# Неустойчивость Релея-Тейлора при высокоскоростном соударении металлических пластин

Фортова С.В.<sup>1</sup>, Сон Э.Е.<sup>2</sup>, Долуденко А.Н.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Институт автоматизации и проектирования РАН. <sup>2</sup> Объединенный институт высоких температур РАН.

Аннотация. На основе численного моделирования исследуются динамические процессы, происходящие при высокоскоростном ударе двух металлических пластин. Расчеты показали наличие неустойчивости Релея-Тейлора, развивающейся на границе соударения металлов. Дана сравнительная характеристика процессов деформации границы металлов в плоском и пространственном случаях при расчетах с различными уравнениями состояния вещества.

<u>Ключевые слова:</u> неустойчивость Релея-Тейлора, высокоскоростное соударение металлов, математическое моделирование, пакеты прикладных программ.

#### Введение

Проблема упрочнения и сварки взрывом на данный момент является актуальной задачей при получении прочных биметаллических соединений. Сварка взрывом представляет собой процесс получения соединения металлов под действием энергии, выделяющейся при взрыве заряда взрывчатого вещества (ВВ) [1]. Данный процесс сопровождается сложными динамическими эффектами, которые являются предметом многих экспериментальных и численных исследований [2 – 6]. На примере высокоскоростного соударения свинцовой пластины с пластинами из других металлов в работе [2] экспериментально исследованы особенности процессов, происходящих в приграничных слоях соударяемых пластин.





Схематически данный эксперимент выглядит следующим образом [2] (рисунок 1). На неподвижную стальную пластину (1) скользящей детонационной волной метается свинцовая пластина (2). При этом свинцовая пластина разворачивается продуктами детонации на угол α, приобретает скорость порядка нескольких сотен метров в секунду и соударяется под нулевым углом с неподвижной пластиной. В течение некоторого времени (порядка 10 мкс) после удара металлы находятся в псевдожидком состоянии и способны деформироваться.



# Рисунок 2. А) Кратеровидные образования на стальной пластине. Б) Схематичное изображение выплеска

Доказательством этого факта является исследование поверхности стальной пластины,

на поверхности которой были обнаружены кратерообразные выплески (рисунок 2) в сторону свинцовой пластины. Объяснение наличия таких выплесков было дано из предположения о развитии неустойчивости Релея-Тейлора в приграничных слоях пластин [2]. Данный вид неустойчивости действительно может реализовываться в волне разрежения, приходящей на границу раздела пластин со стороны свободной поверхности свинца, так как при этом возникает ускорение границы раздела в вертикальном направлении в сторону стальной пластины.

Отметим, что исследуемый процесс соударения является сложным явлением, происходящим при высоких температурах и давлениях, и может быть исследован при помощи численного моделирования. К настоящему времени предложено большое количество разных моделей данного процесса [5]. Так, например, в ряде исследований среда рассматривается как жидкость, либо идеальная, либо обладающая некоторыми реальными физическими свойствами, такими как вязкость, поверхностное натяжение, сжимаемость [6]. В других моделях учитываются упругие и прочностные свойства среды. В данной работе для численного моделирования процессов, происходящих при высокоскоростном столкновении металлов, применяется численная методика, основанная на решении системы уравнений Эйлера и учитывающая различные уравнения состояния вещества.

#### Постановка задачи

#### 1. Начальные и граничные условия

В качестве основного варианта для исследования выбран случай столкновения пластины из свинца плотностью  $\rho = 11340 \kappa c/m^3$ , толщиной 0,02 м, с пластиной из стали плотностью  $\rho = 7900 \kappa c/m^3$ , толщиной 0,02 м, при вертикальной скорости метания свинцовой пластины w = 500 м/с. В качестве начального возмущения было выбрано точечное возмущение скорости на поверхности свинцовой пластины:  $\mathbf{V} = (u, v, w) = 500$  м/с. Давление в начальный момент времени равнялось  $P = 10^{12} \Pi a$ , ускорение  $g = 10^7 m/c^2 и$  направлено в сторону менее плотного металла. В качестве расчетной области был выбран прямоугольный параллелепипед размером  $0.02m^3$ . Граничные условия на верхней поверхности свинцовой пластины и нижней поверхности стальной пластины – условия стенки. На боковых поверхностях выбраны условия периодичности.

# 2. Физические модели: уравнения состояния идеального газа, баротропное и широкодиапазонное

В качестве первого приближения к описанию экспериментальной картины принята модель идеального газа с показателем адиабаты  $\gamma = 5.3$  [7].

В качестве второго приближения используется баротропное уравнение состояния вещества в приближении упругого твердого тела:

$$P = P_0 + E \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}$$
, где  $E$  – модуль Юнга.

В качестве третьего приближения используется широкодиапазонное УРС [8] в форме Ми-Грюнайзена, хорошо описывающее твердые вещества при высоких давлениях и учитывающее переход к жидкой фазе. Оно задано в аналитическом виде:

$$P=P(\rho,e).$$

Рассматриваемая в дальнейшем физическая модель следует из предположения об определяющей роли в наблюдаемом явлении направленных потоков массы, импульса, энергии, возникающих после взаимодействия сталкивающихся пластин. Исходной для построения численных схем расчета является полная система уравнений Эйлера, записанная в декартовых координатах в дивергентной форме [7]. Это уравнения для плотности среды:

$$\frac{\partial(\rho)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{V}) = 0$$

уравнения для трех компонент плотности импульса:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho u \mathbf{V}) = -\frac{\partial P}{\partial x},$$
$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho v \mathbf{V}) = -\frac{\partial P}{\partial y},$$
$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho w \mathbf{V}) = -\frac{\partial P}{\partial z} - \rho g$$

и уравнение для плотности полной энергии:

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \operatorname{div}((\rho E + P)\mathbf{V}) = -\rho g w.$$

Здесь *t* – время, (*x*, *y*, *z*) – координаты; **V** = (*u*, *v*, *w*) – вектор скорости;  $\rho = \rho_1 + \rho_2$  – суммарная плотность металлов верхней и нижней пластин; g – ускорение,  $E = e + V^2/2$  – удельная полная энергия и *e* – удельная внутренняя энергия.

#### 3. Численная методика. Пакет Прикладных Программ Turbo Problem Solver

Используемая в данных исследованиях система уравнений Эйлера представляет собой гиперболическую систему уравнений [9, 10]. Основными представителями уравнений гиперболического типа являются: уравнения гидро- и аэродинамики, акустики, упругости, магнитной гидродинамики, уравнения "мелкой воды" и другие. Характерное свойство гиперболичности заключается в возможности расщепить локально в каждой точке пространства систему *N*-го порядка на *N* независимых уравнений в характеристических переменных [11]. Данное свойство системы помогает объединить многие задачи газодинамики для единообразного численного решения.

Запишем систему уравнений в частных производных гиперболического типа:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + A \,\frac{\partial Q}{\partial x} + B \,\frac{\partial Q}{\partial y} + C \,\frac{\partial Q}{\partial z} = G,\tag{1}$$

где: Q – вектор основных расчетных переменных, x,y,z – любые независимые координаты в области, A, B, C – матрицы Якоби-функций, определяющих потоки Q по каждому координатному направлению.

К данной системе логично применить метод расщепления по физическим процессам и пространственным переменным [11]. Метод заключается в последовательном вычислении влияния каждого из потоков при условии, что все остальные потоки отсутствуют или заморожены. При этом решение системы гиперболических уравнений сводится при переходе к характеристическим переменным к решению нескольких уравнений переноса.

Предположим, необходимо решить систему уравнений  $\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = 0$ . Система может

быть записана в виде 
$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial x} = 0$$
, где  $\mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{Q}}$  – матрица Якоби.

Зафиксировав матрицу **A** в каждой точке и решая в каждой точке систему линейных уравнений с частными производными, мы получим аппроксимацию исходного уравнения. Поскольку система уравнений является гиперболической, то матрицу **A** заменой координат можно привести к диагональному виду. Аналогичная процедура применяется к матрицам **B** и **C**. Таким образом, система распадается на *N* линейных уравнений переноса, каждое из которых соответствует своей характеристике. Уравнение переноса  $f_t + \lambda f_x = 0$  может решаться различными методами, в числе которых укажем группу приближенных римановских методов

# [15] и группу гибридных методов [16].

Общим свойством всех рассматриваемых методов является то, что они могут быть записаны в консервативном виде, представляющим конечно- разностную аппроксимацию уравнения переноса:  $f_i^{n+1} = f_i^n - \frac{\tau}{h} (\lambda f_{i+1/2} - \lambda f_{i-1/2})$ , где вычисление потока  $F_{i+1/2} = \lambda f_{i+1/2}$  зависит от метода. Шаг по времени  $\tau$  выбирается из условия Куранта  $\frac{\tau}{h} |\lambda| = C < 1$  равномерно по всем характеристикам. Далее для решения уравнения переноса могут использоваться различные численные схемы. Наиболее эффективными численными схемами для исследований, проведенных в данной работе, являются монотонная гибридная схема второго порядка, схема Мак-Кормака и Метод крупных частиц.

Основываясь на описанной методике, был создан пакет прикладных программ **Turbo Problem Solver (TPS)** [12], в котором реализован обобщенный подход к построению программ для численного моделирования задач, описываемых уравнениями гиперболического типа. Подход основан на использовании независимых программных блоков, реализующих различные части расчетной методики. В рамках одного формализма пакет позволяет решать задачи, описывающие разные физические процессы. Для их решения пакет предоставляет пользователю различные численные схемы и программные блоки, содержащие специфические для задачи начальные, граничные условия и массовые силы. С помощью данного пакета были численно исследованы проблема неустойчивости Релея-Тейлора, задача о сдвиговом слое и задача Колмогорова о формировании течения типа «паркет» [13, 14]. Результаты, представленные в данной работе, также получены с использованием **Turbo Problem Solver** (**TPS**).

#### Результаты

Рассмотрим процессы, происходящие в металлах при высокоскоростном соударении. После удара от контактной границы отходят две ударные волны, которые после отражения возвращаются к контактной границе. Ударная волна в свинце, отражаясь от свободной границы, переходит в волну разгрузки. Ударная волна в стальном образце остается ударной волной, пока образец прижат к твердой стенке. Из экспериментов следует, что главную роль в данном процессе играет волна разгрузки, отраженная от свободной поверхности свинцовой пластины. Эта волна, проходя через контактную границу, создает внешнее непостоянное ускорение. При высокой скорости удара металлы в области контактной границы некоторое время, порядка нескольких микросекунд, находятся в упруго-пластическом состоянии. На контактной границе при этом развивается неустойчивость Релея-Тейлора.

Приведем ряд закономерностей в метании свинцовой пластины на стальную со скоростью 500 м/с, полученных в натурном эксперименте и подтвержденных нашим численным исследованием:

- 1. Изменение толщины стальной пластины, создание возмущений на ее свободной поверхности практически не влияет на рост неустойчивости на границе раздела пластин при сохранении толщины свинцовой пластины.
- 2. Увеличение толщины свинцовой пластины при сохранении скорости метания ведет к росту длины волны возмущений на границе соударения.
- 3. Развитие неустойчивости на границе раздела при соударении пластин характеризуется выплесками металла из ударяемой пластины в сторону свинца.

Рассмотрим более подробно данные процессы.

#### 1. Широкодиапазонное уравнение состояния. 1D

Анализ одномерного варианта соударения двух пластин с учетом широкодиапазонных уравнений состояния, описывающих состояние металлов при высоких давлениях и учитывающих переход к жидкой фазе, показывает процесс образования и распространения ударных волн в соответствии с экспериментом [2]. Свинцовый образец толщиной 2 мм налетает на

стальной образец толщиной 3 мм со скоростью 500 м/с. На рисунке 3 показаны отошедшие ударные волны в момент времени 0,3 мкс и 0,6 мкс. В легком металле ударная волна распространяется быстрее. К моменту времени 0,81 мкс (рисунок 4) волна сжатия в свинце достигает свободной границы. Ударная волна в стальном образце движется к контактному разрыву. Далее волна сжатия в свинце отражается от свободной границы и переходит в волну разгрузки, движущуюся к контактному разрыву. Время прихода волны сжатия до свободной поверхности свинца 0.8 мкс. Время прихода первой волны разгрузки к контактной границе 1.4 мкс. По предположению Яковлева [2], именно волна разгрузки и вызывает развитие РТН на поверхностях соударяемых металлов.



Рисунок 3. Широкодиапазонные УРС, 1D, отошедшие ударные волны



Рисунок 4. Широкодиапазонные УРС, 1D, отраженная ударная волна, волна разгрузки

#### 2. Уравнение состояния идеального газа. 3D

В трехмерной постановке в случае расчета по уравнениям состояния идеального газа при точечном возмущении в центре одной из пластин при численном моделировании обнаружен выплеск в сторону свинцовой пластины со стороны стальной. Форма выплеска соответствует наблюдаемой в эксперименте кратеровидной структуре [2]. На рисунке 5 изображена изоповерхность плотности в момент времени t = 5 мкс после соударения. Сверху расположена свинцовая пластина, снизу стальная. Ускорение направлено от свинца к стали. Высота выплеска равняется 0,05 мм.

# 3. Баротропное уравнение состояния. 3D, 2D

В трехмерной постановке в случае расчета по баротропным уравнениям состояния вещества так же наблюдается выплеск в сторону свинцовой пластины со стороны стальной. Форма выплеска соответствует наблюдаемой в эксперименте кратеровидной структуре [2]. На рисунке 6 изображены изоповерхность плотности в момент времени t = 5 мкс после соударения. Высота выплеска равняется 0,05 мм, что соответствует расчету по идеальному уравнению состояния. Отметим, что время расчетов по уравнениям состояния идеального газа значительно меньше, чем с использованием баротропного уравнения. При этом результаты расчетов совпадают в значительной степени. Это позволяет использовать идеальные уравнения состояния для предсказания эффектов соударения в случае, когда требуется быстро получить общую картину процесса. Более точные результаты впоследствии можно получать по баротропным или широкодиапазонным уравнениям.



Рисунок 5. Изоповерхность плотности и поперечный срез в 3D. Выплеск в сторону свинцовой пластины. Расчет по уравнениям состояния идеального газа



Рисунок 6. Изоповерхность плотности и поперечный срез в 3D. Выплеск в сторону свинцовой пластины. Расчет по уравнениям баротропного уравнения состояния вешества



Рисунок 7. Плотность. 2D. Выплеск в сторону свинцовой пластины. А), Б) – различные начальные возмущения скорости. В) – Форма возмущений. Расчет по уравнениям баротропного уравнения состояния вещества

На рисунке 7 представлены результаты двумерного численного моделирования столкновения пластин из свинца и титана. Исследованы различные начальные возмущения скорости – пикообразные и синусоидальные. Получено, что в местах наибольшей амплитуды возмущений развивается неустойчивость, приводящая к выплескам титана в свинец, что подтверждает экспериментальные исследования [2] и численные расчеты в пространственном случае.

### Выводы

Создан ППП *Turbulence Problem Solver (TPS)* для решения гиперболической системы уравнений с использованием различных уравнений состояния вещества. Дан сравнительный анализ влияния различных уравнений состояния на процессы, происходящие при высокоскоростном ударе металлических пластин. Получены кратеровидные структуры на поверхности стальной пластины и подтверждено предположение о Релей-Тейлоровской природе возникновения возмущений при высокоскоростном ударе, что соответствует экспериментальным данным из [2].

## Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (соглашение № 14-11-00719) и Российской академии наук.

## Литература

- 1. Дерибас А.А. Физика упрочнения и сварки взрывом. Новосибирск, "Наука", 1972.
- 2. Яковлев И.В. Неустойчивость границы раздела соударяющихся поверхностей металлов // Физика горения и взрыва. 1973, т. 9, № 3, с. 447.
- 3. Годунов С.К., Дерибас А.А., Козин Н.С. Волнообразование при сварке взрывом // Журн. прикл. мех. и техн. физики. 1971. № 3. С. 63 72.
- 4. Дерибас А.А., Захаров В.С., Соболенко Т.М., Тесленко Т.С. О переносе поверхностного рельефа в металлах ударными волнами // Физика горения и взрыва. 1974, т. 10, № 6, с. 931.
- 5. Волнообразование при косых соударениях / Сост., перевод и редакт. Яковлев И.В., Кузьмин Г.Е., Пай В.В. Новосибирск: Изд-во Ин-та дискр. матем. и информ. 2000. 222 с.
- 6. Демченко В.В., Сергеев В.А. Неустойчивость поверхности соударения при высокоскоростном ударе // МЖГ, 2003, № 6, с. 11 – 121.
- 7. Белоцерковский О.М., Опарин А.М. Численный эксперимент: от порядка к хаосу // М.: Наука, 2000. С. 106 130.
- 8. Бушман А.В., Ломоносов И.В., Фортов В.Е. Модели широкодиапазонных уравнений состояния веществ при высоких плотностях энергии. – М.: Препринт ИВТАН, 1989, № 6 – 44 с.
- 9. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошных сред. М.: Гостехтеориздат, 1953.
- 10. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, (1978).
- 11. Ковеня В.М, Яненко Н.Н. Метод расщепления в задачах газовой динамики. Новосибирск: Наука, 1981.
- 12. Фортова С.В., Крагинский Л.М., Чикиткин А.В., Опарина Е.И. Программный пакет для решения гиперболических систем уравнений // Мат. мод., 2013, Т. 25, № 5, С. 123-135.
- 13. Фортова С.В. Сравнительный анализ формирования вихревых каскадов в различных турбулентных задачах // ЖВМ и МФ, 2015, Т. 55, № 2, С. 127 – 134.
- 14. Фортова С.В. Вихревой каскад неустойчивостей в различных задачах газодинамики // Вестник КБГУ, 2014, Т. 4, № 1, С. 34 39.
- 15. Roe P.L. Approximate Riemann solvers, parameter vectors and difference scheme // J. Comput. Phys. 1981. Vol. 43, pp. 357 372.
- 16. Магометов К.М., Холодов А.С. Сеточно-характеристические численные методы. М.: Наука, 1987.