## Концепция осреднения напряжений в проблемах двухпараметрической механики разрушения

д.т.н. проф. Матвиенко Ю.Г.

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения им А.А. Благонравова (ИМАШ РАН) 8(499) 135-12-04, ygmatvienko@gmail.com

Аннотация. Проиллюстрировано применение концепции Нейбера-Новожилова осреднения напряжений перед вершиной трещины/выреза при решении современных проблем двухпараметрической механики разрушения, направленных на создание моделей и критериев предельного состояния тел и поиска траектории трещины. В качестве параметров стеснения деформаций в окрестности вершины трещины использованы несингулярные компоненты Т-напряжений поля напряжений.

<u>Ключевые слова</u>: двухпараметрическая механика разрушения, траектория трещины, надрез, несингулятные *Т*-напряжения.

Современные исследования показывают, что для расширения рамок применимости классической механики разрушения в модели и критерии разрушения необходимо введение дополнительных параметров, более полно характеризующих напряженно-деформированное состояние и отражающих локальное стеснение деформаций (или трехосность напряженного состояния) в окрестности вершины трещины.

Вышеотмеченные представления приводят к формированию так называемой двухпараметрической механики разрушения, учитывающей в анализе напряженно-деформированного состояния не только сингулярную компоненту поля напряжений, но и несингулярную компоненту как параметр локального стеснения деформаций у вершины трещины [1 - 11]. В качестве параметров локального стеснения деформаций в окрестности вершины трещины (надреза) могут быть использованы несингулярные компоненты Т-напряжений, Q и  $T_z$  параметры, параметр трехосности h и другие. Заметим, что между некоторыми параметрами трехосности напряженного состояния у вершины трещины существует аналитическая связь.

Таким образом, становится очевидным необходимость уточнения моделей и критериев механики разрушения, базовых уравнений и методов расчета на прочность поврежденных трещинами или надрезами критически важных элементов машин и конструкций с учетом двухпараметрического представления напряженно-деформированного состояния в окрестности вершины трещины.

Приведем некоторые результаты по созданию моделей и критериев двухпараметрической механики разрушения на основе концепции осреднения напряжений Нейбера-Новожилова, полученные в Институте машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, а также в рамках сотрудничества с ведущими зарубежными и российскими научными центрами.

Использование критерия осреднения нормальных напряжений в зоне предразрушения перед вершиной U-образного выреза в современной трактовке позволило сформулировать критерий разрушения и предложить критериальное уравнение обобщенной диаграммы трещиностойкости (failure assessment diagram - FAD) в следующем виде [1, 2, 8]

$$K_{notch} = K_{Nmat} \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_C}{\sigma_0}\right)^2} .$$
 (1)

Здесь  $K_{notch}$  – коэффициент интенсивности напряжений в вершине U-образного выреза в условиях нормального отрыва,  $\sigma_0$  – локальная прочность материала, названная в более ранних работах автора когезионной прочностью,  $\sigma_C$  – приложенные разрушающие напряжения. Вязкость разрушения при наличии выреза  $K_{Nmat}$  определятся по формуле:

$$K_{Nmat} = K_{mat} \left[ 1 - \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_C} \right)^2 \frac{1}{K_t^2} \right]^{-1/2}, \qquad (2)$$

где:  $K_{mat}$  – вязкость разрушения в условиях максимального стеснения деформаций в вершине трещины.

В качестве локальной прочности  $\sigma_0$  материала у вершины трещины (разреза) приняты главные напряжения  $\sigma_1$ , которые могут быть представлены из критерия Мизеса в виде:

$$\sigma_{0} = -\frac{T}{2} + \sigma_{T} \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{T}{\sigma_{T}}\right)^{2} - \frac{\left(1 + \nu^{2} - \nu\right) \left(T / \sigma_{T}\right)^{2} - 1}{\left(1 - 2\nu\right)^{2}}}$$
(3)

для плоской деформации и

$$\sigma_0 = -\frac{T}{2} + \sigma_T \sqrt{1 - \frac{3}{4} \left(\frac{T}{\sigma_T}\right)^2} \tag{4}$$

для плоского напряженного состояния, где  $\sigma_{T}$  - предел текучести.

Здесь и далее, упрощая процедуру записи, под *T*-напряжениями будем понимать  $T_{xx}$ напряжения. Безусловно, в этих формулах под *T* -напряжениями следует понимать их критические значения, соответствующие состоянию разрушения тела с трещиной. В случае тел конечных размеров и различных схем нагружения для оценки *T*-напряжений вводится безразмерный параметр двухосности  $\beta$ . Параметр  $\beta$  может рассматриваться как мера стеснения деформаций в зоне предразрушения у вершины трещины. Параметр двухосности  $\beta$  табулирован, а также представлен в виде графиков для тел разной геометрии и схемы нагружения [2].

В критериальном уравнении (1) обобщенной диаграммы трещиностойкости степень стеснения деформаций представлена параметром локальной двухосности  $\beta(l/B) = T/\sigma_c$ , основанном на учете несингулярной составляющей (*T*-напряжения) в распределении напряжений у вершины трещины, введенной в формулу для локальной прочности, и теоретическом коэффициенте концентрации напряжений  $K_t$  в вершине выреза согласно формуле (2). При этом полагаем, что изменение степени стеснения деформаций в зоне предразрушения у вершины выреза обусловлено двумя независимыми факторами: конечностью радиуса скругления вершины выреза и несингулярной составляющей напряжений. Рассматривая трещину как специальный случай выреза ( $K_t \rightarrow \infty$ ), вязкость разрушения  $K_{Nmat}$  переходит в вязкость разрушения при наличии трещины  $K_{mat}$  и  $K_{notch}$  переходит в коэффициент интенсивности напряжений тела с трещиной. Становится справедливым критериальное уравнение для тела с трещиной. Различие этих двух случаев (вырез или трещина) обусловлено лишь различием в вычислении вязкости разрушения и положением соответствующей отображающей точки на обобщенной диаграмме трещиностойкости.

Достоверность критериального уравнения (1) обобщенной диаграммы трещиностойкости обсуждена на примере анализа результатов испытаний одноосно нагруженных тонких пластин с центральными сквозными трещинами [5]. Анализ экспериментальной зависимости  $\sigma_c - a$  и экспериментальных значений критических коэффициентов  $K_I$  для тонких пластин алюминиевых сплавов Д16Т-1, В-95 и АКЧ-1 с центральными сквозными трещинами в условиях одноосного растяжения позволил сделать вывод о незначительном различии расчетных значений вязкости разрушения  $K_{mat}$  по предлагаемой методике и методике SINTAP. Приведенные данные [5] подтверждают достоверность предложенного критериального уравнения (1) диаграммы трещиностойкости и скорректированной вязкости разрушения, по крайней мере в случае одноосного растяжения.

Альтернативный подход к учету несингулярных *T*-напряжений в механике разрушения тел с вырезами может быть основан на установлении зависимости вязкости разрушения от эффективных *T*-напряжений [6]. Конечно-элементный анализ показывает, что *T*-напряжения перед вершиной выреза не являются постоянными (рисунок 1). Вводится понятие эффектив-

ных *T*-напряжений  $T_{eff} = \frac{1}{X_{eff}} \int_{0}^{X_{eff}} T_{xx}(r) \Phi(r) dr$ , определяемых посредством осреднения *T*-

напряжений перед вершиной выреза в зоне предразрушения, характеризуемой эффективным размером  $X_{e\!f\!f}$  .



Рисунок 1. Распределение *Т*-напряжений перед вершиной надреза на линии его продолжения (трубная сталь API X52)

Эффективное расстояние  $X_{eff}$  соответствует минимуму градиента растягивающих напряжений перед вершиной выреза и определяется методом конечных элементов. Критический коэффициент интенсивности напряжений в вершине выреза представляют в виде

$$K_{Nmat} = \sigma_{eff} \sqrt{2\pi X_{eff}} , \qquad (5)$$

где:  $\sigma_{eff}$  – критические эффективные напряжения перед вершиной выреза на линии его продолжения, рассчитываемые аналогично  $T_{eff}$ .

Корректность расчетной модели определения эффективных *Т*-напряжений и вязкости разрушения *К*<sub>Nmat</sub> подтверждена результатами экспериментов с использованием тензометрического метода [6].

Исследования влияния критических эффективных Т-напряжений на вязкость разрушения  $K_{Nmat}$  для трубной стали выполнены по экспериментально установленным разрушающим нагрузкам для следующих типов образцов с надрезами различной относительной длины a/W и радиуса вершины 0.25 мм: компактного образца, образца с краевым надрезом в условиях растяжения, ДКБ-образца и нестандартного арочного образца в условиях изгиба. Распределение *T*-напряжений перед вершиной выреза на линии его продолжения определяли как  $T = (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})_{\theta=0}$ . Рассчитанные эффективные *T*-напряжения изменялись в диапазоне  $-0.8\sigma_T \leq T_{eff} \leq +0.2\sigma_T$ .

Базовая зависимость (мастер кривая)  $K_{Nmat} = f(T_{eff})$  для данной геометрии надреза и материала приведена на рисунке 2. В отличие от уравнения (2) вязкости разрушения при наличии выреза, функционально объединяющем эффекты концентрации напряжений и несингулярных *T*-напряжений, мастер-кривая предполагает раздельный анализ этих эффектов.



Рисунок 2. Экспериментальные значения вязкости разрушения  $K_{Nmat}$  и «мастеркривая»  $K_{Nmat} = f(T_{eff})$  трубной стали API X52: 1 – компактный образец (a/W =0.3; 0.5), 2 – образец с краевым надрезом в условиях растяжения (a/W =0.5), 3 – нестандартный арочный образец в условиях изгиба (a/W =0.4; 0.5; 0.6), 4 – ДКБ-образец (a/W =0.5)

В настоящее время для описания хрупкого разрушения и траектории трещины в хрупких материалах привлекают различные критерии механики хрупкого разрушения. Следует отметить, что, как правило, отмеченные критериальные подходы учитывают влияние только коэффициентов интенсивности напряжений трещины нормального отрыва  $K_1$  и поперечного сдвига  $K_{II}$ . В рамках двухпараметрической механики разрушения предложен модифицированный критерий максимальных тангенциальных напряжений [8, 12, 13], учитывающий влияние несингулярных компонентов напряжения (*T*-напряжений) у вершины трещины.

Рассмотрим возможность применения критерия максимальных осредненных тангенциальных напряжений в окрестности вершины трещины для поиска траектории поверхностной трещины смешанного типа при действии контактных нагрузок в условиях трения скольжения и наличия смазочного материала [14]. Постулируется, что рост трещины начинается вдоль радиуса ее скругленной вершины перпендикулярно действию максимальных тангенциальных напряжений  $\sigma_{\theta\theta}$ . Учитывая уравнение для тангенциальных уравнений в окрестности вершины трещины смешанного типа (I и II) и усредняя их по зоне процесса разрушения, получаем критерий максимальных осредненных тангенциальных напряжений для определения направления роста наклонной трещины в условиях контактных нагрузок и давления смазочного материала на поверхности трещины в виде:

$$\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} = K_I \sin \theta + K_{II} (3\cos \theta_0 - 1) + \frac{4}{3} \sqrt{2\pi d} \sigma_{xy}^c \frac{\cos 2\theta_0}{\cos \frac{\theta_0}{2}} - \frac{8}{3} (T - \sigma_{yy}^c) \sqrt{2\pi d} \cos \theta_0 \sin \frac{\theta_0}{2} = 0, (6)$$

где:  $\theta_0$  – угол, характеризующий направление роста трещины относительно исходной ее ориентации,  $\sigma_{xy}^c$  и  $\sigma_{yy}^c$  – касательные и нормальные напряжения в окрестности трещины, вызванные контактным давлением на поверхность трещины, в частности, давлением смазывающего материала, d – размер зоны процесса разрушения в окрестности вершины трещины, который для каждого прироста трещины рассчитывается из условия  $\overline{\sigma}_{\theta\theta} = \sigma_0$  и  $\theta = 0^o$ , т.е.

$$T \cdot \sin^{2}(\theta_{0}) - \sigma_{xy}^{c} \cdot \sin(2 \cdot \theta_{0}) + \sigma_{yy}^{c} \cdot \cos^{2}(\theta_{0}) + \cos\left(\frac{\theta_{0}}{2}\right) \cdot \left[K_{I} \cdot \cos^{2}\left(\frac{\theta_{0}}{2}\right) - \frac{3}{2} \cdot K_{II} \cdot \sin(\theta_{0})\right] \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi d}} = \sigma_{0} \cdot (7)$$

Здесь  $\sigma_0$  – предельные локальные напряжения, действующие в зоне процесса разрушения.

Рассмотрим модель распространения наклонной поверхностной трещины в условиях воздействия контактных нагрузок на примере шестеренки [14]. Реальная геометрия зубцов шестеренок может быть представлена в виде модели, состоящей из пары подобных контактирующих цилиндров с радиусами, соответствующими радиусам искривления исследуемых элементов. В дальнейшем эти цилиндры заменяют подобными цилиндрами, для которых нормальное распределение контактного давления p(x) выражается с помощью известных аналитических уравнений.

Для изучения влияния контактной нагрузки на направление роста поверхностной трещины рассматриваются четыре возможных варианта положения зоны контакта, создающих различное напряженное состояние в окрестности вершины трещины (рис. 3). Во всех вариантах распределения нормальных p(x) и тангенциальных q(x) контактных нагрузок одинаковы для различных положений зоны контакта по отношению к краям трещины.

Использованы следующие данные для расчета направления роста наклонной трещины начальной длины 20 мкм с углом наклона  $\beta = 20^{\circ}$ : максимальная величина давления, размер пятна контакта, предел текучести, коэффициенты интенсивности напряжения нормального отрыва и поперечного сдвига и *T*-напряжения.



Рисунок 3. Моделирование движущейся зоны контакта в окрестности наклонной трещины



Рисунок 4. Зависимость угла распространения трещины  $\theta_0$  от положения пятна контакта  $x_0/b$  для различных значений коэффициента трения  $\mu$ 

Увеличение трения приводит к некоторому росту угла распространения трещины лишь при положении зоны контакта  $x_0/b=0,93$ . Значительное влияние на направление распространения трещины оказывает положение зоны контакта относительно трещины (рисунок 4). Максимальный угол  $\theta_0$  наблюдается при достижении зоной контакта устья трещины. Дальнейшее перекрытие зоной контакта устья трещины приводит к уменьшению угла распро-

## странения трещины относительно исходной ориентации трещины.

Такая тенденция угла распространения трещины связана прежде всего со значительным уменьшением несингулярных T-напряжений и коэффициента интенсивности напряжений поперечного сдвига  $K_{II}$  при незначительном изменении коэффициента интенсивности напряжений нормального отрыва  $K_{II}$ .

Таким образом, концепция осреднения напряжений перед вершиной трещины/выреза оказывается весьма эффективной при создании моделей и критериев двухпараметрической механики разрушения, позволяющей прогнозировать критическое состояние тела с трещиной или вырезом, а также траекторию трещины в условиях комбинированного нагружения.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 14-08-00531).

## Литература

- 1. Матвиенко Ю.Г. Тенденции нелинейной механики разрушения в проблемах машиностроения. – М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2015, 56 с.
- 2. Матвиенко Ю.Г. Модели и критерии механики разрушения. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006, 328 с.
- 3. Матвиенко Ю.Г. Моделирование и критерии разрушения в современных проблемах прочности, живучести и безопасности машин. Проблемы машиностроения и надежности машин. 2014. №3. С. 80-89.
- 4. Матвиенко Ю.Г., Починков Р.А. Влияние несингулярных компонентов Т-напряжений на зоны пластической деформации у вершины трещины нормального отрыва. Деформация и разрушение материалов. 2012. № 3. С. 6-14.
- 5. Матвиенко Ю.Г. Диаграммы трещиностойкости в связи со стеснением деформаций у вершины трещины и выреза. Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2008. № 10. С. 55-60.
- 6. Meliani H.M., Matvienko Yu.G., Pluvinage G. Two-parameter fracture criterion  $(K_{\rho,c}-T_{ef,c})$  based on notch fracture mechanics. International Journal of Fracture. 2011. Vol. 167. P. 173-182.
- 7. Matvienko, Yu.G., Shlyannikov, V.N., Boychenko, N.V. In-plane and out-of-plane constraint parameters along a three-dimensional crack-front stress field under creep loading. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures. 2013. Vol. 36. P. 14-24.
- 8. Матвиенко Ю.Г. Двухпараметрическая механика разрушения в современных проблемах прочности. Проблемы машиностроения и надежности машин. 2013. №5. С. 37-46.
- 9. Meliani H.M., Azari Z., Pluvinage G., Matvienko Yu.G. The effective T-stress estimation and crack paths emanating from U-notches. Engineering Fracture Mechanics. 2010. Vol. 77. P. 1682-1692.
- 10. Матвиенко Ю.Г. Два подхода к учету несингулярных Т-напряжений в критериях механики разрушения тел с вырезами. Проблемы машиностроения и надежности машин. 2011. № 5. С. 104-110.
- 11. Матвиенко Ю.Г. Несингулярные Т-напряжения в проблемах двухпараметрической механики разрушения. Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2012. № 2. С. 51-58.
- 12. Матвиенко Ю.Г., Бубнов М.А., Нестеренко Г.И. Осреднение напряжений в поиске траектории трещины. Вестник научно-технического развития. 2011. № 12 (52). С. 19-24.
- 13. Matvienko Yu.G. Maximum average tangential stress criterion for prediction of the crack path. International Journal of Fracture. 2012. Vol. 176. P. 113-118.
- 14. Семенова М. М., Матвиенко Ю. Г. Прогнозирование траектории поверхностной трещины при контактном нагружении в условиях трения скольжения. Машиностроение и инженерное образование. 2014. № 2. С. 47-52.