

Ползучесть и длительная прочность стержней при растяжении и изгибе в присутствии агрессивной среды

д.ф.-м.н. проф. Локощенко А.М., Фомин Л.В.
НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова
loko@imec.msu.ru

Аннотация. Рассмотрены особенности высокотемпературного деформирования стержней в агрессивной среде. В первом параграфе рассматривается связанная задача о длительной прочности растягиваемого стержня в агрессивной среде. В отличие от известных решений, учитывается взаимная зависимость уровня концентрации среды в материале стержня и величины накапливаемой поврежденности. Получены значения времен до разрушения стержня при различных постановках задачи. Во втором параграфе исследуется ползучесть стержня при чистом изгибе в рассматриваемых условиях при учете разносопротивляемости стержня растяжению и сжатию. Получены решения задач при установившейся ползучести стержня, при дополнительном учете накапливаемой поврежденности материала и при дополнительном учете влияния агрессивной среды.

Ключевые слова: ползучесть, длительная прочность, растяжение, изгиб, агрессивная окружающая среда, диффузия, поврежденность.

Введение

Высокие требования к качеству и надежности конструкций, длительное время находящихся под нагрузками при высокой температуре, приводят к необходимости проводить прогнозирование долговечности их работы с учетом специфических различных особенностей, которые могут возникать в реальной действительности. Одним из важных факторов, существенно влияющих на характеристики ползучести и длительной прочности металлов, является рабочая среда, в которой находятся исследуемые конструкции или их отдельные элементы. Результаты испытаний, как правило, показывают значительное ухудшение эксплуатационных характеристик металлов вследствие воздействия таких сред. Известные исследования влияния агрессивной окружающей среды на ползучесть и длительную прочность металлов показывают, что это влияние в основном характеризуется протекающими в металле диффузионными и коррозионными процессами. В [1] приведен подробный анализ особенностей механического поведения металлов при длительном высокотемпературном нагруженном состоянии в агрессивных средах и основных феноменологических подходов, используемых при моделировании влияния окружающей среды на ползучесть и длительную прочность. В данной работе рассмотрены некоторые особенности ползучести и длительной прочности стержней при растяжении и изгибе в присутствии агрессивной окружающей среды.

1. Связанная задача определения длительной прочности растягиваемого стержня в агрессивной среде

В [2, 3] был проведен анализ длительной прочности тонкого стержня длины L , ширины b и толщины H_0 ($H_0 \ll b \ll L$), растягиваемого в агрессивной среде. Этот анализ основан на учёте диффузионного процесса в стержне и накопления поврежденности в его материале [4]. Так как в поперечном сечении стержня выполняется неравенство $H_0 \ll b$, то диффузионный процесс в стержне можно считать одномерным вдоль его толщины ($-0.5H_0 \leq y \leq 0.5H_0$). В [2, 3] вводились в рассмотрение два параметра, зависящие от времени t и координаты y : уровень концентрации среды в металле $c(y, t)$ и величина параметра поврежденности $\omega(y, t)$. Эти параметры определялись с помощью решения двух дифференциальных уравнений относительно $c(y, t)$ и $\omega(y, t)$. При этом процесс накопления поврежден-

ности в материале стержня в [2, 3] зависел от уровня концентрации среды, а диффузионный процесс от уровня поврежденности не зависел. В отличие от [2, 3], в данном параграфе рассматривается связанная задача определения длительной прочности растягиваемого стержня при условии массообмена на его поверхности, в этой постановке учитывается взаимная зависимость уровня концентрации среды в материале стержня и величины накапливаемой поврежденности. С этой целью будем учитывать зависимость коэффициента диффузии D от уровня поврежденности ω . Для простоты примем, что зависимость $D(\omega)$ линейная:

$$D(\omega) = D_0(1 + k\omega), \quad D_0 = \text{const}, \quad k = \text{const}.$$

Рассмотрим систему двух дифференциальных уравнений с учетом развития фронта разрушения $Y(t)$:

$$\begin{cases} \frac{\partial c(y,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left[D_0(1 + k\omega(y,t)) \cdot \frac{\partial c(y,t)}{\partial y} \right], \\ \frac{\partial \omega(y,t)}{\partial t} = A \left(\frac{\sigma(t)}{1 - \omega(y,t)} \right)^n f(c(y,t)), \\ f(c(y,t)) = 1 + (a/c_0)c(y,t), \\ \sigma(t) = (0.5H_0 / Y(t))\sigma_0, \end{cases} \quad (1)$$

где: $\sigma(t)$ – растягивающее напряжение, $\sigma_0 = \sigma(t=0)$, c_0 – уровень концентрации среды на внешней поверхности стержня, $Y(t)$ – координата фронта разрушения, A, n, c_0 – константы. При использовании безразмерных переменных

$$\bar{t} = \frac{48D_0}{H_0^2}t, \quad \bar{y} = 2y/H_0, \quad \bar{Y} = 2Y/H_0, \quad \bar{c} = c/c_0, \quad \bar{A} = \frac{A\sigma_0^n H_0^2}{48D_0} \quad (2)$$

из (1) получаем следующую систему уравнений относительно двух функций: $\bar{c}(\bar{y}, \bar{t})$ и $\omega(\bar{y}, \bar{t})$:

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{c}}{\partial \bar{t}} = \frac{1}{12} \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left[(1 + k\omega) \frac{\partial \bar{c}}{\partial \bar{y}} \right], \\ \frac{\partial \omega}{\partial \bar{t}} = \bar{A} [\bar{Y}(1 - \omega)]^{-n} \cdot f(\bar{c}(\bar{y}, \bar{t})), \\ f(\bar{c}(\bar{y}, \bar{t})) = 1 + a\bar{c}(\bar{y}, \bar{t}). \end{cases} \quad (3)$$

На первом этапе расчета при значениях $0 \leq \bar{t} < \bar{t}_1$ начальные и граничные условия принимаются в виде:

$$\omega(\bar{y}, 0) = 0, \quad \bar{c}(\bar{y}, 0) = 0, \quad \frac{\partial \bar{c}}{\partial \bar{y}}(1, \bar{t}) = \bar{\gamma}[\bar{c}(1, \bar{t}) - 1], \quad \frac{\partial \bar{c}}{\partial \bar{y}}(0, \bar{t}) = 0.$$

Первый этап заканчивается временем \bar{t}_1 , после которого на внешней поверхности стержня возникает фронт разрушения $\bar{Y}(\bar{t})$.

На втором этапе расчета при значениях $\bar{t}_1 \leq \bar{t} \leq \bar{t}^*$ начальные и граничные условия принимаются в виде:

$$\omega(\bar{y}, \bar{t}_1) = \omega_1(\bar{y}), \quad \bar{c}(\bar{y}, \bar{t}_1) = \bar{c}_1(\bar{y}), \quad \frac{\partial \bar{c}}{\partial \bar{y}}(\bar{Y}, \bar{t}) = \bar{\gamma}[\bar{c}(\bar{Y}, \bar{t}) - 1], \quad \frac{\partial \bar{c}}{\partial \bar{y}}(0, \bar{t}) = 0,$$

где: $\bar{\gamma} = 2\gamma/H_0$, γ – коэффициент массообмена, $\omega_1(\bar{y})$ и $\bar{c}_1(\bar{y})$ – значения ω и \bar{c} , полученные в конце первого этапа процесса.

В качестве примера проведем вычисление времени до разрушения \bar{t}^* при условии $\bar{Y}(\bar{t}^*) = 0.5$ и при следующих значениях констант:

$$n = 3, \bar{\gamma} = 1, k = 4, \bar{A} = 0.01, a = 9.5. \quad (4)$$

Вычисления показывают, что разрушение стержня в результате возникновения и развития фронта разрушения наступает при $\bar{t}^* = 7.00$.

Рассмотрим упрощённую постановку задачи, в которой под $\omega(\bar{t})$ понимается интегрально средняя повреждённость в сечении стержня: $\omega(\bar{t}^*) = 1$. В этом случае система уравнений (3) принимает следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{c}}{\partial \bar{t}} = \frac{1}{12}(1+k\omega) \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial \bar{y}^2}, \\ \frac{d\omega}{d\bar{t}} = \bar{A}(1-\omega)^{-n} \cdot f(\bar{c}_m(\bar{t})), \end{cases} \quad (5)$$

где: $\bar{c}_m(\bar{t})$ – безразмерная интегрально средняя концентрация среды в материале стержня:

$$\bar{c}_m(\bar{t}) = \int_0^1 \bar{c}(\bar{y}, \bar{t}) d\bar{y}. \quad (6)$$

Зависимость $\omega(\bar{t})$ при константах (4) изображена на рисунке 1 сплошной линией.

Время до разрушения в упрощённой постановке (5) больше времени \bar{t}^* , соответствующего системе уравнений (1), так как в последнем случае появление фронта разрушения приводит к уменьшению площади поперечного сечения и соответственно к ускорению процесса разрушения.

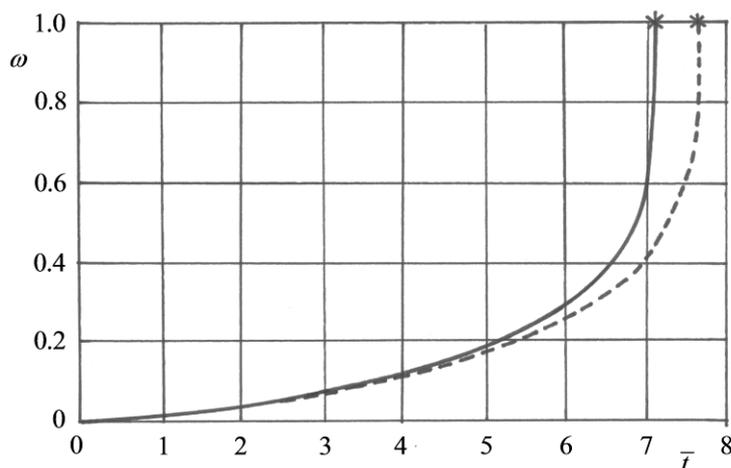


Рисунок 1. Зависимости $\omega(\bar{t})$ при постоянном и переменном коэффициентах диффузии

На рисунке 1 штриховой линией дополнительно приведена зависимость $\omega(t)$, соответствующая решению системы уравнений (5) при $k=0$. Сравнение двух кривых $\omega(t)$ при $k=0$ и $k=4$ подтверждает, что в связанной задаче ($k > 0$) коэффициент диффузии $D = D_0(1+k\omega)$ увеличивается с ростом повреждённости, поэтому уровень концентрации возрастает с большей скоростью, и время до разрушения уменьшается.

2. Ползучесть стержней в присутствии агрессивной среды при чистом изгибе вплоть до разрушения

Задачи установившейся ползучести стержней при чистом изгибе рассматриваются во многих работах, так как в этих задачах в относительно доступной форме можно проанализировать влияние неоднородного напряженного состояния на характеристики ползучести стержней. В отличие от большинства известных решений, в данной работе учитываются разнотелостеперность материала стержней при растяжении и сжатии, накопление поврежденности материала во времени и влияние агрессивной окружающей среды [5 – 7]. Еще одна особенность данной работы заключается в том, что в качестве характеристики установившейся ползучести материала здесь используется не общепринятая степенная модель, а дробно-степенная зависимость скорости ползучести \dot{p} от напряжения σ [8]:

$$\dot{p}(\sigma) = A \left[\frac{\sigma}{\sqrt{(\sigma_{b1} - \sigma) \cdot (\sigma - \sigma_{b2})}} \right]^n, \tag{7}$$

где: $\sigma_{b1} > 0$ и $-\sigma_{b2} > 0$ – пределы кратковременной прочности при растяжении и сжатии соответственно.

В п.п. 2.1 – 2.3 приведены решения ряда задач о ползучести стержней ширины b и толщины H_0 при чистом изгибе (изгибающий момент M) при использовании различных физических моделей. При этом во всех задачах учитываются только деформации ползучести и используется гипотеза плоских сечений. В п.п. 2.1 – 2.3 приведены все решения в безразмерных переменных (8):

$$\alpha = -\frac{\sigma_{b2}}{\sigma_{b1}}, \quad \bar{\sigma} = \frac{\sigma}{\sigma_{b1}}, \quad \bar{t} = t \cdot A, \quad \bar{M} = \frac{4}{bH_0^2\sigma_{b1}} \cdot M, \quad \frac{d\bar{\chi}}{d\bar{t}} = \frac{H_0}{2} \frac{d\chi}{dt}, \quad \bar{y} = \frac{2y}{H_0}, \tag{8}$$

где: $\dot{\chi}$ – скорость изменения кривизны стержня.

Гипотеза плоских сечений в переменных (8) имеет вид:

$$\frac{dp}{d\bar{t}} = \frac{d\bar{\chi}}{d\bar{t}} (\bar{y} - \bar{y}_0), \tag{9}$$

где: \bar{y}_0 – координата нейтральной поверхности, на которой отсутствуют напряжения.

2.1 Установившаяся ползучесть

Определяющее уравнение (7) при учете гипотезы плоских сечений (9) в безразмерных переменных (8) может быть преобразовано к следующему виду:

$$\left[\frac{\bar{\sigma}^2}{(1 - \bar{\sigma}) \cdot (\bar{\sigma} + \alpha)} \right] = \left[\frac{d\bar{\chi}}{d\bar{t}} \cdot (\bar{y} - \bar{y}_0) \right]^{2/n} = B(\bar{y}). \tag{10}$$

В результате выражения для напряжений $\bar{\sigma}_+$ (в зоне растяжения) и $\bar{\sigma}_-$ (в зоне сжатия) принимают следующий вид:

$$\bar{\sigma}_{+,-} = \frac{-B(\alpha - 1) \pm \sqrt{B^2(\alpha - 1)^2 + 4(1 + B)\alpha B}}{2 \cdot (1 + B)}. \tag{11}$$

Система уравнений равновесия в переменных (8) приводится к следующему виду:

$$\int_{-1}^{\bar{y}_0} (\bar{\sigma}_-) \cdot d\bar{y} + \int_{\bar{y}_0}^1 (\bar{\sigma}_+) \cdot d\bar{y} = 0; \quad \bar{M} = \int_{-1}^{\bar{y}_0} (\bar{\sigma}_-) \cdot \bar{y} d\bar{y} + \int_{\bar{y}_0}^1 (\bar{\sigma}_+) \cdot \bar{y} d\bar{y}. \tag{12}$$

Подставив выражения $\bar{\sigma}_+$ и $\bar{\sigma}_-$ из (11) в уравнения равновесия (12) и учитывая формулу (10) для $B(\bar{y})$, получим систему двух уравнений относительно \bar{y}_0 и $\dot{\bar{\chi}}$. На рис. 2 представлены полученные с помощью решения системы (12) эпюры напряжений $\bar{\sigma}(\bar{y})$ при

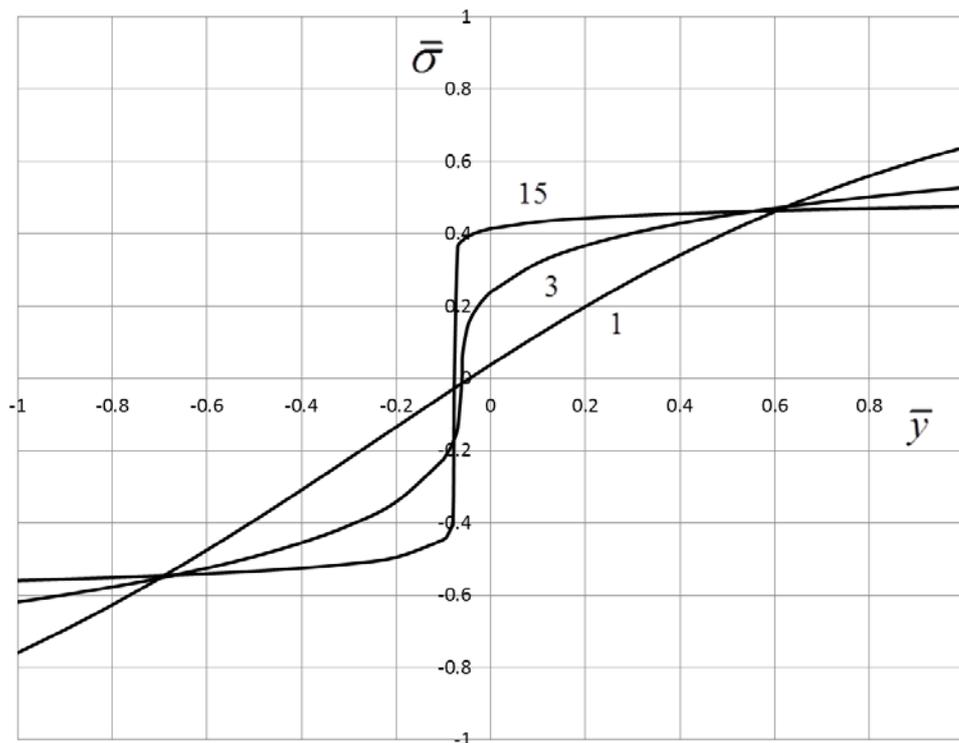


Рисунок 2. Эпюры напряжений в поперечном сечении стержня при различных значениях показателя n

2.2 Учет поврежденности материала

В этом случае зависимости скорости ползучести и скорости изменения сплошности ψ имеют следующий вид:

$$\frac{dp}{dt} = \begin{cases} \left[\frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{(1-\bar{\sigma}) \cdot (\alpha + \bar{\sigma})} \psi} \right]^n & \text{при } \bar{\sigma} > 0, \\ \left[\frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{(1-\bar{\sigma}) \cdot (\alpha + \bar{\sigma})}} \right]^n & \text{при } \bar{\sigma} \leq 0, \end{cases} \quad (13)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \begin{cases} -\bar{B} \left[\frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{(1-\bar{\sigma}) \cdot (\bar{\sigma} + \alpha)} \psi} \right]^m & \text{при } \bar{\sigma} > 0, \\ 0 & \text{при } \bar{\sigma} \leq 0. \end{cases}$$

Из первого уравнения (13) при $\bar{\sigma} > 0$ с учетом гипотезы плоских сечений (9) получим:

$$\left[\frac{\bar{\sigma}^2}{(1-\bar{\sigma}) \cdot (\alpha + \bar{\sigma}) \psi^2} \right]^{n/2} = C(\bar{y}, \bar{t}) \quad \text{при } \bar{\sigma} > 0, \quad C(\bar{y}, \bar{t}) = \left[\frac{d\bar{\chi}}{d\bar{t}} (\bar{y} - \bar{y}_0) \right]^{2/n}. \quad (14)$$

Отсюда безразмерные напряжения $\bar{\sigma}_{+,-}$ определяются по формуле:

$$\bar{\sigma}_{+,-} = \frac{-C\psi^2(\alpha - 1) \pm \sqrt{C^2\psi^4(\alpha - 1)^2 + 4(1 + C\psi^2)\alpha C\psi^2}}{2(1 + C\psi^2)}, \quad (15)$$

$$\psi = 1 \quad \text{для } \bar{\sigma}_- < 0.$$

Выпишем полную систему уравнений (12)-(13) с учетом (15):

$$\left\{ \begin{aligned} & \int_{-1}^{\bar{y}_0} \frac{-C(\alpha-1) - \sqrt{C^2(\alpha-1)^2 + 4(1+C)\alpha C}}{2(1+C)} d\bar{y} + \\ & + \int_{\bar{y}_0}^1 \frac{-C\psi^2(\alpha-1) + \sqrt{C^2\psi^4(\alpha-1)^2 + 4(1+C\psi^2)\alpha C\psi^2}}{2(1+C\psi^2)} d\bar{y} = 0, \\ & \bar{M} = \int_{-1}^{\bar{y}_0} \frac{-C(\alpha-1) - \sqrt{C^2(\alpha-1)^2 + 4(1+C)\alpha C}}{2(1+C)} \bar{y} d\bar{y} + \\ & + \int_{\bar{y}_0}^1 \frac{-C\psi^2(\alpha-1) + \sqrt{C^2\psi^4(\alpha-1)^2 + 4(1+C\psi^2)\alpha C\psi^2}}{2(1+C\psi^2)} \bar{y} d\bar{y}, \\ & \frac{d\psi^{m+1}}{d\bar{t}} = -(m+1)\bar{B} \left[\frac{\bar{\sigma}^2}{(1-\bar{\sigma})(\bar{\sigma}+\alpha)} \right]^{m/2}. \end{aligned} \right. \quad (16)$$

Таким образом, решение задачи об изгибе стержня сводится к решению системы интегро-дифференциальных уравнений (16) относительно неизвестных функций $\bar{y}_0(\bar{t})$, $\bar{\chi}(\bar{t})$, $\psi(\bar{y}, \bar{t})$ с начальными условиями $\bar{\chi}(0) = 0$ и $\psi(\bar{y}, 0) = 1$. Начальное значение $\bar{y}_0(0)$ совпадает со значением, полученным в аналогичной задаче при установившейся ползучести без учёта повреждённости (см. п. 2.1).

Решение системы уравнений (16) проводится по шагам до тех пор, когда на поверхностном, растянутом, самом ослабленном слое сплошность достигнет нулевого значения: $\psi(\bar{y} = 1, \bar{t}^*) = 0$ (повреждённость $\omega(\bar{y} = 1, \bar{t}^*) = 1$). В этот момент времени $\bar{t} = \bar{t}^*$ появляется фронт разрушения, который с течением времени начинает продвигаться вглубь стержня. Движение фронта разрушения описывается координатой $\bar{Y}(\bar{t})$. Интегрирование уравнений равновесия в растянутой зоне стержня проводится до этой координаты. Напряжения в стержне перераспределяются таким образом, что в неразрушенной части стержня сохраняется равновесие по внутренним усилиям (напряжениям). Расчёт проводится до того значения \bar{t}^* , при котором напряжения на внешних сторонах растянутой и сжатой зон достигнут соответствующих значений σ_{b1} и σ_{b2} . Этот момент времени $\bar{t} = \bar{t}^{**}$, соответствующий предельному напряжённому состоянию, является моментом разделения стержня на две части, т.е. разрушения стержня.

В качестве примера рассмотрим изгиб стержня при $\alpha = 1.5$, $m = n = 3$, $\bar{B} = 20$, $\bar{M} = 0.5$.

На основе полученного решения системы уравнений (16) и формул (15) построены зависимости повреждённости (рисунок 3) и эпюры распределения напряжений (рисунок 4) по поперечному сечению стержня при различных значениях \bar{t} ($\bar{t}_0 = 0$, $\bar{t}_1 = 0.1$, $\bar{t}_2 = 0.2$, $\bar{t}_3 = 0.21$, $\bar{t}_4 = \bar{t}^* = 0.2221$, $\bar{t}_5 = 0.222111$, $\bar{t}_6 = \bar{t}^{**} = 0.2221118$).

Условие продвижения фронта разрушения с поверхности вглубь стержня имеет вид $\omega(\bar{y} = \bar{Y}, \bar{t}) = 1$. Расчёты показали, что интервал времени продвижения фронта вплоть до разрушения составляет всего 0.006% от полного времени \bar{t}^{**} . Глубина проникновения фронта равна $\bar{Y}(\bar{t}^{**}) = 0.9$, что составляет 5 % от высоты стержня.

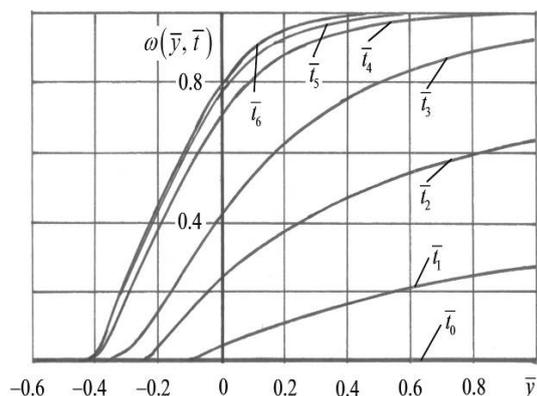


Рисунок 3. Зависимости поврежденности ω от координаты \bar{y} при разных значениях времени \bar{t} .

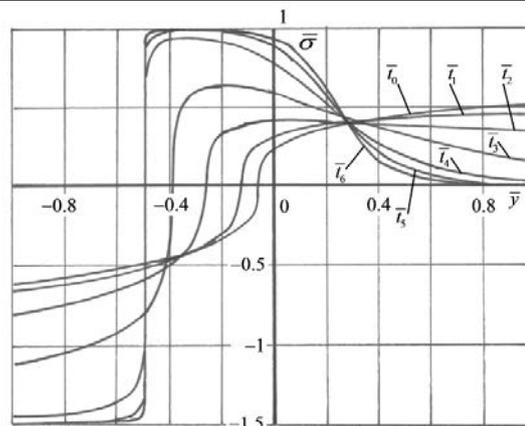


Рисунок 4. Эпюры напряжений в поперечном сечении стержня при различных значениях \bar{t} .

2.3 Дополнительное влияние агрессивной окружающей среды

Рассмотрим чистый изгиб при ползучести длинного стержня, имеющего форму поперечного сечения в виде тонкой полосы $b \times H_0$ ($H_0 \ll b$), с учётом влияния диффузии окружающей среды. Изгибающий момент, действующий на стержень, равен M . В качестве начального условия примем равенство концентрации агрессивной среды в материале стержня c нулю, а в качестве граничного условия на поверхности стержня примем $c(t) = c_0$.

Для решения уравнения диффузии используем приближённый метод решения, описанный в монографиях [2, 3]. В этом случае выражение для интегрально среднего уровня концентрации по поперечному сечению $c_m(t)$ имеет вид.

$$\bar{c}_m(\bar{t}) = \begin{cases} \frac{1}{3} \sqrt{\frac{\bar{t}}{\bar{t}_0}} & \text{при } \bar{t} \leq \bar{t}_0, \\ 1 - \frac{2}{3} \cdot \exp\left[\frac{1}{4}\left(1 - \frac{\bar{t}}{\bar{t}_0}\right)\right] & \text{при } \bar{t} > \bar{t}_0, \end{cases} \quad \bar{t}_0 = \frac{A \cdot H^2}{48D}, \quad (17)$$

где: $D_0 = \text{const}$ – коэффициент диффузии окружающей среды в материале стержня.

Гипотеза плоских сечений имеет вид (9). Смещение нейтральной поверхности изгибаемого стержня при ползучести происходит вследствие разносопротивляемости материала растяжению и сжатию, а также за счёт ослабления материала вследствие накопления поврежденности в процессе ползучести. В качестве определяющих и кинетических уравнений рассмотрим уравнения (13), дополненные зависимостями \dot{p} и $\dot{\omega}$ от интегрально средней концентрации среды c_m . В кинетическом уравнении используется параметр сплошности $\psi = 1 - \omega$ (ω – поврежденность).

Введём безразмерные переменные (8), кроме того, $\bar{c}_m = c_m / c_0$.

Систему определяющих и кинетических соотношений ползучести в безразмерном виде с учётом дробно-степенной функции [8] примем в виде:

$$\frac{dp}{dt} = \begin{cases} \left[\frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{(1-\bar{\sigma}) \cdot (\alpha + \bar{\sigma})} \cdot \psi} \right]^n \cdot (1 + \gamma_1 \bar{c}_m(\bar{t})) & \text{при } \bar{\sigma} > 0, \\ \left[\frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{(1-\bar{\sigma}) \cdot (\alpha + \bar{\sigma})} \right]^n \cdot (1 + \gamma_1 \bar{c}_m(\bar{t})) & \text{при } \bar{\sigma} \leq 0, \end{cases} \quad (18)$$

$$\frac{d\psi}{d\bar{t}} = \begin{cases} -\bar{B} \left[\frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{(1-\bar{\sigma}) \cdot (\alpha + \bar{\sigma}) \cdot \psi}} \right]^m \cdot (1 + \gamma_2 \bar{c}_m(\bar{t})) & \text{при } \bar{\sigma} > 0, \\ 0 & \text{при } \bar{\sigma} \leq 0. \end{cases} \quad (19)$$

В соотношениях (18) и (19) γ_1 и γ_2 – константы, характеризующие диффузионный процесс, \bar{B} , n и m – материальные константы.

Напряжённо-деформированное состояние изогнутого стержня в любой момент времени определяется осевыми напряжениями $\bar{\sigma} = \sigma(\bar{y})$ и осевыми деформациями ползучести $p = p(\bar{y}, \bar{t})$. Уравнения равновесия тонкой полосы в безразмерном виде имеют вид (12).

Согласно гипотезе плоских сечений (9), записанной в безразмерном виде, и соотношениям (18) имеем:

$$\left[\frac{\bar{\sigma}^2}{(1-\bar{\sigma}) \cdot (\alpha + \bar{\sigma}) \psi^2} \right]^{n/2} = C(\bar{y}, \bar{t}) \text{ при } \bar{\sigma} > 0, \quad C(\bar{y}, \bar{t}) = \left[\frac{d\bar{\chi}}{d\bar{t}} \cdot \frac{(\bar{y} - \bar{y}_0)}{(1 + \gamma_1 \bar{c}_m(\bar{t}))} \right]^{2/n}.$$

Таким образом, получим выражения для $\bar{\sigma}_-$ и $\bar{\sigma}_+$.

$$\bar{\sigma}_{+,-} = \frac{-C\psi^2(\alpha - 1) \pm \sqrt{C^2\psi^4(\alpha - 1)^2 + 4(1 + C\psi^2)\alpha C\psi^2}}{2(1 + C\psi^2)}, \quad \psi = 1 \text{ для } \bar{\sigma}_- < 0.$$

В результате преобразований соотношение (19) примет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{d(\psi^{m+1})}{d\bar{t}} = -\bar{B}(m+1) \left[\frac{\bar{\sigma}^2}{(1-\bar{\sigma}) \cdot (\bar{\sigma} + \alpha)} \right]^{m/2} \cdot (1 + \gamma_2 \bar{c}_m(\bar{t})) & \text{при } \bar{\sigma} > 0, \\ \frac{d\psi}{d\bar{t}} = 0 & \text{при } \bar{\sigma} \leq 0. \end{cases}$$

Решение задачи об изгибе стержня сводится к решению системы интегродифференциальных уравнений относительно неизвестных функций $\bar{y}_0(\bar{t})$, $\bar{\chi}(\bar{t})$, $\psi(\bar{y}, \bar{t})$ с начальными условиями $\bar{\chi}(0) = 0$ и $\psi(\bar{y}, 0) = 1$, начальное значение $\bar{y}_0(0)$ совпадает со значением, полученным в аналогичной задаче при установившейся ползучести без учёта повреждённости (см., например, [5]). Задача решается до того значения \bar{t}^* , при котором на растянутом поверхностном слое сплошность достигнет нулевого значения: $\psi(\bar{y} = 1, \bar{t}^*) = 0$ (т.е. повреждённость $\omega(\bar{y} = 1, \bar{t}^*) = 1$). В этот момент времени $\bar{t} = \bar{t}^*$ появляется фронт разрушения, который с течением времени продвигается вглубь стержня. Движение фронта разрушения характеризуется координатой $\bar{Y}(\bar{t})$. Интегрирование уравнений равновесия в растянутой зоне стержня проводится до этой координаты ($\bar{y} \leq \bar{Y}(\bar{t})$). Расчёты проводятся до того значения \bar{t}^{**} , при котором напряжения на внешних сторонах растянутой и сжатой зон достигнут соответствующих значений пределов прочности. Это значение времени $\bar{t} = \bar{t}^{**}$ определяет время разделения стержня на две части, т.е. разрушение стержня.

В качестве примера было проведено исследование ползучести стержня вплоть до разрушения при следующих значениях параметров $\bar{M} = 0.5$, $\bar{B} = 20$, $n = m = 3$, $\alpha = 1.5$, $\gamma_1 = 0.2$, $\gamma_2 = 0.8$. Вычисления показали, что присутствие агрессивной среды при данных значениях параметров приводит к уменьшению времени до разрушения стержня \bar{t}^{**} на 18%.

Выводы

Решение связанной задачи о длительной прочности растягиваемого стержня в агрессивной среде с учетом взаимной зависимости уровня концентрации среды в материале стержня и величины накапливаемой поврежденности показало уменьшение времени до разрушения по сравнению с решением задачи, когда отсутствует влияние накапливаемой поврежденности на изменение концентрации.

Получены решения задач при установившейся ползучести стержня при изгибе с учетом разносопротивляемости, при дополнительном учете накапливаемой поврежденности материала и при дополнительном учете влияния агрессивной среды. Определены значения времен до разрушения стержня в указанных условиях. Показано, что агрессивная окружающая среда приводит к уменьшению времени до разрушения рассматриваемых стержней.

Литература

1. Локощенко А.М. Ползучесть и длительная прочность металлов в агрессивных средах (обзор) // Физико-химическая механика материалов. 2001. № 4. С. 27–41.
2. Локощенко А.М. Ползучесть и длительная прочность металлов в агрессивных средах. – М.: Изд-во Московского университета, 2000. – 178 с.
3. Локощенко А.М. Моделирование процесса ползучести и длительной прочности металлов. – М.: Моск. гос. индустр. ун-т, 2007. 264 с.
4. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. М. Наука. 1966. 752 с.
5. Локощенко А.М., Агахи К.А., Фомин Л.В. Чистый изгиб балки в условиях ползучести из разносопротивляющегося материала // Вестн. Самарского гос. техн. ун-та. Сер. Физ.- мат. науки. 2012. № 1(26). С. 66–73.
6. Локощенко А.М., Агахи К.А., Фомин Л.В. Изгиб балки при ползучести с учетом поврежденности и разносопротивляемости материала. // Машиностроение и инженерное образование. 2012. № 3. С. 29–35.
7. Локощенко А.М., Агахи К.А., Фомин Л.В. Ползучесть балок при изгибе в агрессивных средах // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2013. № 4. С. 7–75.
8. ISSN 1052-6188, Journal of Machinery Manufacture and Reliability, 2013, Vol. 42, No. 4, pp. 319-324. ©Allerton Press, Inc., 2013, Original Russian Text ©А.М. Lokoshchenko, К.А. Agakhi, L.V. Fomin, 2013, published in Problemy Mashinostroeniya i Nadezhnosity Mashin, 2013, No. 4, pp. 70-75 Bending Creep of Beams in Aggressive Media DOI: 10.3103/S1052618813040079. (Scopus).
9. Шестериков С.А., Юмашева М.А. Конкретизация уравнения состояния в теории ползучести // Механика твердого тела. 1984. № 1. С. 86–91.