

Определение параметров модели кривой неизотермического циклического деформирования

д.т.н. проф. Темис Ю.М.^{1,2}, к.ф.-м.н. Факеев А.И.³

¹Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова,

²Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

³Московский государственный машиностроительный университет «МАМИ»

tejoum@ciam.ru

Аннотация. Предложена методика определения параметров модели кривой циклического неизотермического деформирования. Применен алгоритм распознавания образов, основанный на минимизации функции рассогласования экспериментальных результатов и расчета кривой по трехпараметрической модели, зависящей от эффекта Баушингера, модуля упругой разгрузки и масштаба преобразования нелинейного участка кривой деформирования. В качестве меры пластической деформации принят параметр Одквиста. Проведено моделирование кривых циклического деформирования и выполнено сравнение с экспериментальными данными.

Ключевые слова: пластичность, термомеханическая поверхность, кривая деформирования, циклическое неизотермическое нагружение, эффект Баушингера, модуль упругой разгрузки

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 15-01-03073_А).

Введение

В работах [2, 3] предложена зависимость для аппроксимации кривой циклического деформирования, получившая экспериментальное подтверждение для ряда конструкционных материалов при изотермическом нагружении. Показано, что параметры, определяющие модель, зависят от температуры и структурного параметра, в качестве которого использован параметр Одквиста $\chi = \sum_i^n \varepsilon_i^p$. Эта зависимость обобщена в статье [4] на случай неизотермического нагружения.

Определение параметров модели

При циклическом или сложном неизотермическом нагружении рассмотрим термомеханическую поверхность [1], участок которой между изотермическими кривыми циклического деформирования, соответствующими температурам T_1 и T_2 , при текущем значении параметра Одквиста определяется соотношениями:

$$\sigma^* = F(\varepsilon_p^*, T); F = (1-\lambda)f_1 + \lambda f_2; \lambda = \frac{T - T_1}{T_2 - T_1}; \quad (1)$$

$$f_i = \begin{cases} E(T_i) \cdot d(\chi, T_i) \cdot \varepsilon^*, & \varepsilon^* \leq \varepsilon_s^*; \\ E(T_i) \cdot d(\chi, T_i) \cdot \varepsilon_s^* + d(\chi, T_i) \cdot b(\chi, T_i) \cdot \left[f\left(\varepsilon_s + \frac{\varepsilon^* - \varepsilon_s^*}{b(\chi, T_i)}, T_i\right) - \sigma_s(T_i) \right], & \varepsilon^* > \varepsilon_s^*; \end{cases} \quad (2)$$

$$i = 1, 2; \sigma_s^*(T) = a(\chi, T)\sigma_s(T); \varepsilon_s^* = a(\chi, T)\varepsilon_s / d(\chi, T),$$

где: σ^* и ε^* – напряжения и деформации в локальной системе координат полуцикла; $a(\chi, T)$ – размер упругой зоны поверхности нагружения (эффект Баушингера); $b(\chi, T)$ – коэффициент преобразования нелинейного участка первоначальной кривой деформирования; $d(\chi, T)$ – коэффициент изменения модуля упругой разгрузки; ε_s и σ_s – деформации и напряжения в пределе упругости первоначальной кривой;

E – первоначальный модуль упругости; $f(\varepsilon_p, T)$ – нелинейная часть термомеханической поверхности на первом полуцикле; f_i – кривая циклического деформирования, соответствующая температуре T_i [2, 4].

Отметим, что $a(\chi, T_i)$, $b(\chi, T_i)$ и $d(\chi, T_i)$ – зависящие от χ параметры кривой циклического деформирования, полученной при циклических испытаниях при температуре T_i . С помощью термомеханической поверхности, построенной для каждого полуцикла нагружения, в пространстве напряжений, температур и деформаций проводится определение кривой неизотермического циклического деформирования.

Параметры модели $a(\chi, T)$, $b(\chi, T)$, $d(\chi, T)$ определяются по результатам испытаний образцов при постоянных температурах путем обработки экспериментальных кривых циклического деформирования при жестком или мягком нагружении. Определение параметров модели выполним в следующей последовательности.

1. На основе чертежных размеров образцов и базы замеров деформаций переведем экспериментальные данные из системы координат «усилия – перемещения» в систему координат «напряжения – деформации».

2. Определим реперные точки, в которых происходит смена режима нагружения от растяжения к сжатию и наоборот, по которым проведем разделение кривой циклического деформирования на полуциклы. В момент смены направления деформирования кривые обычно не имеют четкого перехода из упругопластического состояния в упругую разгрузку (рисунок 1), поэтому для определения реперных точек конца полуцикла применим следующий подход. Разделим данные на подмножества точек, разделителями которых являются точки, соответствующие среднему значению деформаций в цикле. Каждое из подмножеств содержит в себе одну реперную точку, за которую примем точку с максимальным по модулю отклонением от средней деформации (точка A^* на рисунке 1).

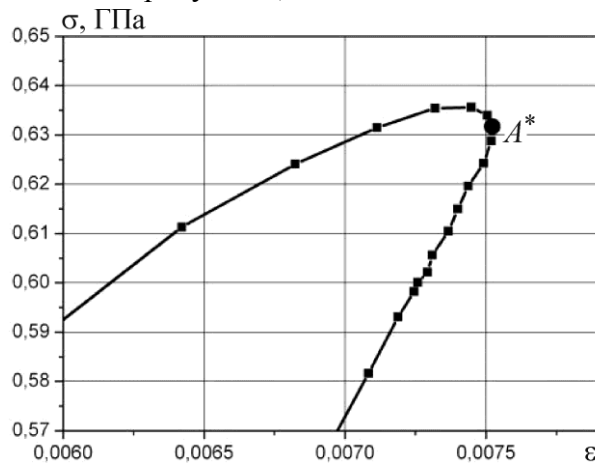


Рисунок 1. Определение точки перегиба

3. По экспериментальным данным определим модуль упругости и предел пропорциональности. Для определения модуля упругости на полуцикле методом наименьших квадратов минимизируем погрешность на совокупности из k точек, включая точку $(0,0)$:

$$\sum_{i=1}^k (\sigma_i - E\varepsilon_i)^2 \rightarrow \min . \quad (3)$$

Из условия минимума выражения (3) модуль упругости для совокупности из k точек определим в виде:

$$E = \frac{\sum_{i=1}^k \sigma_i \varepsilon_i}{\sum_{i=1}^k \varepsilon_i^2} . \quad (4)$$

Множество точек, на котором определяется модуль упругости, последовательно увеличиваем с шагом в одну точку начиная с двух точек (точка (0,0) и следующая за ней точка на экспериментальной кривой деформирования) до всех точек на полуцикле. В качестве примера на рисунке 2,*а* показана кривая деформирования, а на рисунке 2,*б* – изменение модуля упругости, определенного по кривой деформирования, при увеличении количества учитываемых точек внутри полуцикла.

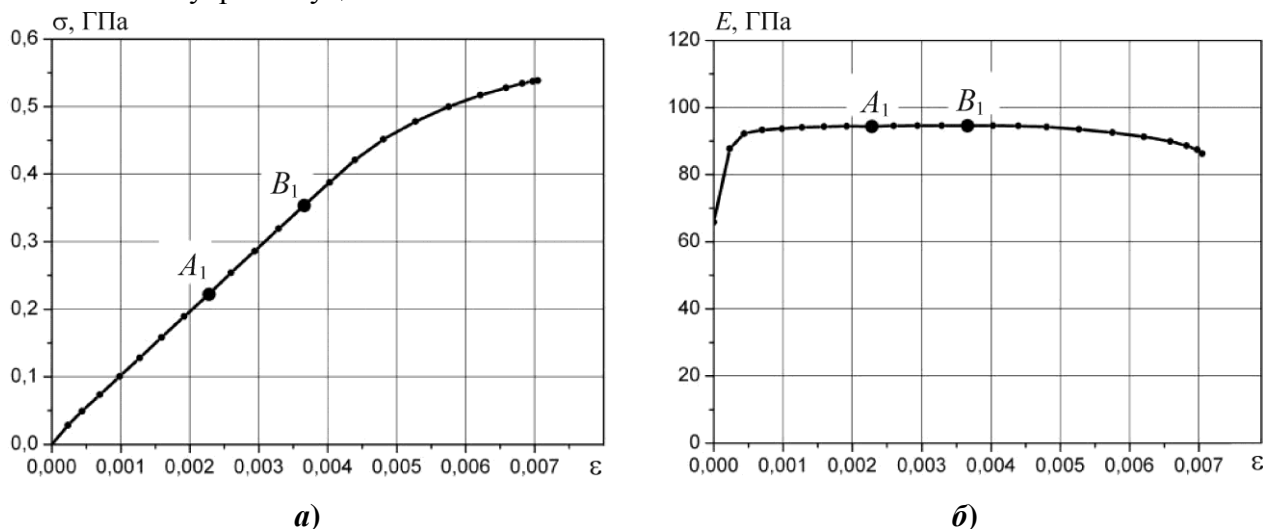


Рисунок 2. Определение модуля упругости E : *а* – кривая деформирования; *б* – изменение значения E по мере увеличения количества учитываемых точек

На первых шагах существуют осцилляции значений модуля упругости, вызванные небольшим количеством точек во множестве. При достаточном количестве точек в рассматриваемом множестве значения модуля упругости остаются постоянными (участок A_1B_1 на рисунке 2,*б*). При дальнейшем увеличении количества точек значение модуля упругости начинает уменьшаться, что связано с появлением точек, принадлежащих нелинейному участку кривой деформирования, и, соответственно, окончанию упругого участка. Таким образом, для вычисления модуля упругости необходимо найти точку A_1 окончания начального участка, на котором происходят осцилляции, и точку B_1 , которая определяет предел пропорциональности (рисунок 2,*б*). Значение модуля упругости, определенное в точке B_1 , считается окончательным.

Для определения точки A_1 оценим относительную погрешность двух соседних участков зависимости (рисунок 2,*б*). После определения значения E_k на текущем k -м шаге, вычислим относительную погрешность между значениями модуля упругости на текущем и предыдущем шагах:

$$\Delta_k = (E_k - E_{k-1}) / E_k . \quad (5)$$

Последовательно определяя относительную погрешность Δ_k на каждом шаге, найдем первую точку, в которой погрешность становится меньше заданной точности (10^{-4}). Эта точка и является началом стабильного участка кривой (точка A_1).

Для определения предела пропорциональности (точка B_1) проведем построение производной зависимости, показанной на рисунке 2,*б*. График производной приведен на рисунке 3. По нему находим точку, в которой значение функции наиболее близко к нулю. Таким способом определяется участок, наиболее приближенный к горизонтальному, окончание которого и является пределом пропорциональности (точка B_1).

После определения модуля упругости и предела пропорциональности, определяем пре-

дел текучести с заданным допуском на пластическую деформацию 0,02%.

По совокупности циклических кривых деформирования, полученных при заданной температуре, проведем осреднение модуля упругости и предела текучести. Пример распределения модуля упругости приведен на рисунке 4а. Пример разброса экспериментальных кривых деформирования показан на рисунке 4б. На гистограммах показан разброс величин напряжений у кривых деформирования при деформациях 0,4% и 0,5%. Такая информация полезна для разработки стохастических методов и моделей ресурса деталей ГТД [5].

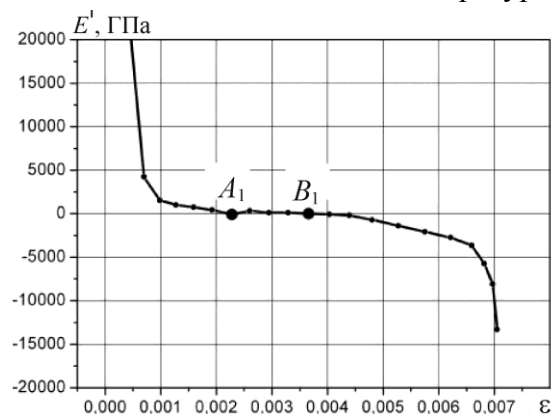


Рисунок 3. Определение предела пропорциональности

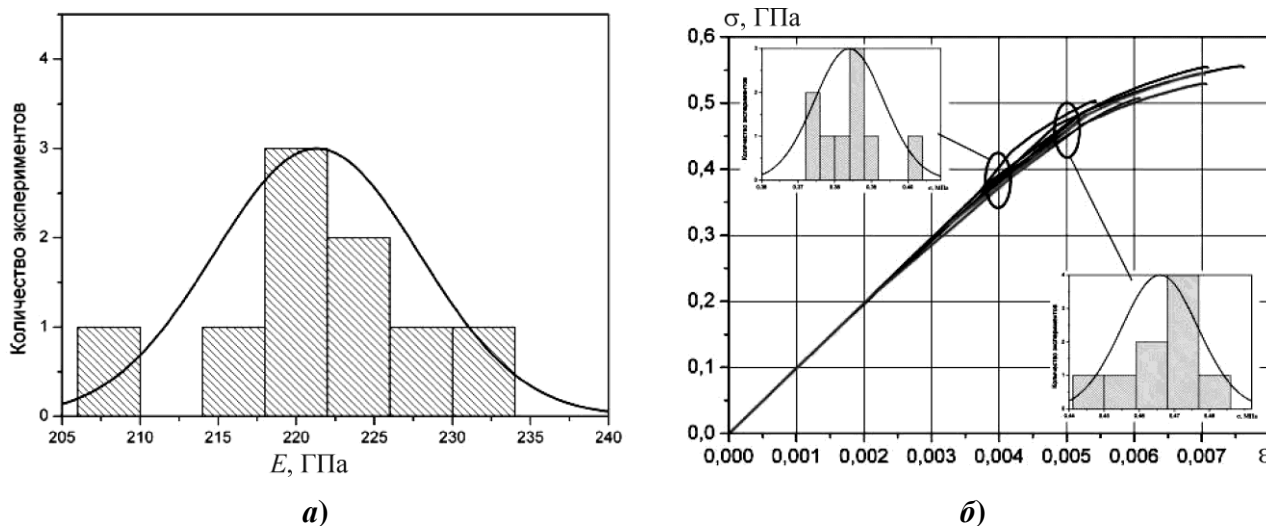


Рисунок 4. Распределение модуля упругости (а) и разброс кривых деформирования (б)

4. После определения модуля упругости, пределов упругости и текучести на первом полуцикле, необходимо определить данные значения на каждом последующем полуцикле в локальной системе координат, связанной с точкой смены направления деформирования (точка A^* на рисунке 1).

Алгоритм определения модуля упругости аналогичен алгоритму, примененному на первом полуцикле. Однако при смене направления деформирования экспериментальные данные могут вести себя неустойчиво, вследствие чего возможно неправильное определение начала стабильного упругого участка. Точку, начиная с которой осцилляции модуля упругости можно считать незначительными, можно задать в предположении, что предел упругости на первом полуцикле не может быть больше предела упругости на последующих полуциклах. В этом случае критерий начала упругой зоны принудительно назначается при достижении предела упругости первого полуцикла. Алгоритм поиска окончания упругого участка совпадает с алгоритмом для первого полуцикла. После определения модуля и предела упругости на текущем полуцикле, можно, как и в случае первого полуцикла, определить предел текучести полуцикла.

5. На заключительном этапе определяются искомые параметры a , b , d модели кривой циклического деформирования.

Параметр d , моделирующий изменение модуля упругости в процессе циклического деформирования, на каждом полупериоде определяем как отношение текущего модуля упругости к первоначальному:

$$d(n, T_i) = E(n, T_i) / E(1, T_i). \quad (6)$$

Также определяется ширина петель пластического деформирования и, следовательно, зависимость накопленной пластической деформации от номера полупериода.

Проводя осреднение $d(n, T_i)$ по всем экспериментам для текущей температуры, получаем окончательную зависимость параметра d от накопленной пластической деформации.

Определение параметра a , моделирующего изменение размера упругой области в процессе циклического деформирования, для каждой температуры испытаний проведем следующим образом. Введем систему координат $(\varepsilon, \sigma/E)$, в которой построим экспериментальные кривые циклического деформирования (E – осредненный модуль упругости при рассматриваемой температуре). На текущем полупериоде известны величины напряжения σ_1 и деформации ε_1 текучести, текущее значение параметра Одквиста χ_1 , значение параметра d_1 и значения напряжения σ_R и деформации ε_R в начале цикла. Определяем текущий модуль упругости $E_c = d_1 E$ и, откладывая из начала координат отрезок, соответствующий полученному экспериментально в полупериоде упругому участку, и отрезок, соответствующий упругому участку модели циклической кривой, получаем точки A и B (на рисунке 5,а линия OA – экспериментальная кривая; линия OB – расчетная кривая).

Предполагая, что параметр $a = a_1$ известен, рассчитаем меру рассогласования как длину отрезка AB в глобальной системе координат:

$$l_{AB} = \sqrt{(\varepsilon_s^* - \varepsilon_1')^2 + (\sigma_s^* - \sigma_1')^2 / E^2}, \quad (7)$$

где: $\varepsilon_s^* = a_1 \varepsilon_s / d_1$ и $\sigma_s^* = a_1 \sigma_s$ – модельные значения деформаций и напряжений текучести на текущем полупериоде в локальных координатах; $\varepsilon_1' = \pm \varepsilon_R \pm \varepsilon_1$ и $\sigma_1' = \pm \sigma_R \pm \sigma_1$ – экспериментальные величины деформаций и напряжений текучести.

Следовательно, расстояние между модельным и экспериментальным значением предела текучести равно:

$$l_{AB} = \sqrt{(a_1 \varepsilon_s / d_1 \pm \varepsilon_R \pm \varepsilon_1)^2 + (a_1 \sigma_s / E \pm \sigma_R / E \pm \sigma_1 / E)^2}. \quad (8)$$

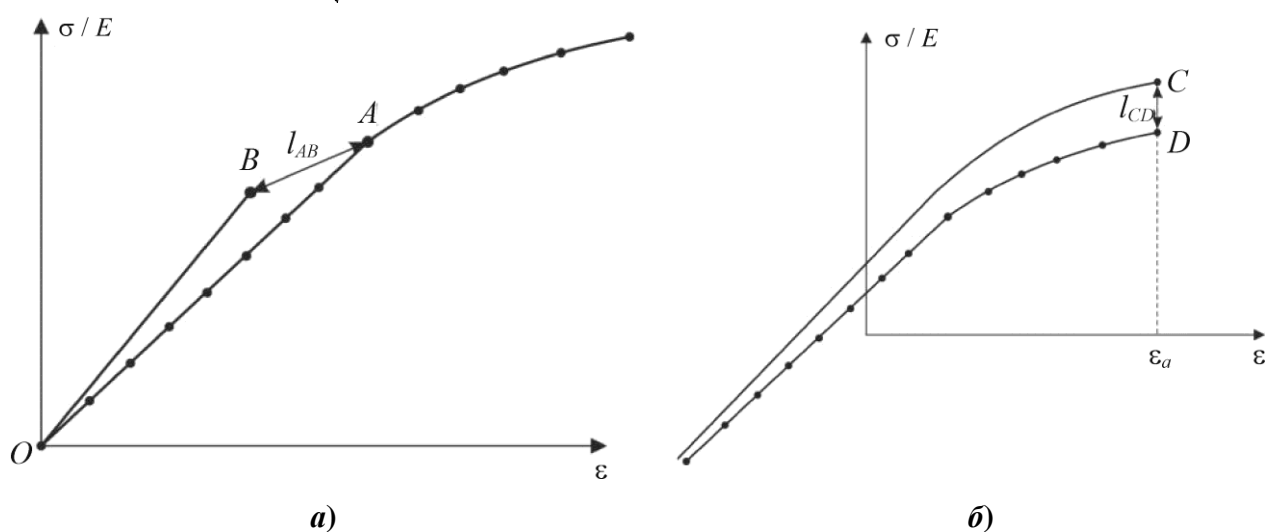


Рисунок 5. Определение параметров: a – параметр a ; b – параметр b

Параметр a должен быть таким, чтобы расстояние l_{AB} было минимальным, поэтому для его определения можно использовать методы оптимизации. Однако, если искать параметр для каждого испытанного образца отдельно, а после осреднять полученные величины, то соответствие расчетных и экспериментальных данных может быть неудовлетворительным. Следовательно, необходимо определять этот параметр в зависимости от параметра Одквиста одновременно для всех имеющихся экспериментальных результатов при данной температуре. Выполним это следующим образом.

Зададим значения параметра Одквиста через равные промежутки в логарифмической шкале до максимального значения накопленной пластической деформации. При параметре Одквиста равном нулю, принято $a = 2$. На правой границе каждого интервала выполняем

минимизацию функционала $J_1(a_k) = \sum_{i=1}^n l_{AB}^i \rightarrow \min$ от параметра a , равного сумме расстояний

для всех полуциклов среди всех экспериментов при заданной температуре, попадающих внутрь интервала по накопленной пластической деформации. Таким образом, последовательно для каждого интервала слева направо определяем значение параметра a .

Для определения параметра b , моделирующего масштаб преобразования нелинейного участка кривой деформирования, использован аналогичный подход. Если построены модельная AC и экспериментальная BD кривые в системе координат $(\varepsilon, \sigma/E)$ и известны текущие значения параметров a, d и параметра b на текущем полуцикле, то модельную и экспериментальную кривые циклического деформирования на следующем полуцикле построим с амплитудой, соответствующей экспериментальной кривой (рисунок 5,б). Предполагая $b = b_1$ и учитывая, что координаты ε равны между собой, меру рассогласования определим как расстояние между точками C и D :

$$l_{CD} = |\sigma_C / E - \sigma_D / E|, \quad (9)$$

где: σ_C – значение напряжений, рассчитанных по модели; σ_D – значение напряжений экспериментальной кривой на последней точке полуцикла.

При этом параметр b должен быть таким, чтобы расстояние l_{CD} было минимальным. Как и в случае с параметром a , параметр b определим одновременно для всех имеющихся экспериментальных результатов при данной температуре в текущем интервале изменения параметра Одквиста. Для этого на правой границе интервала минимизируем функционал

$J_2(b_k) = \sum_{i=1}^n l_{CD}^i \rightarrow \min$, равный сумме расстояний l_{CD} для всех полуциклов среди всех экспериментов при данной температуре, попадающих внутрь интервала по накопленной пластической деформации. При параметре Одквиста равном нулю, принято $b = 2$.

При определении параметра b длина отрезка l_{CD} на каждом полуцикле после определения значений параметра ненулевая, вследствие чего раздельное определение параметров a и b может быть недостаточно точным. Поэтому определение параметров a и b проведем совместно. При этом функционал J_2 становится зависимым также и от значения параметра a .

На k -м интервале накопленной пластической деформации по имеющимся n_k экспериментальным точкам, принадлежащим этому интервалу, проводим минимизацию функционала от параметров a_k и b_k , заданных на правой границе интервала:

$$J(a_k, b_k) = \sum_{i=1}^{n_k} (J_{1i}(a_k) + J_{2i}(a_k, b_k)) \rightarrow \min. \quad (10)$$

Значения параметров влияют на величину l_{CD} на каждом полуцикле в рассматриваемом интервале. Поэтому, ведя расчет в глобальной системе координат, l_{CD} полуцикла i -й точки на

k -м интервале учитывает меру рассогласования l_{CD} всех предыдущих полуциклов.

Моделирование циклического деформирования титанового сплава

Рассчитанные зависимости параметра a , моделирующего изменение размера упругой области, и параметра b , моделирующего изменение величины масштаба преобразования нелинейного участка кривой деформирования, представлены на рисунке 6 для титанового сплава при различных температурах.

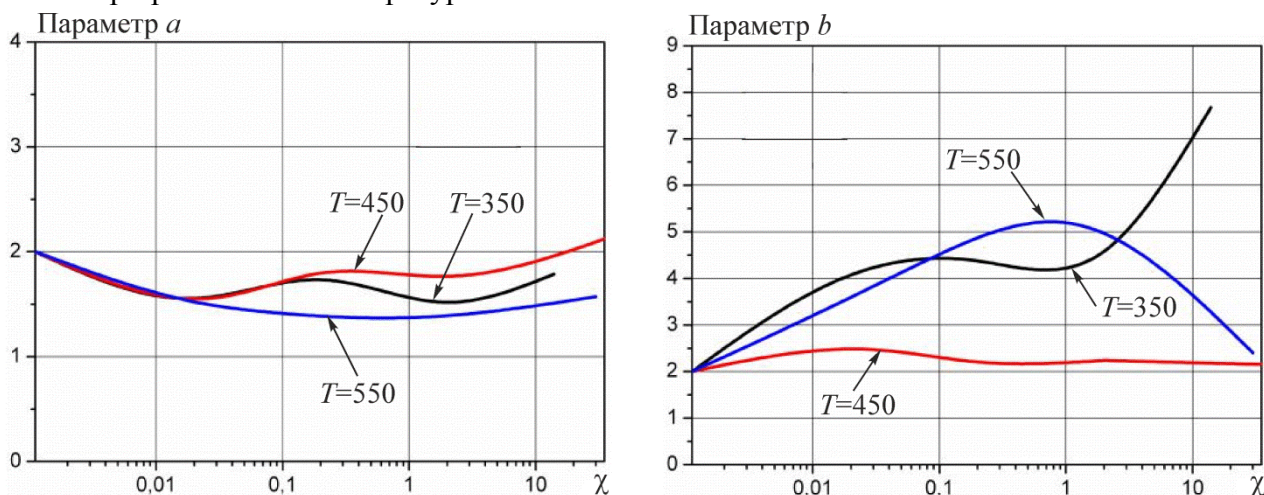


Рисунок 6. Зависимости параметров a и b модели для титанового сплава

Результаты моделирования циклического деформирования при повышенной температуре с использованием определенных параметров показаны на рисунке 7. Экспериментальные данные обозначены точками, расчетные результаты – кривыми.

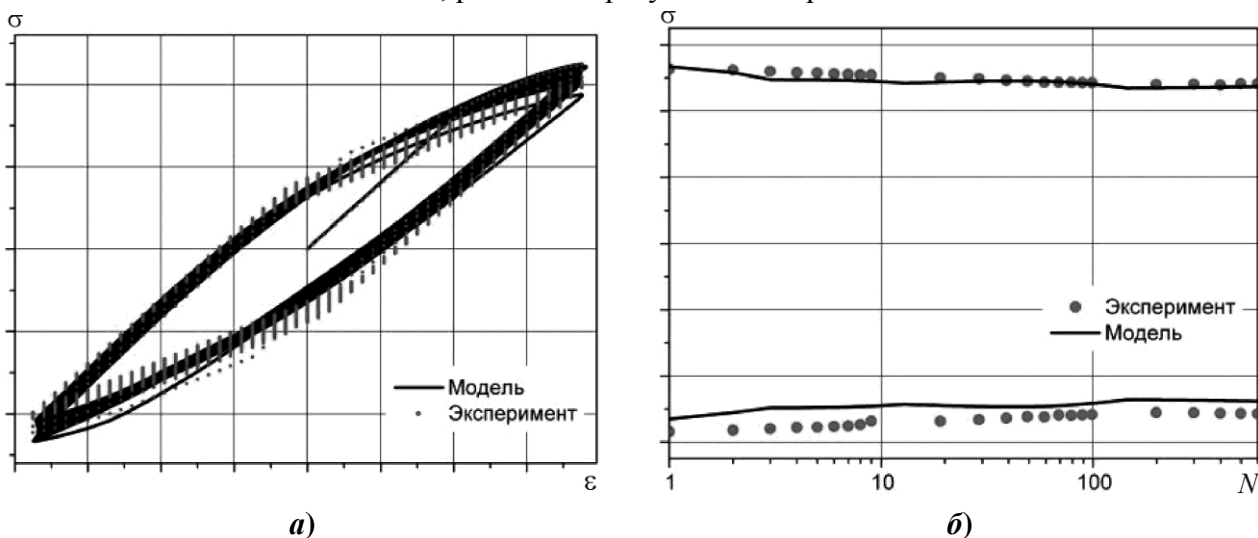


Рисунок 7. Результаты циклических испытаний для титанового сплава:

a – петли циклического деформирования;
 b – зависимость амплитуды напряжений от числа циклов

Выводы

Анализ результатов показал удовлетворительное соответствие рассчитанных по модели и экспериментальных кривых на контрольном множестве, что позволяет сделать вывод о возможности применения предложенного метода для определения зависимостей параметров материала от накопленной пластической деформации.

Применение алгоритма распознавания образов, основанного на минимизации рассогла-

сования модели и эксперимента, позволяет получить величины эффекта Баушингера и модуля упругой разгрузки при циклическом деформировании.

Литература

1. Термопрочность деталей машин. Под ред. И.А. Биргера, Б.Ф. Шорра. М.: Машиностроение, 1975. 455 с.
2. Темис Ю.М., Азметов Х.Х., Факеев А.И. Модель упругопластического поведения материалов конструкций при термоциклическом нагружении // Известия МГТУ «МАМИ», №1, 2012, С. 255 – 261.
3. Temis Y.M., Fakeev A.I., Azmetov Kh.Kh. Numerical simulation of nonisothermal plasticity and thermomechanical fatigue of turbomachinery components // Proc. XII International conference on computational plasticity – Fundamentals and Applications, Barcelona, Spain. – P. 1130–1141.
4. Темис Ю.М., Факеев А.И. Модель кривой неизотермического циклического деформирования // Межвузовский сборник «Проблемы прочности и пластичности», Т. 75. № 1. Нижний Новгород, 2013. – С. 5 – 10.
5. Темис Ю.М., Зюзина В.М., Рушнов А.А. Оценка параметров распределения циклической долговечности диска компрессора // Научные труды V Международного семинара «Современные проблемы прочности» им. В.А. Лихачева. Т. 1 / Под ред. В.Г. Малинина, Новгород: Изд-во НовГУ, 2001. – С. 317–321.