, t]$ – характерная средняя плотность дефектов в объеме V_c ;

$q_i = q_i(\tau)$, $q_{f,i}$, $i = 1, \dots, 6$, $\tau \in [0, t]$ – плотность дефектов i -го вида в объеме V_c и ее предельное значение соответственно;

$\sigma_{np.} = \sigma_{np.}(N_f, \omega)$, $\sigma_{-1} = \sigma_{-1}(N_f, \omega)$ – пределы циклической пропорциональности и усталости материала при симметричном одноосном нагружении;

(σ_i, N_i) , $i = 1, \dots, 6$ – базовые характеристики модели;

$l_i^* = l_i^*(\tau)$, $l_{f,i}^*$, $i = 1, \dots, 6$, $\tau \in [0, t]$ – длина и предельная длина условной трещины i -го вида;

$t_i = t_i(\sigma_a)$, $n_i = n_i(\sigma_a)$, $i = 1, \dots, 6$ – время и число циклов начала образования дефекта i -го вида;

$n_7 = n_7(\sigma_a)$ – число циклов достижения размера начальной трещины механики разрушения;

n_f – долговечность по дефектам мезоуровня ($i = 4, 5, 6$);

$\Omega_i = \Omega_i(\tau)$, $i = 1, \dots, 6$, $\tau \in [0, t]$ – повреждение от развития дефектов i -го вида;

$Q_i = Q_i(\tau)$, Q_i^* , $i = 1, \dots, 6$, $\tau \in [0, t]$ – вероятность разрушения i -го вида и ее предельное значение соответственно;

$Q = Q(\tau)$, $\tau \in [0, t]$ – вероятность хрупкого разрушения металла по дефектам мезоуровня.

Существует большое количество теорий усталостного разрушения металлов. Большинство известных физических подходов (структурные, энергетические, статистические модели) описывают физические закономерности развития усталостных трещин, но содержат параметры физических механизмов разрушения, не идентифицируемые в макроэкспериментах, и не предсказывают прочностные характеристики сопротивления разрушению, срок службы металла, остаточную долговечность для произвольных процессов нагружения. Феноменологические модели макроразрушения явно не содержат параметры структуры, при этом согласно экспериментальным данным определенные изменения структуры металла приводят к усталостным разрушениям. В рамках исследований по механике разрушения проводится экспериментально-теоретическое изучение развития усталостных макротрещин конечной длины, формулируются деформационные, силовые, энергетические критерии разрушения.

Предлагаемая теория строится как феноменологическая модель методами построения соотношений механики деформируемого твердого тела с наличием физических параметров структуры. Модель описывает поэтапное развитие усталостного разрушения на микро- и мезоуровнях. В отличие от физических теорий она базируется на результатах известных усталостных макроэкспериментов и позволяет предсказывать прочностные характеристики металла, срок службы металла, остаточную долговечность.

Закономерности усталостного разрушения металлов изучаются на разных уровнях по характерному линейному размеру физических структур в диапазоне $(10^{-7}, 10^2)$ мм (на микро-, мезо- и макроуровнях) в физике разрушения, металловедении, механике деформируемого твердого тела. Автором проведен анализ обширного экспериментально-теоретического материала по исследованию усталостного разрушения [1-9] для широкого ряда металлов и сплавов, относящихся к поликристаллическим с размером зерен в диапазоне $d \in (10^{-3}, 5)$ мм (в т.ч. субмикроструктурных $(d \in (10^{-4}, 10^{-3})$ мм) и нанокристаллических $(d < 10^{-4})$ мм) металлов – железа, палладия, титана и их сплавов), на основе которого сформулированы следующие гипотезы модели [10–12].

1. Предполагается, что усталостное разрушение определяется независимыми стохастическими процессами хрупкого и вязкого разрушений. Выполненный анализ экспериментальных и теоретических исследований по физике разрушения металлов выявил основные закономерности этих процессов. Хрупкие трещины зарождаются и развиваются внутри зерен, в дальнейшем сливаются, возможно пересечение развивающейся трещиной трех-четырех зерен. Вязкие трещины зарождаются и растут внутри зерен и развиваются в дальнейшем скольжением ансамблей зерен (характерных линейных размеров $(4, 10)d$ и более). Развитие процесса разрушения в области многоциклового усталости ($N_f \in [5 \cdot 10^6, 10^{10}]$ циклов) при напряжениях, меньших предела текучести, приводит к квазихрупкому разрушению без возникновения неупругих макродеформаций. Разрушение в области ограниченной усталости ($N_f \in [5 \cdot 10^3, 5 \cdot 10^6]$ циклов) – процесс активного развития хрупких усталостных макротрещин, и для пластичных материалов – процесс вязкого разрушения вследствие неупругого макродеформирования; усталостный излом имеет хрупкую кристаллическую и вязкую волокнистую составляющие, процентное соотношение которых зависит от материала, процесса нагружения, температуры и т.п. В областях $N_f \in [10, 5 \cdot 10^3]$ циклов в хрупких материалах развиваются хрупкие трещины конечной длины (описываемые механикой разрушения); для пластичных материалов определяющим является вязкое разрушение с волокнистым изломом ямочного рельефа при размахе неупругой деформации, близкой к предельной неупругой деформации при монотонном нагружении.

2. Согласно данным многочисленных исследований, развитие усталостного разрушения

зависит от вида напряженно-деформированного состояния. Выделяются три базовых вида нагружения: симметричные одноосное и двухосное равномерные нагружения и сдвиг. Результаты усталостных испытаний при этих нагружениях достаточно для того, чтобы следствия предлагаемой модели в частных случаях согласовывались с известными критериями усталостной прочности.

3. По идеологии физиков и материаловедов строится классификация хрупкого разрушения по дефектам i -го вида, $i=1, \dots, 6$. Дефектом i -го вида называется дефект характерных линейного размера $l_i = l_i(\tau)$ и плотности $q_i = q_i(\tau)$ вида:

$$q_i(\tau) = \lim_{\Delta V \rightarrow V_c} \frac{\Delta q_i(\tau)}{\Delta V}, \quad i=1, \dots, 6, \quad \tau \in [0, t], \quad (1)$$

где: $\Delta q_i = \Delta q_i(\tau)$, $i=1, \dots, 6$ – среднее количество дефектов в объеме ΔV в момент времени $\tau \in [0, t]$, $V_c = L^3$ – характерный объем твердого тела, в котором может появиться трещина конечной длины L .

Дефект i -го вида характеризуется средним предельным линейным размером $l_{f,i}$, $l_{f,i-1} \leq l_i(\tau) \leq l_{f,i}$, $l_{f,0} = 0$, и средней предельной плотностью в объеме V_c , $q_{f,i-1} \leq q_i(\tau) \leq q_{f,i}$, $q_{f,0} = 0$.

На микроуровне ($i=1, 2, 3$) размеры микродефектов в среднем стабильны, при этом с ростом числа циклов резко возрастает их плотность; на мезоуровне ($i=4, 5, 6$) меняются и размеры дефектов, и их плотность.

4. Полагается, что образование дефектов i -го вида происходит вследствие последовательного зарождения, развития и слияния всех дефектов $(i-1)$ -го вида. Этот процесс для пластичных материалов сопровождается процессом неупругого деформирования.

Смена стадий развития дефектов характеризуется сменой физических механизмов разрушения. Развитие микроразрушения начинается с инкубационного периода неупругого микродеформирования (в литературе под неупругим микродеформированием понимаются изменения микроструктуры внутри зерна и на границах зерен) – скопления различных дефектов с образованием и развитием вакансионных кластеров, дислокаций, межзеренных субмикротрещин и пор (особенно вблизи границ), фасеток скола и т.п. (по предлагаемой классификации такие дефекты относятся к группе дефектов первого вида среднего линейного размера $l_1 \leq 10^{-3}d$). С ростом их плотности происходит слияние с зарождением микротрещин (микродефектов второго вида линейного размера $l_2 \in (10^{-3}, 10^{-2}]d$), далее в результате их слияния образуются нераспространяющиеся короткие микротрещины (дефекты третьего вида среднего линейного размера $l_3 \in (10^{-2}, 10^{-1}]d$). Развитие микроразрушения приводит к зарождению коротких макротрещин (дефектов четвертого вида характерного линейного размера зерна, $l_4 \in (10^{-1}, 1]d$) и формируется наблюдаемый усталостный рельеф с образованием интрузий (впадин) и экструзий (ступенек) на поверхности тела (речной узор). В литературе окончание периода микроразрушения и начало развития процесса мезоразрушения определяется достижением линий Френча. Образовавшиеся макротрещины размера зерна растут и сливаются с возникновением транскристаллитных макротрещин в мелкозернистых сплавах, до 50% объема состоящих из межзеренных границ – зернограницных трещин (эти макротрещины относятся к дефектам пятого и шестого видов, развитие которых приводит к кристаллографическим сколам и хрупкому разрушению). В пластичных материалах параллельно развивается вязкое разрушение по механизмам скольжения и двойникования.

5. Вводится понятие условной трещины i -го вида – нитевидной трещины диаметром

поперечного сечения $l_i = l_i(\tau)$ и длины $l_i^* = l_i^*(\tau)$, $\tau \in [0, t]$ и следующего вида:

$$l_i^* = l_i(q_i V_c)^\gamma, \quad \gamma = const, \quad i = 1, \dots, 6. \quad (2)$$

Предельное состояние дефекта i -го вида определяется достижением длины условной трещины i -го вида $l_i^* = l_i^*(\tau)$ своего предельного значения $l_{f,i}^*$, $i = 1, \dots, 6$. Полагается, что $l_{f,1}^* \leq l_{f,2}^* \leq \dots \leq l_{f,6}^* = L$.

6. Базовые характеристики модели определяются как амплитуды напряжений и числа циклов (σ_i, N_i) , $i = 1, \dots, 6$, при которых дефект i -го вида достигает своего предельного состояния (полагается наименьшее число циклов).

Система базовых характеристик модели выбирается с учетом известных результатов анализа развития усталостного разрушения. На микроуровне заметное изменение физических свойств происходит при изменении числа циклов на порядки. В области многоциклового усталости ($N_f \in [5 \cdot 10^6, 10^{10}]$ циклов) развитие микроразрушения приводит к образованию коротких трещин и хрупкому макроразрушению при упругом макродеформировании. В области ограниченной усталости пластичных материалов при $N_f \in [5 \cdot 10^4, 10^6]$ циклов возникающие неупругие деформации меньше упругих и тормозят развитие хрупкого разрушения, при этом долговечность металла увеличивается. В области $N_f \in [5 \cdot 10^3, 5 \cdot 10^4]$ циклов неупругие деформации соизмеримы с упругими и ускоряют развитие макроразрушения, вследствие этого долговечность уменьшается. На основе опытных данных предполагается линейная зависимость предела циклической пропорциональности от числа циклов.

7. Предполагается, что образование дефекта i -го вида начинается с достижения длины условной трещины $(i-1)$ -го вида l_{i-1}^* предельного значения $l_{f,i-1}^*$ в момент времени t_i , $i = 1, \dots, 6$. Цепочка приводит к моменту времени t_7 , которое определяет начало развития трещин конечной длины, описываемого механикой разрушения.

8. Повреждение от развития дефектов i -го вида (разрушение i -го вида) рассматривается как случайный процесс $\Omega_i = \Omega_i(\tau)$ на интервале времени $\tau \in [0, t]$ и задается в виде:

$$\Omega_i(\tau) = \frac{l_i^*(\tau)}{l_{f,i}^*}, \quad 0 \leq \Omega_i \leq 1, \quad i = 1, \dots, 6. \quad (3)$$

Вероятность $Q_i = Q_i(\tau)$, $i = 1, \dots, 6$, с которой повреждение Ω_i меньше единицы в каждый момент времени τ : $Q_i = P_i(\Omega_i < 1)$, $i = 1, \dots, 6$, т.е. вероятность, с которой дефект i -го вида достигает своего предельного состояния (длина условной трещины – предельного значения) называется вероятностью разрушения i -го вида.

Моменты времени t_i начала образования дефектов i -го вида находятся как решение уравнений:

$$Q_i(t_{i+1}) = Q_i^*, \quad Q_i^* = const, \quad i = 1, \dots, 6, \quad (4)$$

где: Q_i^* – заданные значения вероятности разрушения i -го вида.

Процесс разрушения металлов на интервале времени $\tau \in [0, t]$ определяется процессом нагружения с учетом начального распределения структурных дефектов. Для вероятности $Q_i = Q_i(\tau)$, $i = 1, \dots, 6$, $\tau \in [0, t]$ предлагается рекуррентная система соотношений в виде ограниченного числа шагов до макроусталостного разрушения, в которые входят параметры процесса нагружения и моменты времени t_i начала образования дефектов всех предыдущих ви-

дов. На рисунке 1 схематично представлена блок-схема расчета по предлагаемой модели.

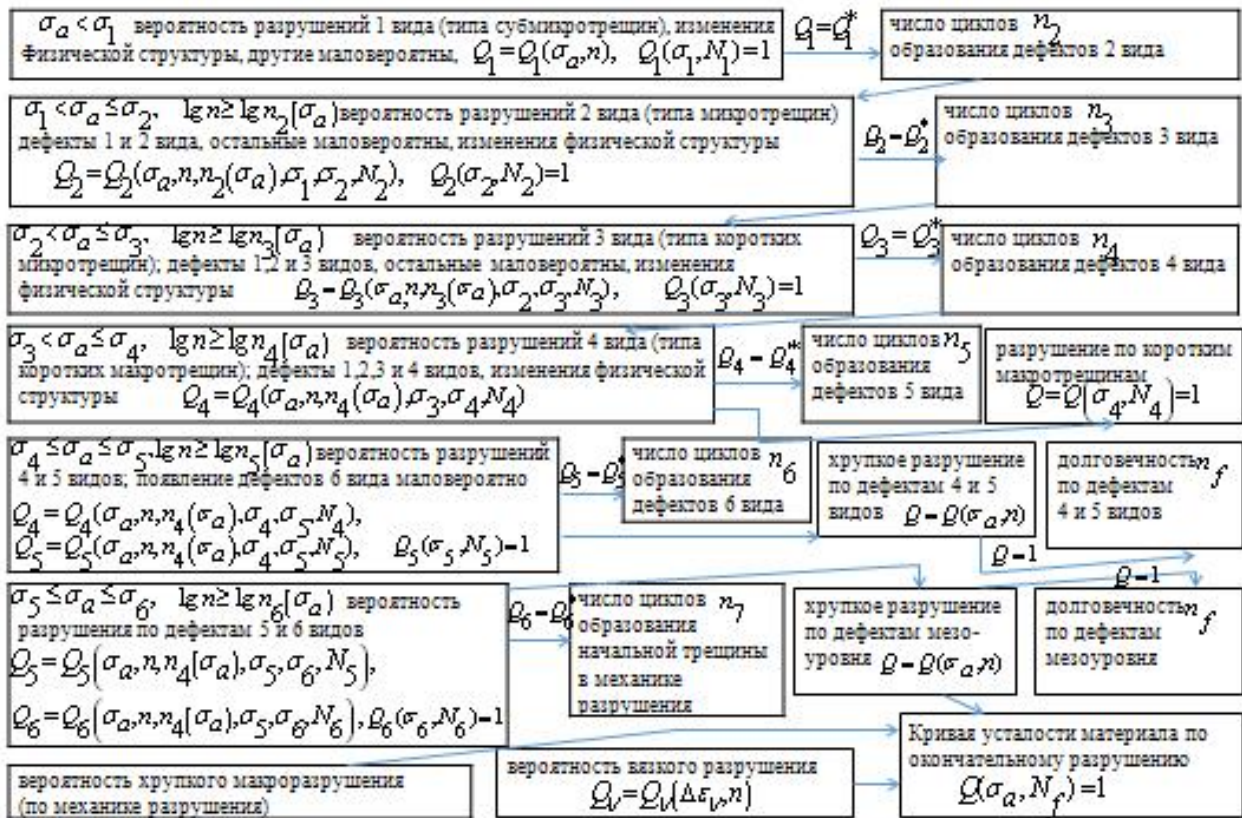


Рисунок 1. Блок-схема модели хрупкого разрушения при одноосном симметричном нагружении

9. Для вероятности хрупкого разрушения $Q = Q(\tau)$ по дефектам мезоуровня, $\tau \in [0, t]$, предлагается следующее выражение:

$$Q = \sum_{i=4}^6 \frac{Q_i}{1 - Q_i} \prod_{j=4}^6 Q_j, \quad 0 \leq Q \leq 1, \quad (5)$$

откуда долговечность металла по дефектам мезоуровня n_f находится как решение уравнения:

$$Q(n_f) = 1. \quad (6)$$

II. Согласно предлагаемой модели для одноосного симметричного нагружения [13]: $\sigma(t) = \sigma_a f(t)$, $f(t) = \sin(\omega t + \theta)$, в предположении равномерного распределения дефектов i -го вида в объеме V_c вероятности разрушения Q_i по дефекту i -го вида от слияния дефектов $(i-1)$ -го вида, $i = 1, 2, 3, 4$, определяются в виде:

$$Q_i = F_i \left(\frac{\sigma_a - \sigma_{i-1}}{\sigma_i - \sigma_{i-1}} \right) R_i \left(\frac{\lg n - \lg n_i(\sigma_a)}{\lg N_i - \lg n_i(\sigma_i)} \right) \text{ при } \sigma_{i-1} \leq \sigma_a \leq \sigma_i, \lg n \geq \lg n_i(\sigma_a), \quad (7)$$

$$0 \leq Q_i \leq Q_i^*, \quad i = 1, 2, 3, 4; \quad \sigma_0 = 0, \quad n_1 = 1.$$

Вероятности разрушения Q_i , $i = 4, 5, 6$, от слияния дефектов $(i-1)$ -го вида и роста дефектов i -го вида представляются следующими выражениями:

$$Q_i = F_i \left(\frac{\sigma_a - \sigma_{i-1}}{\sigma_i - \sigma_{i-1}} \right) R_i \left(\frac{\lg n - \lg n_4(\sigma_a)}{\lg N_i - \lg n_4(\sigma_i)} \right), \quad Q_{i-1} = G_{i-1} \left(\frac{\sigma_a - \sigma_{i-1}}{\sigma_i - \sigma_{i-1}} \right) R_{i-1} \left(\frac{\lg n - \lg n_4(\sigma_a)}{\lg N_i - \lg n_4(\sigma_i)} \right), \quad (8)$$

$$\text{при } \sigma_{i-1} \leq \sigma_a \leq \sigma_i, \lg n \geq \lg n_i(\sigma_a), \quad 0 \leq Q_i \leq Q_i^*, \quad i = 4, 5, 6.$$

Неизвестные функции в выражениях (7), (8) полагаются следующими зависимостями:

$$F_i = \left(\frac{\sigma_a - \sigma_{i-1}}{\sigma_i - \sigma_{i-1}} \right)^{\alpha_i}, G_i = \left(\frac{\sigma_i - \sigma_a}{\sigma_i - \sigma_{i-1}} \right)^{\beta_i}, R_i = \sqrt{\frac{\lg n - \lg n_i(\sigma_a)}{\lg N_i - \lg n_i(\sigma_i)}}, R_i = \sqrt{\frac{\lg n - \lg n_4(\sigma_a)}{\lg N_i - \lg n_4(\sigma_i)}} \quad (9)$$

$$i = 1, \dots, 6 \quad i = 5, 6 \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad i = 5, 6$$

В рекуррентной системе (7) – (9) последующее уравнение связано с предыдущим через числа циклов $n_i = n_i(\sigma_a), i = 1, \dots, 6$, достижения длиной условной трещины $(i-1)$ -го вида l_{i-1}^* ее предельного значения $l_{f,i-1}^*$ и начала образования дефекта i -го вида, которые находятся как решение уравнений (4):

$$Q_i(n_{i+1}) = Q_i^*, Q_i^* = const, i = 1, \dots, 6. \quad (10)$$

Система приводит к числу циклов $n_7 = n_7(\sigma_a)$, которое определяет начало развития трещин конечной длины, описываемого механикой разрушения.

Построена методика определения базовых характеристик $(\sigma_i, N_i), i = 1, \dots, 6$, по сериям макроэкспериментов с обработкой шлифов стандартными исследованиями микроструктуры. Для ее применения имеющихся в литературе данных недостаточно, поэтому для идентификации материальных функций предлагаются следующие выражения, опирающиеся на результаты известных экспериментов на усталостную прочность:

- для хрупких материалов

$$\lg N_i = \lg N_4 + 4 - i, i = 1, \dots, 4; \lg N_i = \lg N_4 + 6 - 1.5i, i = 4, 5, 6;$$

$$\sigma_{1,i}(N_i, \omega) = \left[\sigma_{np} \left(N_6, \frac{\omega}{\omega^*} \right) - \sigma_{-1} \left(N_4, \frac{\omega}{\omega^*} \right) \right] \frac{\lg N_4 - \lg N_i}{\lg N_4 - \lg N_6} + \sigma_{-1} \left(N_4, \frac{\omega}{\omega^*} \right), i = 1, \dots, 6; \quad (11)$$

- для пластичных материалов

$$\lg N_i = \lg N_4 + 4 - i, i = 1, \dots, 4; \lg N_i = (\lg N_6 - \lg N_4) \frac{i}{2} + 3 \lg N_4 - 2 \lg N_6, i = 4, 5, 6;$$

$$\sigma_{1,i}(N_i, \omega) = \left[\sigma_{np} \left(N_6, \frac{\omega}{\omega^*} \right) - \sigma_{-1} \left(N_4, \frac{\omega}{\omega^*} \right) \right] \frac{\lg N_4 - \lg N_i}{\lg N_4 - \lg N_6} + \sigma_{-1} \left(N_4, \frac{\omega}{\omega^*} \right), i = 1, \dots, 4; \quad (12)$$

$$\sigma_{2,i}(N_i, \omega) = \left[\sigma_{-1} \left(N_6, \frac{\omega}{\omega^*} \right) - \sigma_{-1} \left(N_4, \frac{\omega}{\omega^*} \right) \right] \frac{\lg N_4 - \lg N_i}{\lg N_4 - \lg N_6} + \sigma_{-1} \left(N_4, \frac{\omega}{\omega^*} \right), i = 4, 5, 6,$$

в которых $\sigma_{-1} = \sigma_{-1} \left(N_i, \frac{\omega}{\omega^*} \right), i = 4, 5, 6; \sigma_{np} = \sigma_{np} \left(N_6, \frac{\omega}{\omega^*} \right)$ – пределы выносливости и пропорциональности, определяемые из экспериментов при ω^* с учетом их изменения при других ω .

Вероятность хрупкого разрушения по дефектам мезоуровня определяется по соотношению (5), долговечность n_f – согласно уравнению (6).

Модель обобщается на случай простого трехмерного циклического нагружения. При этом вид соотношений (7) – (9) остается прежним; в качестве переменной σ_a выбирается наибольшее значение главных напряжений; базовые функции определяются по результатам усталостных испытаний при симметричных одноосном и двухосном нагружениях и сдвиге и учитывают отношения главных напряжений по экспериментально обоснованным критериям усталостной прочности металлов [14 – 18].

Проведен анализ известных экспериментальных данных по третинообразованию большого ряда конструкционных сталей: углеродистых (Ст.3, Ст.20, Ст.30, Ст.40, Ст.45), аустенитно-мартенситных (08X14АН4МД), коррозионно-стойких (30X10Г10, 1X13, 20X13, S135), нержавеющей (X18Н9Т), легированных (Ст.40Х, 15Г2АФДпс, 30X10Г10, 0X14АГ12М, ЭИ–612, 12ХН3А, 34СгМо4), трубных (сталь 3Г) сталей; чугунов; металлов: молибдена, никеля (в т.ч. субмикроструктурного), свинца, титана и др.; никелевых

(ЭШЗ7БВД, Mar-M200, Udimet 700), магниевых (МА5-Т6, АМ100А), алюминиевых (АК4-1, АК4-1 Т1, АЛ25, ВИЗ, ВЭ5, В95Т6, 7005-Т6, АД33-Т6, в т.ч. в субмикроструктурном состоянии), титановых сплавов (Ti-6Al-6V-2Sn, АТ6) при различных простых процессах пропорционального симметричного нагружения: одноосном нагружении; сдвиге; двухосных нагружениях и одноосных нагружениях с кручением с различными отношениями амплитуд [19]. Подтверждена схема расчета по предложенной модели. Получены кривые усталости для трехмерного пропорционального циклического нагружения как результат последовательного образования, развития и слияния дефектов типа микро- и макротрещин.

Предлагаемая феноменологическая модель механики деформируемого твердого тела описывает хрупкое разрушение металлов как физико-механический процесс поэтапного накопления дефектов на микро-, мезо- и макроуровнях. Она позволяет предсказывать долговечность материала по образованию дефектов определенных характерных размеров, а также остаточную долговечность для материала с определенным уровнем накопленных дефектов.

Литература

1. Иванова В.С., Терентьев В.Ф. Природа усталости металлов. М.: Металлургия, 1975. 456 с.
2. Иванова В.С., Шанявский А.А. Количественная фраттография. Усталостное разрушение. Челябинск: Металлургия, 1988. 397 с.
3. Ботвина Л.Р. Кинетика разрушения конструкционных материалов. М.: Наука, 1989. 230 с.
4. Завойчинская Э.Б., Кийко И.А. Введение в теорию процессов разрушения твердых тел. М., МГУ, 2004. 168 с.
5. Прочность материалов и конструкций // Трощенко В.Т. и др. Киев: Академперіодика, 2005. 1088 с.
6. Miller K.J., de Los Rios E.R. The Behaviour of Short Fatigue Cracks. John Wiley & Sons Inc., 2005. 560 p.
7. Клевцов Г.В., Ботвина Л.Р., Клевцова Н.А., Лимарь Л.В. Фраттодиагностика разрушения металлических материалов и конструкций. М.: МИСиС, 2007. 264 с.
8. Завойчинский Б.И., Завойчинская Э.Б. Физическая механика микро- и макроразрушения сталей и сплавов при циклическом нагружении // Приложение к журналу «Справочник. Инженерный журнал», 8(173), 2011. 32 с.
9. Пестриков В.М., Морозов Е.М. Механика разрушения. СПб: ЦОП "Профессия", 2012. 552 с.
10. Завойчинская Э.Б. К проблеме микроразрушения металлов при циклических нагрузках // Проблемы машиностроения и надежности машин, № 1, 2010. с. 43–52.
11. Завойчинская Э.Б. Микромеханика разрушения элементов конструкций при циклическом нагружении // Справочник. Инженерный журнал, № 3, 2010. с. 41-46.
12. Завойчинская Э.Б. Процесс микроразрушения металлов при сложном напряженном состоянии // Механика машин, механизмов и материалов, № 3(16), 2011. с. 34-37.
13. Завойчинская Э.Б. Определяющие соотношения теории микро- и макроразрушения для гармонического одномерного нагружения // Сб. науч. тр. V Белорусского конгресса по теоретической и прикладной механике «Механика-2011», Минск, 26-28 октября 2011г.; в 2 т. / Объединенный ин-т машиностроения НАН Беларуси; редкол.: М.С. Высоцкий (и др.). – Минск, 2011. т. 2. с. 277–283.
14. Завойчинский Б.И., Завойчинская Э.Б. Механика макроскопических трещин при сложном напряженном состоянии // Справочник. Инженерный журнал. № 3. 2011. с. 37–43.
15. Завойчинская Э.Б. Микро- и макромеханика разрушения металлов при сложном напряженном состоянии // Сб.: Упругость и неупругость. М.: Изд-во МГУ, 2011. с. 346–352.
16. Завойчинский Б.И., Завойчинская Э.Б. Микромеханика разрушения металлов при сложном напряженном состоянии // Проблемы машиностроения и надежности машин, № 2, 2011. с. 31–39.
17. Завойчинская Э.Б. Процесс микроразрушения металлов при сложном напряженном со-

- стоянии // Механика машин, механизмов и материалов, № 3(16), 2011.с. 34–37
18. Завойчинский Б.И., Завойчинская Э.Б. Микромеханика разрушения металлов при сложном напряженном состоянии // Справочник. Инженерный журнал, № 3. 2012. с. 52–56.
19. Завойчинская Э.Б. Микро- и макромеханика разрушения элементов конструкций // Механика твердого тела, № 3, 2012. с. 54–77.