

Рисунок 2б дает представление о влиянии неравномерности рельефа на стоимость линии канатного метро (неравномерность рельефа возрастает с увеличением числа полувольт  $n$ ). В случае слабо неравномерного рельефа ( $n < 3 - 4$ ) стоимость линии минимальна и приблизительно одинакова для разного числа опор. Однако при существенно неравномерном рельефе ( $n > 4 - 5$ ) повышенное число опор благоприятно сказывается на стоимости вследствие того, что в этом случае опоры возможно установить в зонах возвышенности, что обуславливает снижение высоты опор и, несмотря на большее количество, – снижение их суммарной стоимости.

При проектировании линий канатного метро с помощью данной оптимизационной математической модели проектировщик может выполнить количественный технико-экономический анализ влияния значительного числа исходных стоимостных, конструктивных и геометрических факторов на оптимальное размещение, высоту и количество промежуточных опорных конструкций и, таким образом, определить наиболее экономичный вариант строительства.

### Литература

1. Концепция инновационной системы городского транспорта «Канатное метро города Брянска» / А.В. Лагерева, И.А. Лагерева, А.А. Короткий, А.В. Панфилов // Вестн. Брян. гос. техн. ун-та. – 2012. – №3. – С. 12-15.
2. Канатное метро // ИКЦ «Мысль» НГТУ: [сайт]. – Режим доступа: <http://www.ikcmysl.ru/kanatnoe-metro>.
3. Лагерева А.В., Лагерева И.А. Оптимизация шага установки промежуточных опорных конструкций вдоль линии канатного метро // Вестник Брян. гос. ун-та. Точные и естественные науки. - 2014. – № 4. – С. 22-30.
4. ПБ 10-559-03. Правила устройства и безопасной эксплуатации пассажирских подвесных и буксировочных канатных дорог. – Введ. 2003-05-01. – М.: Госстандарт: Изд-во стандартов, 2003. – 47 с.
5. СНиП 2.01.07-85\*. Нагрузки и воздействия. – Введ. 1987-01-01. – М.: Госстандарт: Изд-во стандартов, 2000. – 53 с.
6. Лагерева А.В. Нагруженность подъемно-транспортной техники. – Брянск: Изд-во БГТУ, 2010. – 180 с.
7. Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Шнейдерович Р.М. Расчет на прочность деталей машин. – М.: Машиностроение, 1966. – 616 с.
8. Лагерева И.А. Оптимальное проектирование подъемно-транспортных машин. – Брянск: БГТУ, 2013. – 228 с.

### Стесненное кручение в клиноременных передачах

д.т.н. проф. Мартынов В.К.

Университет машиностроения

(919) 726- 26- 91, [amart61@inbox.ru](mailto:amart61@inbox.ru)

**Аннотация.** В статье рассматривается возможное появление в клиноременной передаче условий стесненного кручения ремней, особенно широких вариаторных, имеющих гофры. Для них и подобных им клиновых ремней нагружение в передаче как гибких стержней открытого профиля накладывает свою специфику в появлении и учёте новых крутящих моментов к определяемым в существующей теории на основе гипотезы плоских сечений. Полученные в статье результаты повышают возможности описания происходящих процессов в работе передачи, давая им надлежащую оценку.

**Ключевые слова:** клиноременная передача, стесненное кручение ремня, крутящие моменты, напряжение сжатия, деформация сечений.

Совершенствование конструкций клиновых ремней, в частности, выполнение их с гоф-

рами на одной или двух нерабочих сторонах привело к тому, что в контакте с прямолинейными образующими клиновых канавок шкивов в работе участвует не вся возможная площадь поверхности ремня, а лишь ее часть. Как правило, при этом гофры исключаются из процесса передачи окружной силы и служат лишь своеобразными ребрами жесткости, препятствующими искажению начальной формы поперечного сечения ремня при его изгибе на шкивах. Эффективность гофров зависит от их размеров, причем для ее повышения стремятся увеличить высоту гофров. При изгибе ремня на шкиве, вызывающем деформацию его поперечных сечений, углы клина гофров сохраняют в основном свои начальные значения, например  $40^\circ$ , в то время как угол клина канавки шкива выполняют меньшим, в пределах  $32 - 36^\circ$ , в зависимости от диаметра шкива, добиваясь основного контактирования ремня со шкивом в области расположения несущего продольную нагрузку слоя кордшнуров. В итоге силовому воздействию подвергается лишь некоторый объем материала ремня, для которого имеет место увеличенное отношение ширины к толщине по сравнению с отношением расчетной ширины ремня  $b$  к полной высоте его поперечного сечения  $h$ . Отношение же  $b/h$  отличается для различных типов клиновых ремней и возрастает до 2 – 3 и более у широких вариаторных ремней (например, у ремней сечением  $b/h = 50 \times 22$  мм;  $30 \times 13$ ;  $70 \times 20$  и др.). В результате в общем случае поведение рассмотренных ремней под нагрузкой можно отождествить с поведением тонкостенных гибких стержней.

В клиноременных передачах ремень служит промежуточным звеном между ведущим и ведомым шкивами. Его основной функцией является реализация там крутящих моментов за счет сил трения на рабочих поверхностях. Последние располагаются на дугах обхвата шкивов, которые полностью не замкнуты в кольцо. Но известно, что при нагружении крутящим моментом  $T$  незамкнутого или открытого тонкостенного профиля распределение касательных напряжений кручения  $\tau$  отлично от аналогичных для замкнутого [1, 2], что показано на рисунке 1.

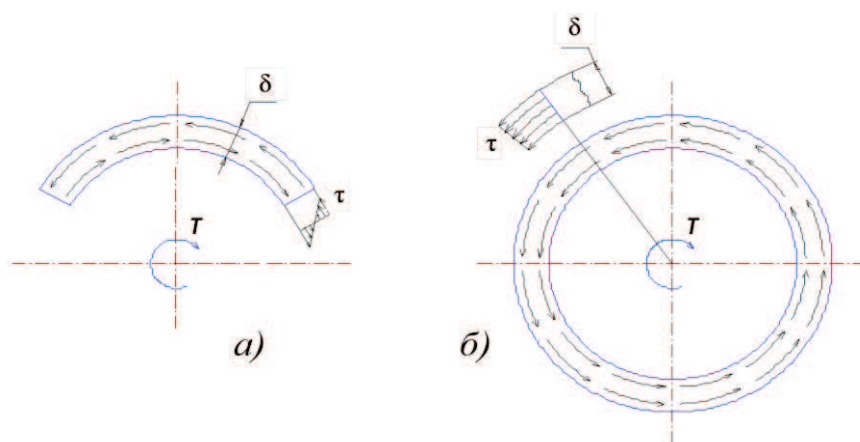


Рисунок 1. Поток касательных напряжений:  
а) в открытом профиле; б) в замкнутом профиле

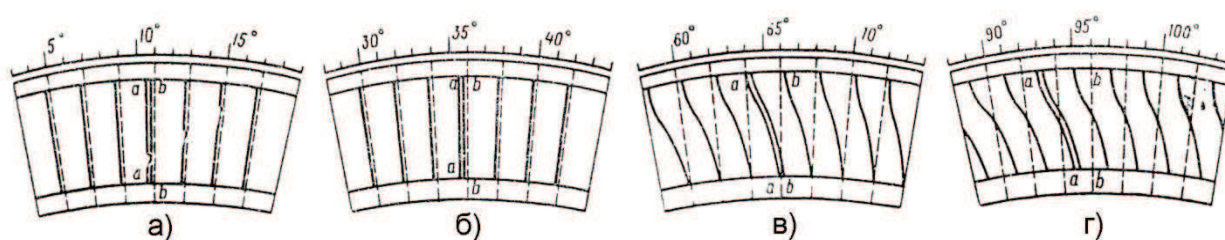


Рисунок 2. Кинограммы относительного положения рисок

Если его сравнить с вызываемыми при нагружении крутящим моментом деформациями на рабочей поверхности клинового ремня по положению линий, нанесенных в свободном состоянии ремня (рисунок 2), то по их искажению от прямолинейности помимо оценки влияния прочих факторов можно судить о возможном проявлении действия касательных напря-

жений, свойственных кручению незамкнутого профиля.

На рисунке 2 показаны из работы [3] кинограммы, снятые скоростной кинокамерой, укрепленной на шкиве из оргстекла и вращающейся вместе с ним, фиксировавшей относительное положение рисок, нанесенных на рабочей поверхности шкива (показаны штрихпунктиром) и рабочей поверхности клинового ремня (показано сплошной линией).

При кручении незамкнутого профиля происходит деформация поперечных сечений [1]. Если она переменна, то в поперечных сечениях возникают нормальные напряжения, если ограничена, то имеет место случай стесненного кручения. В клиноременных передачах нагружение ремня в канавках шкивов свойственно случаю стесненного кручения, так как ограничены его поперечные смещения на всей дуге в пределах угла обхвата  $\alpha$ . Это усугубляется тем, что в серединной по ширине ремня плоскости (рисунок 3), в силу симметрии, условия, определяющие положение деформированного поперечного сечения, совпадают с аналогичными для заделки, а именно, угол наклона касательной к сечению равен нулю, скорость его изменения также равна нулю.

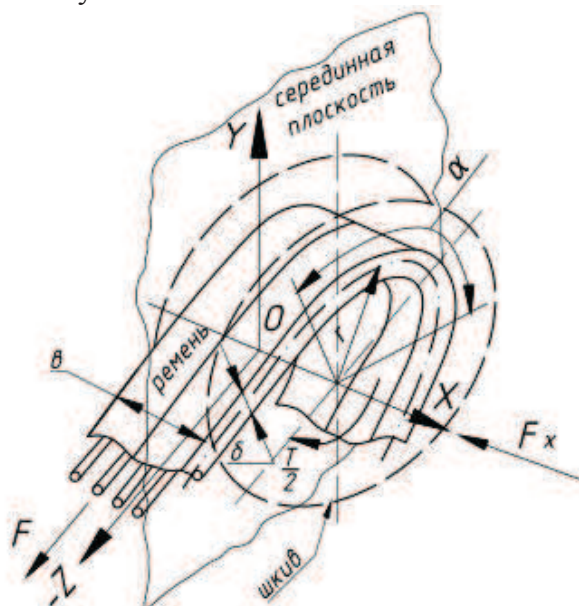


Рисунок 3. Расчетная схема

При рассмотрении особенностей деформирования клинового ремня в канавке шкива следует учесть, что в соответствии с принципом независимости действия сил его кручение как гибкого стержня можно рассматривать отдельно [1] и к обычным деформациям, определенным на основе гипотезы плоских сечений, добавлять деформации, связанные с деформацией сечений [2]. В силу сказанного напряжения сжатия ремня в канавке шкива при отождествлении ремня с однородным анизотропным телом можно представить в виде:

$$\sigma_x = \sigma_c + \sigma_{ck}, \quad (1)$$

где:  $\sigma_c$  — напряжения сжатия в любом поперечном сечении ремня на дуге обхвата шкива диаметром  $D$  от переменного по длине дуги  $S$  его натяжения силой  $F(S)$  [4]:

$$\sigma_c = \frac{F}{D \cdot \delta \cdot \tan \frac{\varphi_{ш}}{2}}; \quad (2)$$

$\delta$  — толщина «живого» сечения ремня (без учета гофров);

$\varphi_{ш}$  — угол клина канавки шкива;

$\sigma_{ck}$  — нормальные напряжения стесненного кручения [1]:

$$\sigma_{ck} = -E_c \cdot \omega \cdot \frac{d\vartheta}{dx}; \quad (3)$$

$E_c$  — приведенный модуль упругости ремня при поперечном сжатии;

$\omega$  — секториальная площадь;

$\vartheta$  — относительный угол закручивания, т.е. угол взаимного поворота двух сечений  $d\varphi$ , отнесенный к расстоянию между ними  $dx$ :

$$\vartheta = \frac{d\varphi}{dx}. \quad (4)$$

Секториальная площадь:

$$\omega = \int_0^S p(S) \cdot dS, \quad (5)$$

основная геометрическая характеристика для стесненных деформаций (рисунок 4б), причем депланация сечений следует вдоль дуги обхвата ремнем шкива закону изменения  $\omega$ , который характеризует также распределение нормальных напряжений стесненного кручения. Предварительно учтём, что дуга обхвата шкива ремнём при нагружении передачи смещается в сторону более натянутой ветви (рисунок 4а). При этом согласно принципу Понселе, дополнительные деформации ветвей будут равны, что приведёт к сохранению под нагрузкой длины дуги обхвата, т.е. угла обхвата  $\alpha$ , установленного на холостом ходу передачи. Ось же симметрии дуги повернётся из начального положения на угол  $\Omega$ . На рисунке 4а:  $\theta$  – угол жёсткости;  $F_0$  – сила начального натяжения ремня;  $F_{1,2}$  – силы натяжения ведущей и ведомой ветвей, соответственно.

Для дальнейшего исследования выделим отдельно дугу обхвата шкива ремнём при нагрузке передачи, предварительно повернув её на угол  $\Omega$  (рисунок 4б). Из силового равновесия на шкиве угол  $\Omega$  определится по зависимости [5]:

$$\operatorname{tg} \Omega = \frac{F_t}{F_a}, \quad (6)$$

где:  $F_t$  – окружная сила:

$$F_t = \frac{2T}{D}; \quad (7)$$

$F_a$  – сила начального давления ремня на шкив:

$$F_a = 2 F_0 \sin\left(\frac{\alpha}{2} - \theta\right). \quad (8)$$

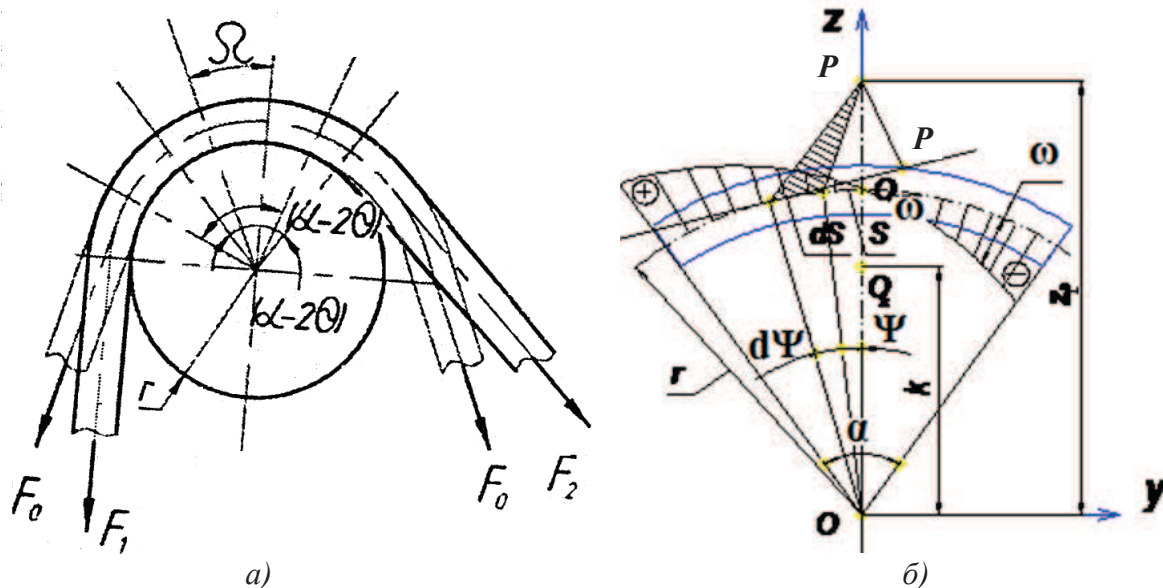


Рисунок 4. Геометрические параметры: а – положение ремня на шкиве (пунктир – на холостом ходу; контурная линия – под нагрузкой); б – секториальная площадь

Для определения секториальной площади  $\omega$ , соответствующей дуге  $S$ , необходимо установить начало ее отсчета, а также положение центра жесткости (центра кручения, центра изгиба, центра сдвига [2]). Если принять рекомендуемое в работе [4] приближенное положение равнодействующей осевых и радиальных сил на шкиве в центре тяжести дуги обхвата (точка  $O_*$  на рисунке 4б), а также учесть, что дуга имеет ось симметрии, то центр жесткости (точка  $P$  на рисунке 4б), как и центр тяжести, лежат на этой оси [2]. Начало отсчёта  $\omega$  в этом случае рационально выбрать в точке пересечения оси симметрии с дугой обхвата (точка  $O_\omega$  на рисунке 4б) и учесть знаки: если радиус-вектор или перпендикуляр  $p$  из полюса  $P$ , совпадающего с центром жесткости, до касательной к рассматриваемой точке на дуге обхвата на расстоянии  $S$  от начала отсчета, вращается по направлению приложенного крутящего момента



та, то приращение площади  $d\omega$  имеет знак плюс, против – минус. Эпюра секториальной площади для ведущего шкива показана на рисунке 4б. Там же отмеченное положение центра тяжести дуги (точка  $O_*$ ), которое определено по зависимости:

$$K = \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\alpha} \cdot D ; D = 2r, \quad (9)$$

а положение центра жесткости или полюса  $P$  – по зависимости [2]:

$$Z_p = \frac{\sin \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}{\alpha - \sin \alpha} \cdot 2D. \quad (10)$$

Секториальная площадь  $d\omega$ , соответствующая дуге  $dS$  (удвоенная площадь заштрихованного треугольника на рисунке 4б) при  $dS = r \cdot d\psi$ ; перпендикуляре к касательной –  $p = Z_p \cos \psi - r$  (рисунок 4б), определится в виде:  $d\omega = p \, ds$ . В итоге:

$$\omega = \int_0^S p \cdot dS = r(Z_p \cdot \sin \psi - r\psi). \quad (11)$$

Аналогично определению нормальных напряжений можно рассмотреть действие касательных  $\tau_K$ , ответственных за передачу крутящего момента, т.е.

$$\tau_K(x) = \tau_1 + \tau_2,$$

где:  $\tau_1$  – основные касательные напряжения:

$$\tau_1 = G \cdot \vartheta \cdot r; \quad (12)$$

$G$  – приведенный модуль упругости ремня при сдвиге.

Равнодействующий крутящий момент от  $\tau_1$  равен:

$$T_1 = G \cdot I_K \cdot \vartheta, \quad (13)$$

где:  $I_K$  – геометрическая жесткость при кручении, приближенно:

$$I_K = \frac{1}{2} \delta^3 \cdot S. \quad (14)$$

Касательные напряжения стеснённого кручения [6]:

$$\tau_2 = - \frac{d^2 v}{dx^2} \frac{S_{E\omega}}{\delta}, \quad (15)$$

где:  $S_{E\omega}$  – секториальный статический момент части сечения площадью  $\Delta A$ :

$$S_{E\omega} = \int_{\Delta A} E\omega \, dA. \quad (16)$$

Крутящий момент касательных напряжений стеснённого кручения:

$$T_2 = - E_C I_\omega \frac{d^2 v}{dx^2}, \quad (17)$$

где:  $I_\omega$  – секториальный момент инерции:

$$I_\omega = \int_A \omega^2 \, dA. \quad (18)$$

Дифференциальное уравнение стеснённого кручения:

$$T_1 + T_2 = \frac{T}{2}, \quad (19)$$

т.е.

$$G I_K \vartheta - E_C I_\omega \frac{d^2 v}{dx^2} = \frac{T}{2}. \quad (20)$$

Разделив все члены уравнения (20) на  $E_C I_\omega$  и обозначив

$$\beta^2 = \frac{G I_K}{E_C I_\omega}, \quad (21)$$

$$T(x) = \frac{T}{2 E_C I_\omega}, \quad (22)$$

получаем исходное уравнение в виде:

$$\frac{d^2 v}{dx^2} - \beta^2 v = - T(x). \quad (23)$$

Общий интеграл дифференциального уравнения (23) [7]:

$$v = K_1 e^{\beta x} + K_2 e^{-\beta x} + v^*, \quad (24)$$

где  $K_1$ ;  $K_2$  – постоянные интегрирования;  $v^*$  – частное решение уравнения.

Следует напомнить, что всё рассмотренное выше, касалось случая нагружения и поведения лишь половины ширины ремня.

Частное решение уравнения (24) ищем методом вариации постоянных  $K_1$  и  $K_2$  [6]:

$$\begin{cases} K_1' e^{\beta x} + K_2' e^{-\beta x} = 0, \\ K_1' e^{\beta x} - K_2' e^{-\beta x} = -T(x). \end{cases} \quad (25)$$

Решая полученную систему, находим  $K_1'$  и  $K_2'$ . После их интегрирования, с учётом новых постоянных интегрирования, подставляем результаты в уравнение (24):

$$v = \hat{C}_1 e^{\beta x} + \hat{C}_2 e^{-\beta x} + \frac{T(x)}{\beta^2}. \quad (26)$$

Сравнивая (26) с (24), заключаем, что частное решение уравнения (24) будет:

$$v^* = \frac{T(x)}{\beta^2} = \frac{T}{2G I_k}, \quad (27)$$

которое совпадает с аналогичным, приведённым в [6].

С помощью формул Эйлера уравнение (26) приводится к более простому виду:

$$v = C_1 \operatorname{sh} \beta x + C_2 \operatorname{ch} \beta x + \frac{T}{2G I_k}. \quad (28)$$

Постоянные  $C_1$  и  $C_2$  определим из начальных и граничных условий:

при  $x = 0$ , аналогично условию заделки  $-\frac{dv}{dx} = 0$ , находим  $-C_1 = 0$ ;

при  $x = \frac{b}{2}$ , предполагая отсутствие осевого перемещения, т.е. невозможность поворота сечения [1]  $-\frac{dv}{dx} = 0$ , получаем  $C_2 = -\frac{T}{2G I_k \operatorname{ch} \beta \frac{b}{2}}$ .

Подставляя полученные результаты в уравнение (28), получаем выражение:

$$v = \frac{T}{2G I_k} \left( 1 - \frac{\operatorname{ch} \beta x}{\operatorname{ch} \beta \frac{b}{2}} \right), \quad (29)$$

которое совпадает с аналогичным, приведённым в [6]. Но оно требует корректировки, так как не охватывает все начальные условия, в частности, случай  $x = 0$ ;  $v = 0$ . Уточнение возможно сделать, учитывая результаты матричного решения, приведённого в [1], а именно:

$$v = \frac{T}{2G I_k} \left( 1 - \frac{\operatorname{ch} \beta (\frac{b}{2} - x)}{\operatorname{ch} \beta \frac{b}{2}} \right). \quad (30)$$

Учитывая условие симметрии, для всей ширины ремня  $b$ , удваивая результаты, имеем, согласно (13), крутящий момент  $T_1$  от основных касательных напряжений:

$$T_1 = T \left( 1 - \frac{\operatorname{ch} \beta (\frac{b}{2} - x)}{\operatorname{ch} \beta \frac{b}{2}} \right), \quad (31)$$

причём на границе контакта ремня со шкивом при

$$x = \frac{b}{2} - T_1 = T \left( 1 - \frac{1}{\operatorname{ch} \beta \frac{b}{2}} \right); \quad (32)$$

согласно (17), крутящий момент  $T_2$  от касательных напряжений стеснённого кручения:

$$T_2 = -E_C I_\omega \frac{d^2 v}{dx^2} = T \frac{\operatorname{ch} \beta (\frac{b}{2} - x)}{\operatorname{ch} \beta \frac{b}{2}}, \quad (33)$$

при

$$x = \frac{b}{2}, T_2 = T \frac{1}{\operatorname{ch} \beta \frac{b}{2}}; \quad (34)$$

легко видеть, что  $T_1 + T_2 = T$ ; согласно (3), нормальные напряжения стеснённого кручения:

$$\sigma_{ск} = -E_C \omega \frac{dv}{dx} = \frac{T}{2\beta T_\omega} \omega \frac{\operatorname{sh} \beta (\frac{b}{2} - x)}{\operatorname{ch} \beta \frac{b}{2}}, \quad (35)$$

в каждом из контактов ремня со шкивом при  $x = \frac{b}{2}$  равны нулю, но в то же время по середине ремня при  $x = 0$

$$\sigma_{ск} = \frac{T}{2\beta T_\omega} \omega \operatorname{th} \beta \frac{b}{2}. \quad (36)$$

### Вывод

В теории клиноремённых передач воздействие на шкив, чаще всего, приоритетно рассматривалось со стороны ремня, шкив же играл роль реакции. В статье рассматривается об-

ратный подход, когда основное воздействие на ремень распространяется со стороны шкива, что открывает новое явление – возможное стеснённое кручение ремня. В предположении нагружения ремня, особенно вариаторного с наличием гофров, на шкиве как кручение тонкостенного стержня незамкнутого профиля, согласно теории В.З. Власова [1], получены основные зависимости, дополняющие известную теорию клиноремённых передач.

### Литература

1. Биргер И.А., Мавлютов Р.Р. Сопротивление материалов. – М.: Наука, 1986. – 560 с.
2. Феодосьев В.Н. Сопротивление материалов. – М.: Наука, 1979. – 560 с.
3. Карбасов О.Г. Надёжность клиноремённых передач. – М.: Машиностроение, 1976. – 73 с.
4. Пронин Б.А. Клиноремённые и фрикционные передачи и вариаторы. – М.: Машгиз, 1960. – 334 с.
5. Мартынов В.К., Зверев А.И. Развитие теории клиноремённых передач // Известия МГТУ «МАМИ». № 2 (14). – 2012. – Т.1. – С. 250 – 255.
6. Бояршинов С.В. Основы строительной механики машин. – М.: Машиностроение, 1979. – 456 с.
7. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. – М.: Наука, 1969. – 279 с.

### **Орошаемые насадки для обработки воздуха в кабинах тракторов и сельскохозяйственных машин**

д.т.н. проф. Михайлов В.А., к.т.н. доц. Шарипова Н.Н.

Университет машиностроения  
(495) 223-05-23, доб. 1587, trak@mami.ru

*Аннотация.* Рассмотрены конструкции плоскощелевых орошаемых насадок регулярной структуры из снабжённых выступами пластин пористой пластмассы с различным характером течения потока воздуха в их каналах. Показано, что при интенсификации тепло-массообмена за счёт искусственной турбулизации движения воздуха в каналах обеспечивается существенное уменьшение размеров насадки при достижении требуемой эффективности снижения температуры обрабатываемого воздуха и приемлемого аэродинамического сопротивления.

*Ключевые слова:* орошаемая водой насадка, производительность по воздуху, интенсификация тепло-массообмена, эффективность снижения температуры, аэродинамическое сопротивление.

Орошаемые водой насадки регулярной структуры относятся к аппаратам прямого действия, в которых осуществляется «мокрая» обработка воздуха с целью снижения его температуры в кабинах тракторов и сельскохозяйственных машин [1 – 4].

Физическая сущность снижения температуры воздуха по сухому термометру  $t_a$  и повышения при этом влагосодержания  $d_a$  в орошаемых насадках обусловлены естественным процессом в силу психрометрической разности его начальных температур по сухому  $t$  и мокрому  $t_m$  термометрам ( $\Delta t = t - t_m$ ). Достигнутая при этом глубина снижения температуры  $t_a$  при постоянном  $t_m$  оценивается по температурному коэффициенту эффективности адиабатного увлажнения (прямого водоиспарительного охлаждения):

$$E_a = (t - t_a) / (t - t_m).$$

Процесс обработки воздуха при адиабатном увлажнении осуществляется при его постоянной энтальпии  $I$  (кДж/кг). Поэтому такие аппараты не обладают холодопроизводительностью, но их работа может быть оценена достигнутой величиной производительности по отведённой явной теплоте из обрабатываемого воздуха:

$$Q_{\text{я}} = c_p \rho_a L_o (t - t_a), \text{ кВт}$$

где:  $c_p$  – теплоёмкость воздуха, кДж/кг;  $\rho_a$  – плотность воздуха при температуре  $t_a$ , кг/м<sup>3</sup>;  $L_o$  – подача обрабатываемого воздуха, кг/с;  $t$  и  $t_a$  в °С.