

Расчет параметров контакта нагруженных тел с дорожкой качения наружного кольца в металлополимерном роликоподшипнике

д.т.н. проф. Ли Р.И., Мироненко А.В.

Липецкий государственный технический университет,

(919)164-61-58, romanlee@list.ru

Аннотация. Предложен метод расчета параметров контакта нагруженных тел с дорожкой качения наружного кольца в роликоподшипнике с полимерным покрытием, нанесенным на наружное кольцо. Получены формулы расчета параметров контакта: ширины полуоси пятна контакта и максимальных контактных напряжений. Составлена компьютерная программа для более быстрого и менее трудозатратного расчета параметров контакта.

Ключевые слова: подшипник, полимер, контакт, кривизна, напряжение

Подшипники качения одни из основных деталей, применяющихся при конструировании опор валов в механизмах. Наравне с шарикоподшипниками широко применяются роликоподшипники, способные нести большую нагрузку. Для роликоподшипника характерен линейный контакт тел качения с дорожками качения. Актуальной задачей является снижение контактных напряжений в роликоподшипнике и увеличение срока его службы. Одним из эффективных путей повышения долговечности подшипников качения является снижение контактных напряжений в контакте тел и дорожки качения. На величину напряжений оказывают влияние такие факторы как распределение внешней нагрузки между телами качения и геометрические параметры контактирующих тел. Одним из способов влияния на эти факторы является нанесение полимерного материала на наружное кольцо подшипника. Полимерный материал выполняет роль упругой подкладки, и при приложении радиальной нагрузки, наружное кольцо подшипника деформируется, изменяется геометрия наружного кольца и распределение нагрузки между телами качения [1...3]. В данной статье рассмотрено влияние изменения геометрии наружного кольца на параметры контакта тел и дорожки качения в металлополимерном роликоподшипнике.

В роликоподшипнике форма пятна контакта в месте контакта ролика и наружного кольца имеет вид прямоугольника с осями l в направлении перпендикулярном качению и $2b_k$ в направлении качения.

Максимальные контактные напряжения будут в центре пятна контакта и рассчитываются по формуле [4]

$$\sigma_{max} = \frac{2P}{\pi l_p b_k}, \quad (1)$$

где: P – нагрузка на тело качения.

Полуось пятна контакта в направлении качения

$$b_k = \left\{ \frac{4P}{\pi l_p \sum \rho} \left[\frac{1 - \varepsilon_I^2}{E_I} + \frac{1 - \varepsilon_{II}^2}{E_{II}} \right] \right\}^{1/2},$$

где: ε_I и ε_{II} , E_I и E_{II} – коэффициенты Пуассона и модули упругости материала кольца подшипника и тела качения соответственно. Обычно в подшипниках $\varepsilon_I = \varepsilon_{II} = \varepsilon$, $E_I = E_{II} = E$ и тогда:

$$b_k = \left\{ \frac{8P}{\pi l_p \sum \rho} \left[\frac{1 - \varepsilon^2}{E} \right] \right\}^{1/2}, \quad (2)$$

где: $\sum \rho$ – сумма кривизн контактирующих тел, в данном случае дорожки качения и тела качения;

В общем случае:

$$\sum \rho = \frac{1}{r_{I1}} + \frac{1}{r_{I2}} + \frac{1}{r_{II1}} + \frac{1}{r_{II2}};$$

При контакте ролика с наружным кольцом подшипника $r_{I1} = \infty$, $r_{II1} = \infty$, $r_{I2} = R_w$, где R_w – радиус ролика. Тогда:

$$\sum \rho = \frac{1}{R_w} + \frac{1}{r_{II2}}, \tag{3}$$

где: r_{II2} – радиус дорожки качения в месте контакта с телом качения, в случае подшипника без полимерного покрытия $r_{II2} = D_1/2$;

D_1 – диаметр дорожки качения определяется по справочной литературе.

В подшипнике с полимерным покрытием, нанесенным на наружное кольцо, последнее при приложении радиальной нагрузки на подшипник деформируется. Деформация происходит в местах контакта тел качения и наружного кольца как показано на рисунке 1. Из-за этого радиус кривизны дорожки качения r_{II2} в месте контакта уже не равен половине радиуса дорожки.

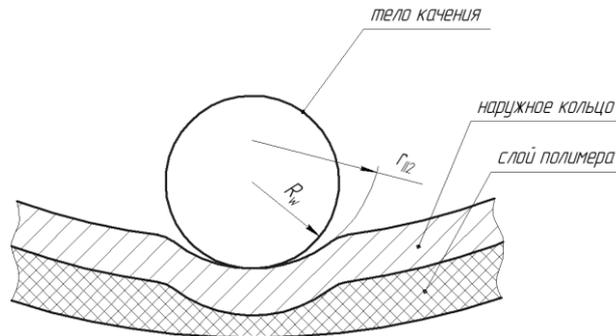


Рисунок 1. Деформация наружного кольца роликоподшипника с полимерным материалом

В определении радиуса r_{II2} заключается одна из основных проблем расчета параметров контакта в роликоподшипнике с полимерным материалом. Для определения радиуса r_{II2} разрежем кольцо подшипника и представим его как балку на упругом основании [5]. Под действием сосредоточенной силы балка на упругом основании деформируется. Деформированную форму балки можно описать уравнением. Используя уравнение балки на упругом основании можно вычислить значения прогиба балки в любой точке и построить график деформации балки.

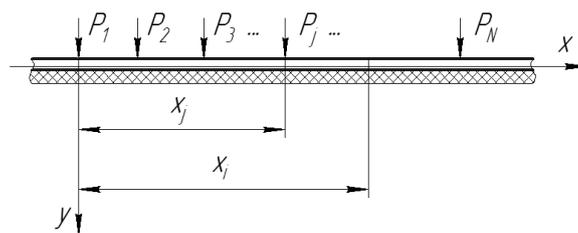


Рисунок 2. Действие на балку системы сил

При радиальном нагружении наружное кольцо подшипника воспринимает нагрузку от нагруженных тел качения. В случае действия на балку системы сил $P_1, P_2, P_3 \dots P_j$ ($j=1, 2, 3 \dots N$) (рисунок 2), уравнение балки на упругом основании имеет вид [6]:

$$y(x_i) = \sum_{j=1}^N \frac{P_j}{8\beta^3 EI} e^{-\beta|x_i-x_j|} \{ \cos(-\beta|x_i-x_j|) + \sin(-\beta|x_i-x_j|) \}, \tag{4}$$

где: $y(x_i)$ – деформация (прогиб) балки в точке x_i ;

β – коэффициент, равный $\beta = \sqrt[4]{\frac{k}{4EJ}}$;

k – коэффициент постели, $k = k_1 \cdot b_n$;

где: k_1 – коэффициент податливости основания;
 b_n – ширина наружного кольца подшипника;
 E – модуль упругости материала балки (наружного кольца);
 J – момент инерции сечения;
 x_j – координата точки в которой приложена сила P_j .

Начало координат необходимо располагать в точке приложения первой силы, а за абсциссу принимать расстояние от этой точки до того сечения, где вычисляется прогиб балки.

Для определения радиуса кривизны балки в точке прогиба аппроксимируем участок деформированной балки около точки приложения силы окружностью. Рассчитаем данный радиус в точке приложения силы от центрального тела качения. Будем учитывать нагрузки от центрального тела качения, от первых и вторых боковых тел качения.

Расчетная схема приведена на рисунке 3.

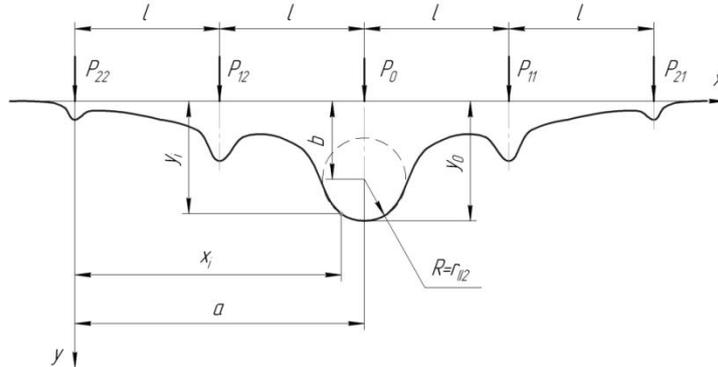


Рисунок 3. Расчет радиуса кривизны балки r_{112} в точке приложения силы от центрального тела качения

Здесь P_0 – нагрузка от центрального тела качения; $P_{11} = P_{12} = P_1$ – от первых боковых тел качения; $P_{21} = P_{22} = P_2$ – от вторых боковых тел качения; y_0 – прогиб балки под центральным телом качения; l – расстояние между телами качения, которое можно определить по формуле $l = \pi D_1 / z$, где D_1 – диаметр дорожки качения наружного кольца; z – число тел качения в подшипнике.

Абсциссы точек приложения сил будут равны: для силы P_{22} – $x_1=0$; для силы P_{12} – $x_2=l$; для силы P_0 – $x_3=2l$; для силы P_{11} – $x_4=3l$; для силы P_{21} – $x_5=4l$.

Уравнение окружности имеет вид:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 - R^2 = 0,$$

где: a, b – координаты центра окружности; R – радиус окружности.

В нашем случае $R = r_{112}$.

Для решения задачи аппроксимации необходимо минимизировать функцию [7]:

$$F_1 = \sum_{i=1}^n ((x_i - a)^2 + (y_i - b)^2 - R^2)^2;$$

где: n – число точек, взятых для аппроксимации.

Для упрощения расчетов введем вспомогательные величины $B = -2a$, $C = -2b$; $D = a^2 + b^2 - R^2$; $z_i = x_i^2 + y_i^2$. Тогда функция примет вид:

$$F_1 = \sum_{i=1}^n (z_i + Bx_i + Cy_i + D)^2.$$

Раскрыв скобки и произведя замены, описанные ниже, получим систему линейных уравнений

$$\begin{cases} \bar{x}\bar{x}B + \bar{x}\bar{y}C + \bar{x}D = -\bar{x}\bar{z}; \\ \bar{x}\bar{y}B + \bar{y}\bar{y}C + \bar{y}D = -\bar{y}\bar{z}; \\ \bar{x}B + \bar{y}C + D = -\bar{z}; \end{cases}$$

где: $\overline{xx} = \frac{1}{n} \sum x_i^2$; $\overline{xy} = \frac{1}{n} \sum x_i y_i$; $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i$; $\overline{xz} = \frac{1}{n} \sum x_i z_i$
 $\overline{yy} = \frac{1}{n} \sum y_i^2$; $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum y_i$; $\overline{yz} = \frac{1}{n} \sum y_i z_i$; $\bar{z} = \frac{1}{n} \sum z_i$.

Решив систему уравнений одним из способов, например, методом Гаусса, получим значения B, C и D и из них вычислим координаты центра окружности a, b и искомый радиус R

$$a = -\frac{B}{2}; b = -\frac{C}{2}; R = r_{II2} = \frac{\sqrt{B^2 + C^2 - 4D}}{2}.$$

Были проведены расчеты прогибов y_0 и радиусов кривизны кольца подшипника r_{II2} под центральным телом качения для различных типоразмеров подшипников при различных нагрузках. В результате получили графики зависимостей радиусов кривизны от прогибов балки, приведенные на рис. 4.

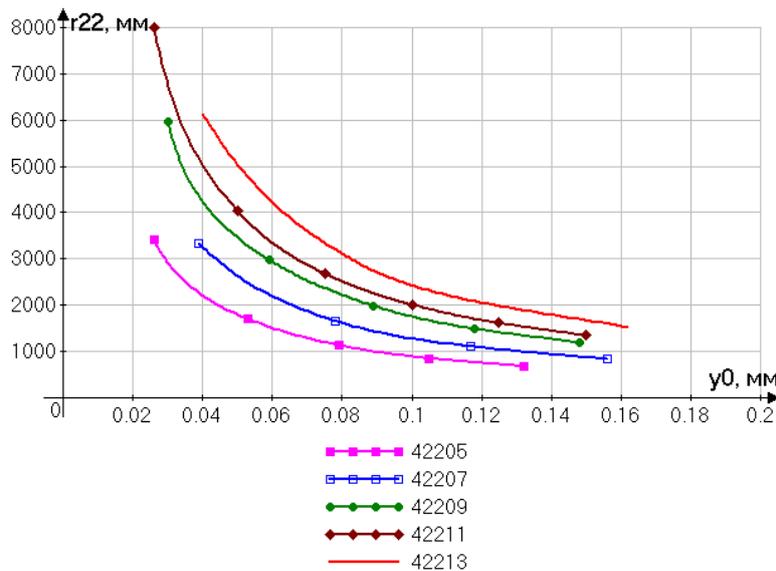


Рисунок 4. Зависимость радиуса кривизны деформированного наружного кольца подшипника r_{II2} от прогиба кольца под центральным телом качения y_0

В результате исследования графиков в специализированном программном обеспечении Advanced Grapher, выяснилось, что с большой степенью точности, данные зависимости можно описать гиперболической функцией.

Данная зависимость имеет вид $r_{II2} = k_{кр} / y_0$, где $k_{кр}$ – коэффициент, зависящий от типоразмера подшипника и свойств полимерного покрытия. Назовем его коэффициентом кривизны.

Из выражений (2) и (3) получим формулу для определения полуоси пятна контакта в контакте центрального тела качения с дорожкой качения наружного кольца роликоподшипника с полимерным материалом:

$$b_{к0} = \left\{ \frac{8P_0 \left(\frac{1 - \varepsilon^2}{E} \right)^{1/2}}{\pi l_p \left(\frac{1}{R_w} + \frac{1}{r_{II20}} \right)} \right\}. \tag{5}$$

Из выражений (1) и (5) получим формулу расчета максимального контактного напряжения вдоль площадки контакта:

$$\sigma_{max0} = \sqrt{\frac{\sum \rho_0 \cdot P_0}{2\pi l_p \left(\frac{1 - \varepsilon^2}{E} \right)}} = \sqrt{\frac{P_0 \left(\frac{1}{R_w} + \frac{1}{r_{II20}} \right)}{2\pi l_p \left(\frac{1 - \varepsilon^2}{E} \right)}}. \tag{6}$$

Выражение (4) для определения прогиба y_0 под центральным телом качения запишется в виде:

$$y_0 = \frac{1}{8\beta^3 EI} [P_0 e^{-\beta|x_3|} (\cos(-\beta|x_3|) + \sin(-\beta|x_3|)) + P_1 e^{-\beta|x_2|} (\cos(-\beta|x_2|) + \sin(-\beta|x_2|)) + P_1 e^{-\beta|x_4|} (\cos(-\beta|x_4|) + \sin(-\beta|x_4|)) + P_2 e^{-\beta|x_1|} (\cos(-\beta|x_1|) + \sin(-\beta|x_1|)) + P_2 e^{-\beta|x_5|} (\cos(-\beta|x_5|) + \sin(-\beta|x_5|))].$$

После преобразований получим:

$$y_0 = \frac{1}{8\beta^3 EI} [P_0 + 2P_1 e^{-\beta l} (\sin \beta l + \cos \beta l) + 2P_2 e^{-2\beta l} (\sin 2\beta l + \cos 2\beta l)] \quad (7)$$

Подставив в формулы (5) и (6) коэффициент кривизны $k_{кр}$ и (7) получим

$$b_{к0} = \left\{ \frac{8P_0(1-\varepsilon^2)}{\pi l_p E \left(\frac{1}{R_w} + \frac{P_0 + 2P_1 e^{-\beta l} (\sin \beta l + \cos \beta l) + 2P_2 e^{-2\beta l} (\sin 2\beta l + \cos 2\beta l)}{8k_{кр} \beta^3 EI} \right)} \right\}^{1/2};$$

$$\sigma_{max0} = \sqrt{\frac{P_0 E \left(\frac{1}{R_w} + \frac{P_0 + 2P_1 e^{-\beta l} (\sin \beta l + \cos \beta l) + 2P_2 e^{-2\beta l} (\sin 2\beta l + \cos 2\beta l)}{8k_{кр} \beta^3 EI} \right)}{2\pi l_p (1-\varepsilon^2)}}.$$

По полученным формулам можно определять размеры пятна контакта и максимальные контактные напряжения в месте контакта центрального тела качения и дорожки качения наружного кольца в металлополимерном роликоподшипнике. Контактные напряжения в данной точке будут самыми высокими в подшипнике, так как сила, передающаяся через центральное тело качения на дорожку качения наружного кольца больше сил, передающихся от боковых тел качения ($P_0 > P_1 > P_2$). Поэтому от напряжения в контакте центрального тела с дорожкой качения будет зависеть долговечность всего подшипника.

Как видим, вышеприведенные формулы достаточно сложны для вычисления по ним, особенно если учесть, что для аппроксимации с хорошей степенью точности требуется большое количество точек.

Для упрощения и ускорения расчетов создана компьютерная программа. Для написания программы использовали среду разработки Delphi 7. Интерфейс программы показан на рисунке 5.

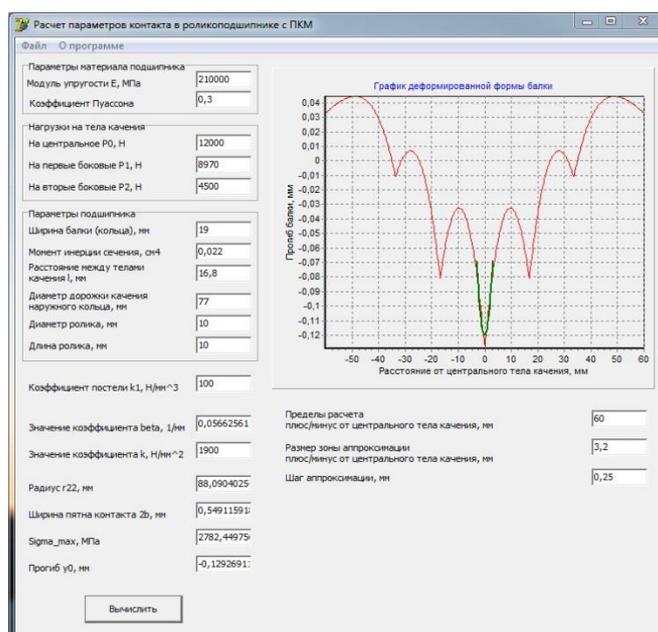


Рисунок 5. Интерфейс программы для расчета параметров контакта в роликоподшипнике с полимерным материалом

Программа учитывает нагрузки, передаваемые на наружное кольцо от центрального, первых боковых и вторых боковых тел качения. В качестве исходных данных для расчета необходимо ввести: параметры материала подшипника (модуль упругости и коэффициент Пуассона); нагрузки на тела качения; геометрические параметры подшипника: ширина наружного кольца, момент инерции сечения наружного кольца, диаметр дорожки качения наружного кольца, расстояние между телами качения, диаметр и длина ролика; коэффициент податливости основания. Затем необходимо ввести пределы расчета (построения графика), размер зоны аппроксимации и шаг аппроксимации. Размер зоны аппроксимации необходимо задавать таким, чтобы аппроксимировался только участок около точки приложения силы, целесообразно принимать размер данной зоны равным $D_w/4$, где D_w – диаметр ролика.

Программа строит график деформации балки. Точки графика около центрального тела качения аппроксимируются окружностью и вычисляется радиус окружности $r_{п2}$. Затем по вышеприведенным формулам вычисляются размеры пятна контакта и максимальное напряжение в месте контакта центрального тела качения с наружным кольцом.

В результатах расчета выводятся следующие данные: ширина пятна контакта $2b$; максимальное напряжение в пятне контакта; прогиб балки под центральным телом качения y_0 ; значения коэффициентов β и k . Имеется возможность сохранить график в графический файл и экспортировать данные в Microsoft Excel.

Выводы

1. Предложен метод расчета параметров контакта нагруженных тел с дорожкой качения наружного кольца в роликоподшипнике с полимерным покрытием, нанесенным на наружное кольцо;
2. Получены формулы для расчета размеров пятна контакта и напряжений в месте контакта центрального тела и дорожки качения наружного кольца в металлополимерном роликоподшипнике.
3. Создана компьютерная программа для расчета параметров контакта, позволяющая значительно упростить и ускорить данные расчеты.

Литература

1. Ли Р.И., Щетинин М.В., Бутин А.В., Шипулин М.А. Повышение эффективности акрилового адгезива АН-105 при восстановлении неподвижных соединений подшипников качения // Вестник МичГАУ. – 2011. – №1 Ч. 1 – С. 214-217.
2. Ли Р.И., Машин Д.В. Теоретические аспекты повышения эффективности восстановления корпусных деталей сельскохозяйственной техники композициями на основе эластомеров // Вестник МичГАУ. – 2013. – № 1. – С. 53-55.
3. Ли Р.И., Кузнецов М.М. Условия передачи нагрузки на боковые тела качения в подшипнике с клеевыми соединением «вал-подшипник» // Наука в центральной России. – 2013. – № 4. – С. 21-25.
4. Перель Л.Я. Подшипники качения: Расчет, проектирование и обслуживание опор: Справочник. – М.: Машиностроение, 1983. – 543 с., ил.
5. Курчаткин В.В. Восстановление посадок подшипников качения сельскохозяйственной техники полимерными материалами. – Дис ... док. техн. наук. – М., 1989, – 407с.
6. Федосьев В.И. Сопrotивление материалов. – М.: Наука, 1979. – 544 с.
7. Chernov N. Fitting geometric curves to observed data. 197 p.