О напряженно-деформированном состоянии инструмента в процессах течения тонкого пластического слоя

к.т.н. проф. Бодунов М.А., Бородин И.В., к.ф.-м.н. доц. Бодунов Д.М.
Университет машиностроения
(495) 2230523, m.a.bodunov@mail.ru, xborodin@gmail.com, d-bodounov@mail.ru

Аннотация. Работа является продолжением исследований коллектива авторов и посвящена проблеме течения тонкого слоя пластически анизотропного материала по поверхности упругого тела. Полученные ранее результаты использованы для формулировки задачи теории упругости и исследования напряженно-деформированного состояния упругого тела (инструмента).

Ключевые слова: анизотропия материала, тонкий слой, напряженно-деформированное состояние.

Математическая модель процесса (квазистатика) течения тонкого пластического слоя по упруго-деформируемой поверхности рассматривается в работах [1 – 4], предложены методы исследования данной модели [2, 4], получены важные результаты [4, 7, 8], но, в основном, исследуется геометрия слоя – форма контура, разнотолщинность и т.д. В представленной работе внимание уделяется исследованию напряженно-деформированного состояния упругого тела, на грани которого и происходит течение. Принимая во внимание тот факт, что совместная постановка задач теории течения и теории упругости рассматривается в [8], остановимся подробнее на задаче теории упругости.

Запишем основные её соотношения, которыми определяется напряженно-деформированное состояние тела инструмента.

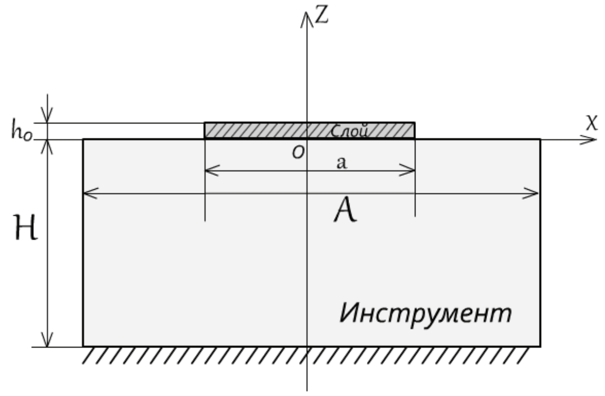

Рисунок 1. Схема процесса

Формулы Коши:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x};\ \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z}\right);$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y};\ \varepsilon_{yz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z}\right);$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z};\ \varepsilon_{xy} = 0.$$

Соотношения Ламе:

$$\sigma_{xx} = \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_{xx};\ \sigma_{xz} = 2\mu\,\varepsilon_{xz};$$

$$\sigma_{yy} = \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_{yy};\ \sigma_{yz} = 2\mu\,\varepsilon_{yz};$$

$$\sigma_{zz} = \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_{zz};\ \sigma_{xy} = 0.$$

Уравнения равновесия в форме Ламе:

$$\begin{cases}(\lambda+\mu)\dfrac{\partial\theta}{\partial x}+\mu\,\Delta u_x=0;\\(\lambda+\mu)\dfrac{\partial\theta}{\partial y}+\mu\,\Delta u_y=0;\\(\lambda+\mu)\dfrac{\partial\theta}{\partial z}+\mu\,\Delta u_z=0;\end{cases}$$

здесь: Δ – оператор Лапласа, $\theta=\varepsilon_{xx}+\varepsilon_{yy}+\varepsilon_{zz}$.

Запишем граничные условия задачи теории упругости:

$$\begin{cases}1.\ z=-H:\quad u_z=0;\quad \sigma_{xz}=0;\quad \sigma_{yz}=0;\\2.\ z=0:\\ S1:\qquad \sigma_{zz}=-p;\quad \sigma_{xz}\cong 0;\qquad \sigma_{yz}\cong 0;\\ S2:\qquad \sigma_{zz}=0;\qquad \sigma_{xz}=0;\qquad \sigma_{yz}=0;\\3.\ \text{боковая поверхность } \Gamma_2:\\ \quad \sigma_{ij}n_j=0.\end{cases}$$

Здесь S_1 – область, занятая слоем, S_0 – свободная область поверхности контакта. С помощью соотношений Ламе граничные условия можно записать в перемещениях:

$$\begin{cases}1.\ z=-H:\qquad u_z=0;\quad \dfrac{\partial u_x}{\partial z}=0;\quad \dfrac{\partial u_y}{\partial z}=0;\\2.\ z=0,\quad S1:\quad (2\mu+\lambda)\dfrac{\partial u_z}{\partial z}+\lambda\left(\dfrac{\partial u_x}{\partial x}+\dfrac{\partial u_y}{\partial y}\right)=-P(x,y);\\\dfrac{\partial u_z}{\partial x}+\dfrac{\partial u_x}{\partial z}=0;\\\dfrac{\partial u_z}{\partial y}+\dfrac{\partial u_y}{\partial z}=0;\\z=0,\quad S2:\quad (2\mu+\lambda)\dfrac{\partial u_z}{\partial z}+\lambda\left(\dfrac{\partial u_x}{\partial x}+\dfrac{\partial u_y}{\partial y}\right)=0;\\\dfrac{\partial u_z}{\partial x}+\dfrac{\partial u_x}{\partial z}=0;\\\dfrac{\partial u_z}{\partial y}+\dfrac{\partial u_y}{\partial z}=0;\\3.\ \text{боковая поверхность } \Gamma_2:\\\sigma_{ij}n_j=0.\end{cases}$$

Решение задачи теории упругости получено с помощью метода конечных элементов в вычислительной среде ANSYS. При этом напряжения σ_{zz} были известны из решений, полученных ранее [9].

Ниже приводится один из полученных результатов исследования: для определенного набора параметров совместной задачи получено, в частности, распределение давления (рисунок 2).

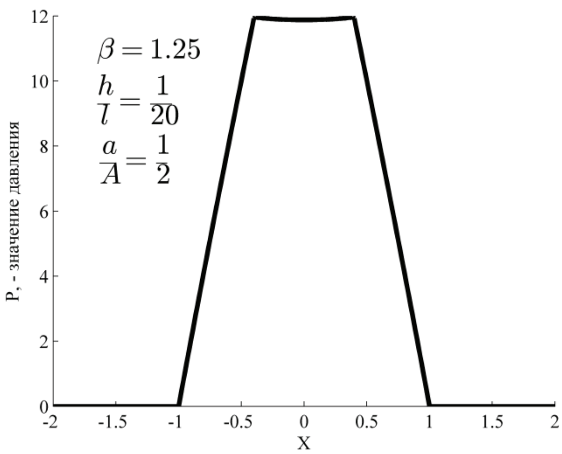

Рисунок 2. Давление в сечении $y = 0$

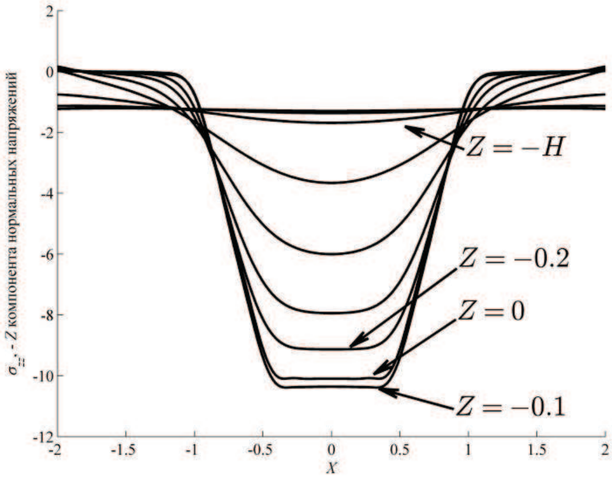

Рисунок 3. Распределение нормальных напряжений в инструменте

Здесь β – параметр анизотропии, h/ℓ – относительная толщина слоя, a/A – параметр модели.

Далее представлено распределение нормальных напряжений в теле инструмента; показано, что при переходе от поверхности контакта к опорной поверхности нормальные напряжения постепенно выравниваются по горизонтальной плоскости (рисунок 3).

Также определена интенсивность напряжений (по Мизесу), распределенных по оси Oz (рисунки 4, 5)

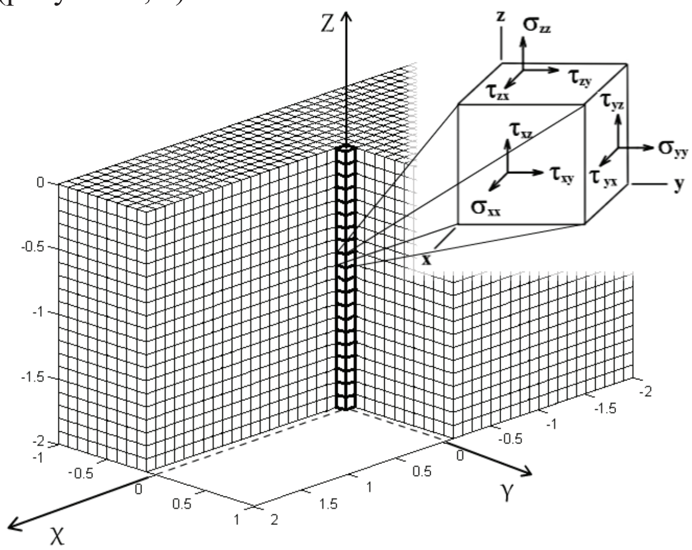

Рисунок 4. Группа элементов, составляющих «центр» упругого тела

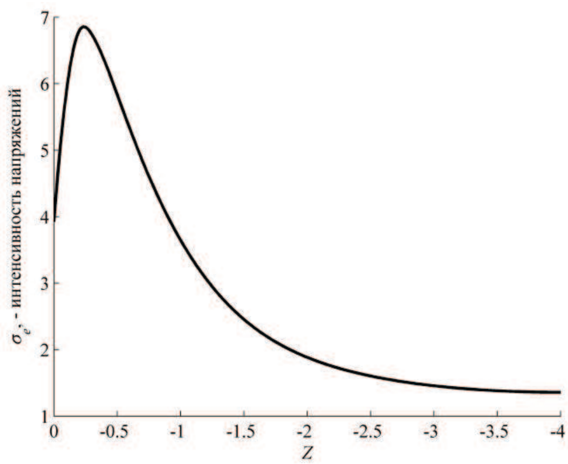

Рисунок 5. Распределение интенсивности напряжений в инструменте по оси Oz

Как видно из рисунка, наибольшая интенсивность напряжений в инструменте находится не на контактной поверхности, а на некотором углублени от нее, что может быть обусловлено влиянием сдвиговых напряжений элементов, расположенных «под» контактной поверхностью.

Литература

1. Ильюшин А.А. Вопросы теории течения пластического вещества по поверхностям // Прикл. матем. и мех. – 1954, т. 18, № 3. – с. 265 - 288.
2. Ильюшин А.А. Полная пластичность в процессах течения между жесткими поверхностями, аналогия с песчаной насыпью и некоторые приложения // Прикл. матем. и мех. – 1955, т. 19, № 6. – с. 693 - 713.

3. Кийко И.А. Теория пластического течения в тонком слое металла. – М.: Инст. мех. МГУ, 1971. – 66 с.
4. Кийко И.А., Анизотропия в процессах течения тонкого пластического слоя//ПММ, 2006, т.70, вып.2, с. 344 - 351.
5. Новацкий В. Теория упругости // М., Наука. – 1975. – 872 с.
6. Кийко И.А. Вариационный принцип в задачах течения тонкого слоя пластического вещества // ДАН СССР. – 1964, т. 157, № 3. – с. 551 - 553.
7. Бодунов Д.М. Течение тонкого слоя идеально-пластического материала по деформируемым поверхностям: Дис... канд. физ.-мат.н. – М., МГТУ МАМИ, 2004. – 163 с.
8. Коваленко П.В., Течение тонкого слоя пластического материала по грани упруго-деформируемого инструмента, Дис... канд. физ.-мат.н. – М., МГТУ МАМИ, 2009. – 129 с.
9. Бодунов М.А, Бородин И.В., Кийко Л.К., Течение тонкого слоя пластически анизотропного материала по грани упругого параллелепипеда // М., Известия МАМИ, 2014, .т 3, с. 22 - 29.