

## Гравитационный аналог Земли и ее фигура

к.т.н. доц. Русанов П.Г.  
МГТУ им. Н.Э. Баумана  
8 (499) 263-63-75, pa4rus@gmail.com

*Аннотация.* Методом численного моделирования фигуры Земли установлено, что ее реальная фигура не соответствует центральному гравитационному полю. Предложен двухмассовый аналог источника нецентрального поля гравитации Земли в виде ядра и экваториального кольца. Установлены численные значения масс двухэлементной модели и радиуса кольца, при которых расчетная фигура Земли и зависимость ускорения силы тяжести на ее поверхности от широты соответствуют экспериментальным данным и международным соглашениям.

*Ключевые слова:* фигура Земли, масса, гравитация, вращение Земли, ядро, кольцо, равновесная форма поверхности, ускорение поля силы тяжести.

### Введение

Фигурой Земли принято считать равновесную форму поверхности спокойного мирового океана, покрывающего, условно, всю планету. На форму этой поверхности влияют, главным образом, силы гравитации Земли и ее суточное вращение. Очевидно, что при однородном строении планеты и в отсутствии суточного вращения фигура Земли была бы близка к сферической. Экспериментальные данные свидетельствуют о том, что реальное внешнее гравитационное поле Земли не является центральным [1 – 4]. Главной причиной отклонений гравитационного поля Земли от его расчетного центрального образа является неоднородность распределения масс внутри планеты.

Одна из целей исследователей фигуры Земли – приблизить расчетные модели к ее реальному образу. Существующие аналитические модели фигуры Земли построены на аппроксимации формы всей планеты в целом или ее локальных участков подходящей поверхностью эллипсоида по экспериментальным данным, не используя уравнений равновесного состояния водной поверхности мирового океана.

Анализ фигуры Земли и ее гравитационного поля выполнен в рамках твердотельных моделей на основе конструктивного моделирования масс – источника гравитационного поля и численного решения дифференциального уравнения (ДУ) относительного равновесия частицы жидкости на поверхности мирового океана с учетом физических сил и сил инерции.

В ходе исследований установлено, что результаты численных расчетов характерных размеров фигуры Земли для модели № 1 с центральным гравитационным полем не отвечают экспериментально измеренным величинам  $R_e$ ,  $R_p$  – экваториального и полярных радиусов планеты.

В связи с этим, для уточнения внутреннего строения Земли предложена комбинированная модель источника гравитационных сил планеты № 2, состоящая из двух тел – центрального ядра и экваториального кольца, которая позволила существенно повысить точность представления фигуры Земли и параметров поля результатов. Для двух-массовой модели источника гравитации найдены оптимальное соотношение масс ядра и кольца, а также величина радиуса кольца, при которых получаемые результаты приближаются к экспериментальным данным и к критерию международных соглашений в отношении: 1) расчетного образа фигуры Земли и 2) величины ускорения поля силы тяжести на ее поверхности [4].

### Постановка двух задач и допущения

Задача оценки фигуры Земли рассматривается ниже в двух вариантах ее постановки. В первом варианте предполагаем, что внешнее гравитационное поле планеты вблизи ее поверхности является центральным, сферическим, при этом основным источником гравитации является однородное сферическое ядро планеты. Во втором варианте гравитационное поле

считаем симметричным относительно  $Oz$  – оси суточного вращения планеты и плоскости экватора. Здесь источником гравитации служит система из двух однородных симметричных тел с общей осью симметрии, состоящая из *ядра* и *экваториального кольца* (пояса).

В обоих случаях неизвестную фигуру Земли считаем поверхностью тела вращения, ось которой совпадает с осью  $Oz$ . Дополнительным элементом симметрии этой поверхности служит ее плоскость экватора. Вследствие принятых допущений о принадлежности фигуры Земли к числу поверхностей тел вращения с двумя элементами симметрии, задача расчета ее формы сводится к расчету плоской формы ее меридиана от экватора до полюса. Анализ формы меридиана в обоих вариантах задачи проведем с применением цилиндрической и декартовой систем координат (СК), жестко связанных с Землей, с общим началом координат в т.  $O$ , центре ядра, и общей осью  $Oz$  (рисунок 1).

Искомую линию меридиана фигуры Земли в плоскости  $Oxy$  рассматриваем как геометрическое место равновесных положений на поверхности океана частиц воды, принимаемых за материальные точки некоторой массы  $m$ . Неизвестную линию меридиана представим в цилиндрической СК функцией  $r = r(\varphi)$ , где  $\varphi$  – географическая широта места. В каждом из двух модельных вариантов источника гравитационного поля Земли, рассматриваемых ниже, эту функцию будем рассчитывать исходя из условия покоя частиц воды по отношению к Земле.

Считаем известными величины  $G$  – гравитационная постоянная в законе всемирного тяготения,  $M$  – масса Земли,  $\Omega$  – постоянная угловая скорость суточного вращения Земли,  $R_e, R_p$  – экваториальный и полярный радиусы Земли,  $g_\Omega$  – ускорение силы тяжести на экваторе,  $g_e$  – ускорение гравитационного поля Земли на экваторе. При этом  $g_\Omega = g_e - \Omega^2 R_e$  и  $g_e R_e^2 = GM$ .

Для частицы воды, расположенной на равновесной поверхности мирового океана Земли, пренебрегаем силами поверхностного натяжения, силами гравитации со стороны соседних частиц воды, движением отдельных масс Земли относительно ядра и влиянием космических тел.

### Математическая модель № 1 источника гравитации Земли в виде одиночного ядра

В этой модели основным источником гравитационных сил Земли считаем однородное сферическое ядро. В число сил, действующих на частицу воды массы  $m$ , включаем (рисунок 2)  $F$  – силу гравитации со стороны ядра Земли:

$$F = G \frac{mM}{r^2} = mg_e \frac{R_e^2}{r^2}; \quad (1)$$

$P$  – силу воздействия атмосферного воздуха и

$A$  – силу Архимеда со стороны соседних частиц воды.

Полагаем, что в состоянии относительного равновесия масс океана по отношению к ядру Земли силы  $A$  и  $P$  перпендикулярны к свободной поверхности воды.

В этих условиях относительному равновесию точечной массы  $m$  в равномерно вращающейся системе отсчета движения, жестко связанной с Землей, отвечает уравнение динамики в проекции на местное касательное направление к меридиану:

$$(F - \Phi \cos \varphi) \sin \alpha - \Phi \sin \varphi \cos \alpha = 0, \quad (2)$$

где:  $r$  [м],  $\varphi$  [рад] – полярные координаты точечной массы  $m$ ;

$\Phi = m\Omega^2 r \cos \varphi$  – величина переносной силы инерции Эйлера в неинерциальной системе отсчета, вращающейся вместе с Землей с постоянной угловой скоростью  $\Omega$ ;

$\alpha$  [рад] – угол между касательным направлением к меридиану и окружным направлением в плоскости меридиана (рисунок 2), при этом по геометрическим соображениям

$$r'_\varphi = r \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

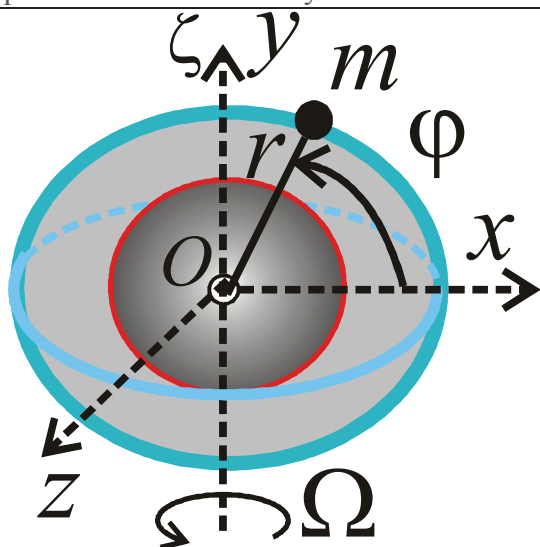


Рисунок 1

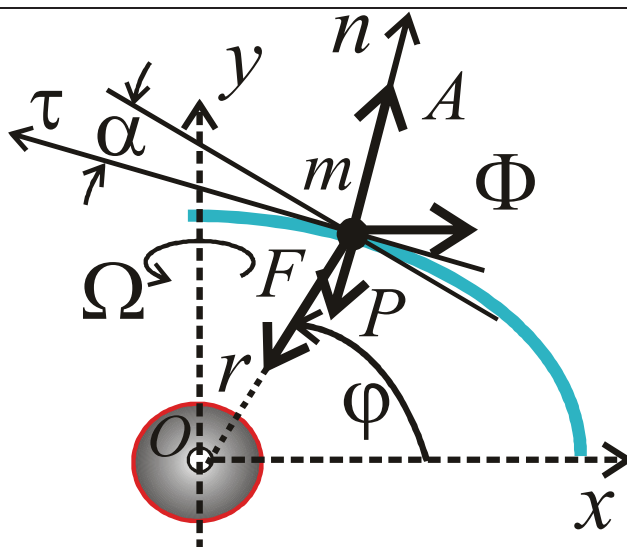


Рисунок 2

С учетом развернутых выражений для  $\Phi, r_\phi'$  представим (2) после сокращения на множитель  $m$  как ДУ первого порядка относительно  $r = r(\varphi)$ :

$$\frac{dr}{d\varphi} = \frac{\Omega^2 r^4 \sin \varphi \cos \varphi}{g_e R_e^2 - \Omega^2 r^3 \cos^2 \varphi} \quad (3)$$

Введением величин  $\rho$  и  $\varepsilon$  уравнение (3) можно было бы представить в безразмерном виде:

$$r = R_e \rho, \quad \varepsilon = \frac{\Omega^2 R_e}{g_e}, \quad \frac{d\rho}{d\varphi} = \frac{\varepsilon \rho^4 \sin \varphi \cos \varphi}{1 - \varepsilon \rho^3 \cos^2 \varphi}$$

Тем не менее, для удобства физического восприятия результатов, получим численное решение  $r = r(\varphi)$  непосредственно по уравнению (3) с исходными данными [4]:  $\Omega = 7.292115 \cdot 10^{-5} \text{ [с}^{-1}\text{]}$ ,  $g_e = 9.814234780 \text{ [мс}^{-2}\text{]}$ , при очевидном начальном условии  $\varphi = 0, r = R_e = 6378245 \text{ [м]}$ . Отметим, что на нулевой широте  $\varphi = 0$  значение параметра  $g_\Omega$  отвечает общепринятой величине ускорения поля силы тяжести на экваторе  $g_\Omega = g_e - \Omega^2 R_e = 9.7803185 \text{ [мс}^{-2}\text{]}$ .

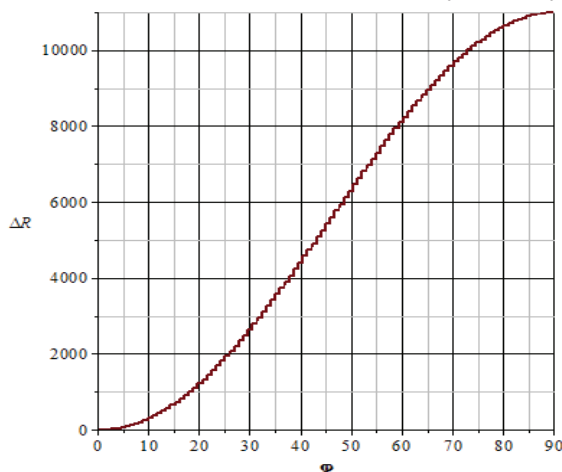


Рисунок 3. Зависимость  $\Delta R = \Delta R(\varphi)$

Для наглядности полученные результаты численного решения (3)  $r = r(\varphi)$  представим зависимостью  $\Delta R = \Delta R(\varphi)$  (рисунок 3), где  $\varphi$  – широта в [град],  $\Delta R = R_e - r \text{ [м]}$  – величина снижения расстояния от текущей точки меридиана до центра ядра при возрастании угла  $\varphi$  от 0 до 90°.

Согласно расчетам величина полярного радиуса Земли оказалась на 11.002 [км] меньше экваториального радиуса, что почти в 2 раза меньше реальной разности указанных радиусов по данным космических измерений:

$$\Delta R_0 = R_e - R_p = 21.382 \text{ [км]}.$$

Поэтому делаем вывод, что в рамках гравитационной модели № 1 точность определения формы фигуры Земли в полярных областях планеты недостаточна, и в связи с этим необходима дополнительная коррекция модели источника гравитации Земли.

### Математическая модель № 2 двухмассового источника гравитации

Не имея достаточной точности, результат, полученный выше для  $\Delta R$  величины снижения расстояния от текущей точки меридиана до центра ядра фигуры Земли с центральным полем гравитации, тем не менее, является качественно верным в отношении условия  $R_e > R_p$ . Он указывает на то, что у планеты, целиком покрытой слоем жидкости (воды) и обладающей центральным полем гравитации, вследствие суточного вращения должно наблюдаться частичное перераспределение массы жидкости в область экваториального пояса. В свою очередь, изменённая структура масс планеты должна нарушить центральность ее внешнего поля гравитации.

Кроме того, по мнению ученых [1, 3], некогда ранее поверхностный слой Земли был горячей расплавленной массой и Земля имела в 2 – 3 раза большую угловую скорость суточного вращения. Согласно результатам, полученным для модели № 1, вследствие суточного вращения у фигуры еще горячей Земли размер ее экваториального радиуса  $R_e$  также превышал  $R_p$ . Общая конфигурация когда-то расплавленной планеты должна была естественным образом сохраниться по мере ее остывания и затвердевания части жидкой массы. В результате прошедших геофизических явлений современная фигура Земли стала близкой к эллипсоиду вращения, приплюснутому со стороны полюсов.

Принципиальная «приплюснутость» формы Земли к плоскости экватора настолько сильно сказалась на ее внешнем гравитационном поле, что для ряда современных технических приложений это поле уже не допустимо считать центральным. Факт нецентральности поля гравитации Земли уже давно считается неоспоримым и экспериментально проверенным. Тем более, что к настоящему времени экспериментально зафиксированы более «слабые» локальные отступления (аномалии) гравитационного поля Земли от принятых стандартов.

Воспользуемся этими доводами для организации модифицированной модели № 2 масс – источника поля гравитации Земли. С учетом вышесказанного, в новой модели представим источник гравитации Земли в виде комбинации из двух тел, состоящей из центрального сферического ядра массы  $M_j$  и однородного экваториального кольца массы  $M_k$ , радиуса  $R_k$  (рисунок 4).

Полагаем, что кольцо и ядро расположены концентрично,  $M_j + M_k = M$ , при этом  $M_j = \eta M$ ,  $M_k = \mu M$ ,  $\eta + \mu = 1$ . При заданных величинах  $R_e$ ,  $\Omega$ ,  $g_e$  значения двух других параметров,  $\mu$ ,  $R_k$ , далее подлежат выбору из условий наилучшего соответствия двух расчетных величин:

- 1) полярного радиуса фигуры Земли – значению  $R_p = 6356863$  [м],
- 2) функции  $g_{\Omega}(\varphi)$  – ускорения свободного падения зависимости  $g_0 = g_0(\varphi)$  для «нормальной Земли», принятой в [4]:

$$g_0 = 9.7803185(1 + 0.0053024 \sin^2\varphi - 0.0000059 \sin^2 2\varphi) \text{ [м с}^{-2}\text{]}. \quad (4)$$

Модель № 2 имеет иной источник гравитации. Это отразится лишь на физической картине гравитационных сил, действующих на частицу воды массы  $m$ . А именно, гравитационное воздействие на массу  $m$  далее будем оценивать двумя силами (рисунок 4).

Одна сила – от ядра:

$$F_j = \eta \cdot G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} = \eta \cdot m \cdot g_e \cdot \frac{R_e^2}{r^2}, \quad (5)$$

а вторая сила  $F_k$  – от кольца.

Оценку силы  $F_k$  выполним, следуя методу твердых тел [5]. Представим кольцо массы  $M_k$  системой из  $2n$  одинаковых масс – однородных шаров массы  $M_0 = 0.5M_k/n = 0.5\mu M/n$ , центры которых расположены равномерно по периметру кольца и симметрично по отношению к плоскости исследуемого меридиана (рисунок 5).

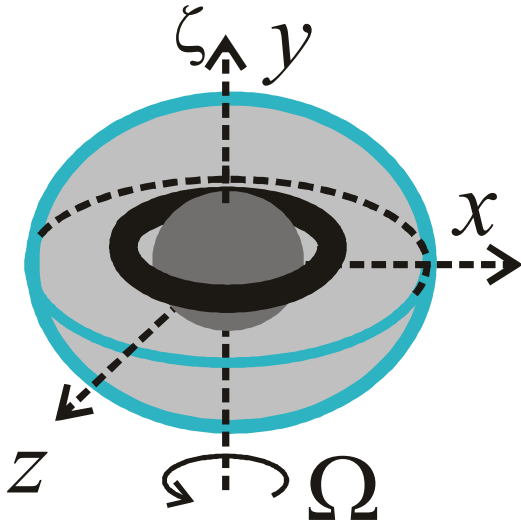


Рисунок 4

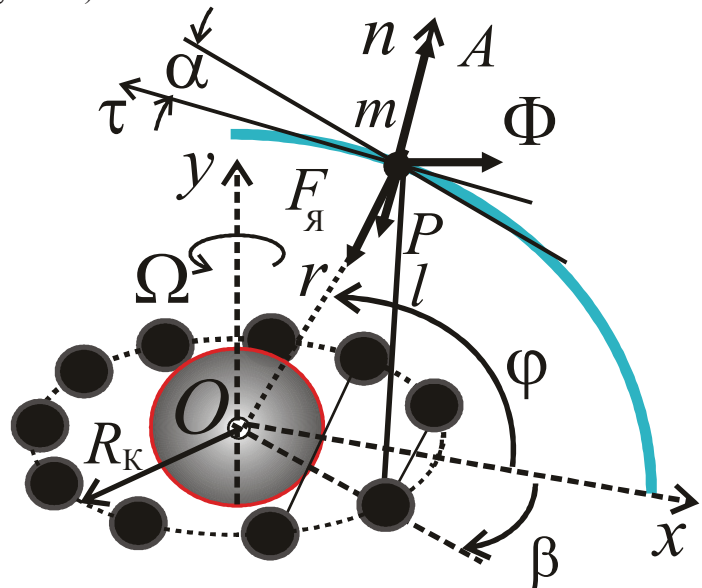


Рисунок 5

Силу  $F_k$  считаем равнодействующей сходящейся системы элементарных сил, действующих на массу  $m$  со стороны каждого шара. Для упрощения расчетов воспользуемся свойствами симметрии в расположении дискретных масс шаров по отношению к плоскости меридиана  $Oxy$ .

Очевидно, что  $m\bar{f}_k$  – равнодействующая двух сил гравитационного притяжения точечной массы воды  $m$  к  $k$ -той паре симметрично расположенных шаров ( $k=1, n$ , отсчет  $k$  начинается с пары шаров, ближайших к меридиану) – будет лежать в плоскости меридиана, то есть в плоскости  $Oxy$ .

Поэтому проекции силы  $f_k$  на оси  $Ox$  и  $Oy$  будут равны удвоенным значениям соответствующих проекций сил, ее составляющих.

$$\bar{F}_{K,xy} = 2m \sum_{k=1}^n \bar{f}_{k,xy}, \quad (6)$$

где:  $f_{kx} = -\mu G \frac{M l_{kx}}{n l_k^3} = -\mu g_e \frac{R_e^2 l_{kx}}{n l_k^3}$ ;  $f_{ky} = -\mu G \frac{M l_{ky}}{n l_k^3} = -\mu g_e \frac{R_e^2 l_{ky}}{n l_k^3}$ ;

$l_{kz} = \sqrt{l_{kx}^2 + l_{ky}^2 + l_{kz}^2}$  – расстояние между центром шара  $k$ -той пары и точкой массы  $m$ ;

$l_{kx} = r \cos \varphi - R_k \cos \beta_k$ ;  $l_{ky} = r \sin \varphi$ ;  $l_{kz} = R_k \sin \beta_k$ ;

$\beta_k = \pi k / n$  – угловой шаг расположения центров шаров по осевой окружности кольца;

$f_{kr} = f_{kx} \cos \varphi + f_{ky} \sin \varphi$ ;  $f_{kp} = f_{ky} \cos \varphi - f_{kx} \sin \varphi$  – проекции вектора  $\bar{f}_k$  на радиальную и поперечную оси в плоскости меридиана.

На этот раз, с учетом (6), относительному равновесию точечной массы  $m$  будет отвечать уравнение динамики (7) в проекции на местное касательное направление к меридиану:

$$(F_{\text{Я}} - 2m \sum_{k=1}^n f_{kr} - \Phi \cos \varphi) \sin \alpha + (2m \sum_{k=1}^n f_{kp} - \Phi \sin \varphi) \cos \alpha = 0. \quad (7)$$

Подобно уравнению (2), (7) тоже допускает сокращение на множитель  $m$  и представле-

ние его в виде ДУ первого порядка относительно  $r = r(\varphi)$  – функции, определяющей форму меридиана:

$$\frac{dr}{d\varphi} = r^3 \frac{\Omega^2 r \sin \varphi \cos \varphi - 2 \sum_{k=1}^n f_{kp}}{\eta g_e R_e^2 - 2r^2 \sum_{k=1}^n f_{kr} - \Omega^2 r^3 \cos^2 \varphi}. \quad (8)$$

Напомним, что в ДУ (8) содержатся два свободных параметра  $\mu$ ,  $R_K$ , величины которых еще предстоит выбрать так, чтобы численное решение (8) имело результаты, близкие к экспериментальным значениям  $R_e$ ,  $R_p$  и принятому соглашению [4]. Проблему подбора параметров  $\mu$ ,  $R_K$  можно было бы решить методами минимизации двух невязок  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ :

$$\varepsilon_1 = r_{\varphi=\pi/2} - R_p \text{ и } \varepsilon_2 = \max_{0 \leq \varphi \leq \pi/2} |g(r, \varphi) - g_0(\varphi)|,$$

где:  $r = r(\varphi, \mu, R_K)$  – численное решение ДУ (8) с начальным условием  $\varphi = 0$ ,  $r = R_e$ ,

$$g(r, \varphi) = \sqrt{\left[\eta g_e \frac{R_e^2}{r^2} - 2 \sum_{k=1}^n f_{kr} - r \cdot (\Omega \cos \varphi)^2\right]^2 + \left[2 \sum_{k=1}^n f_{kp} - r \cdot \Omega^2 \cos \varphi \sin \varphi\right]^2}.$$

Тем не менее, в связи с качественным отношением к получаемым результатам данного исследования, а также ввиду громоздкости представления функций, входящих в невязки, оценку оптимальных значений параметров  $\eta$ ,  $R_K$  выполним методом сведения данной задачи оптимизации к двум одномерным случаям.

### Численные результаты

На первом этапе анализа модели № 2 для фиксированных значений  $\eta$ , начиная с  $\eta=0.1=10\%$ , при  $2n=100$ , численными итерационными методами были подобраны соответствующие  $\eta$  значения параметра  $R_K$  из условия близости решения ДУ (8) в конце участка интегрирования по  $\varphi$ , то есть значения  $r(\pi/2, \eta, R_K)$  к величине  $R_p = 6356863$  [м].

В результате расчетов установлено, что граничному условию на конце участка интегрирования удовлетворяют следующие пары параметров  $\eta$ ,  $R_K$  (таблицы 1a, 1b, 1c).

Таблица 1a

$\eta$ %	10	20	30	40	50	60	70	80	90
$R_K$ [км]	314.4	333.5	356.6	385.2	422.0	471.9	545.0	667.9	946.1

Таблица 1b

$\eta$ %	91	92	93	94	95	96	97	98	99
$R_K$ [км]	997.7	1059	1132	1224	1342	1503	1740	2140	3054

Таблица 1c

$\eta$ %	99.1	99.2	99.3	99.4	99.5	99.6	99.7	99.8
$R_K$ [км]	3223	3422	3659	3948	4307	4759	5320	5942

По таблице 1 видно, что с уменьшением массы кольца ( $\eta \rightarrow 1$ ,  $\mu \rightarrow 0$ ) резко возрастает значение его радиуса  $R_K$  ( $R_K \rightarrow R_e$ ), при котором  $r = r(\varphi, \mu, R_K)$ , решение ДУ (8) может удовлетворять граничным условиям на экваторе  $\varphi=0$  и на полюсе  $\varphi=\pi/2$ .

Отсюда следует вывод, что экваториальный поверхностный слой планеты, несмотря на его сравнительно малую массу, оказывает существенное влияние на ее гравитационное поле.

В каждом случае подбора величины  $R_K$ , обеспечивающей схождение численного решения ДУ (8) к значению  $r(\pi/2, \eta, R_K) = R_p$  при фиксированном значении  $\eta$ , производим повторное численное интегрирование (8). Но на этот раз с целью оценки  $\Delta g = \max_{0 \leq \varphi \leq \pi/2} |g(r, \varphi) - g_0(\varphi)|$  – максимальной погрешности разности,  $g(r, \varphi)$  – расчетного значения ускорения свободного падения на поверхности фигуры Земли в широтах из промежутка  $0 \leq \varphi \leq 90$  [град], отличающихся на 1 [град], и значениями  $g_0 = g_0(\varphi)$  для тех же широт.

Расчеты показали, что величина  $\Delta g$  имеет глобальный минимум в диапазоне  $80\% \leq \eta \leq 90\%$ . Выборочные результаты подобных расчетов приведены в таблице 2.

Таблица 2

$\eta$ %	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91
$R_K$ [км]	682.3	701.1	721.5	743.8	768.3	795.4	825.6	859.5	897.9	945.3
$\Delta g$ [мм с <sup>-2</sup> ]	6.941	6.928	6.914	6.899	6.883	6.867	6.853	6.850	6.851	6.854

Согласно таблице 2, предложенная математическая модель №2 дает наиболее близкие результаты к [4] при  $\eta \approx 89\%$  и  $R_K \approx 860$  [км] с погрешностью оценки величины  $g(r, \varphi)$  – ускорения поля силы тяжести менее 0.07% на всем протяжении меридиана фигуры Земли.

Об отличии форм расчетной линии меридиана при оптимальных значениях  $\eta$  и  $R_K$  от меридиана фигуры Земли в виде эллипсоида вращения [1 – 3]:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

с полуосями  $a = R_e$  и  $b = R_p$ , можно судить по рисунку 6.

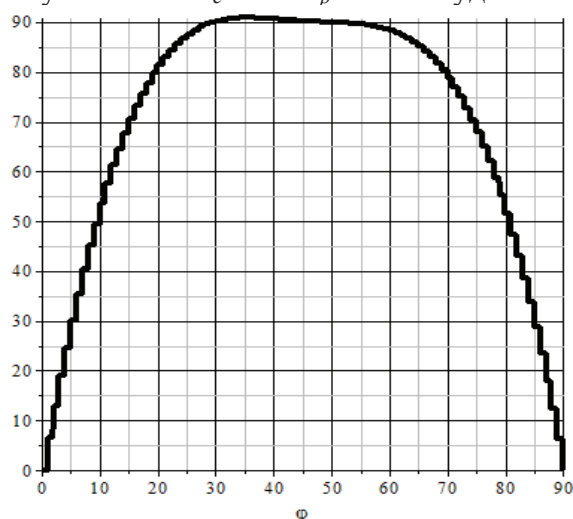


Рисунок 6

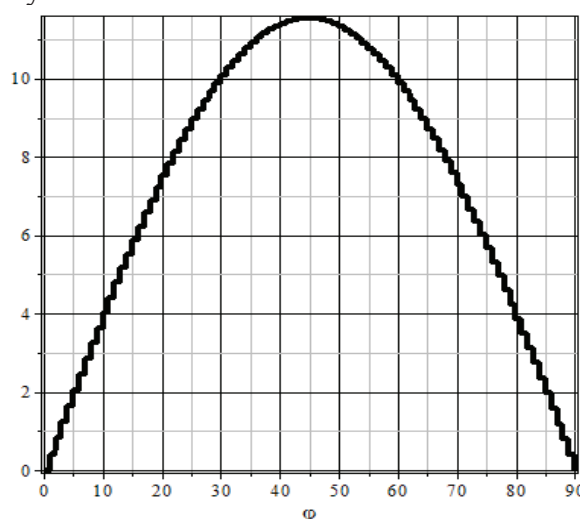


Рисунок 7

На нем изображена зависимость от широты  $\varphi$  [град] величины  $\Delta r(\varphi)$  – расстояния между этими кривыми, измеряемого в [м] по радиальному направлению из центра  $O$ :

$$\Delta r(\varphi) = r(\varphi, \eta, R_K) - r_3(\varphi), \text{ где } r_3(\varphi) = \sqrt{(a \cos \gamma)^2 + (b \sin \gamma)^2}; \quad \gamma = \arctg(\operatorname{tg} \varphi \cdot a/b).$$

На широте  $\varphi = 35^\circ$  функция  $\Delta r(\varphi)$  имеет максимальное значение, равное 90.9 [м]. При этом все промежуточные точки меридиана расчетной фигуры Земли для модели №2 отстоят дальше от центра  $O$ , чем точки меридиана у эллипсоида. Это означает, что эллипсоид Земли [1-3] расположен внутри поверхности фигуры Земли, определяемой по модели №2, и касается ее лишь в точках экватора и на полюсах.

На рисунке 7 отражена зависимость от широты  $\varphi$  [град]  $\alpha$  – угла отклонения в [дуг. минутах] направления местного вектора ускорения поля силы тяжести  $g(r, \varphi)$  в плоскости меридиана, или местной вертикали от направления на центр  $O$ .

$$\operatorname{tg} \alpha = \left| \sum_{k=1}^n f_{kp} - r \cdot \Omega^2 \cos \varphi \sin \varphi \right| / \left| \eta g_e \frac{R_e^2}{r^2} - \sum_{k=1}^n f_{kr} - r \cdot (\Omega \cos \varphi)^2 \right|.$$

В районе широты  $\varphi = 44^\circ$  угол  $\alpha$  достигает наибольшего значения, равной 11.544 [дуг.мин.], что соответствует общепринятой норме отклонения данного направления от радиального.

### Заключение

Численными расчетами подтверждено, что математическая модель центрального поля

гравитации Земли с центральным ядром гравитации массой  $M$ , равной массе Земли, по точности результатов не обеспечивает экспериментально определенной разности  $R_e - R_p = 21382$  [м] радиусов осесимметричной фигуры Земли на экваторе и на ее полюсах. Ошибка составляет примерно 50%.

Модифицированная расчетная схема расположения основных гравитирующих масс Земли в виде центрального сферического ядра и однородного экваториального пояса (центральное ядро массой  $M_{\text{я}} \approx 0.89 M$  и экваториальное кольцо радиусом  $R_{\text{к}} \approx 860$  [км], массой  $M_{\text{к}} \approx 0.11 M$ ) позволила получить существенно более точные результаты уже не только в отношении  $(R_e - R_p)$  – величины разности характерных размеров фигуры Земли, но также и в отношении параметров нецентрального гравитационного поля Земли, в частности величины и направления локального вектора ускорения силы тяжести на ее поверхности. Полученная расчетная форма Земли внешним образом охватывает эллипсоидальную форму Земли. При этом обе поверхности контактируют между собой лишь на экваторе и на полюсах, а в точках параллели с широтой  $\varphi=35^0$  имеют в радиальном направлении максимальное расстояние между собой, равное 90.9 [м].

Кроме геометрических методов воспроизведения фигуры Земли, основанных на аппроксимации экспериментальных данных, ее математические модели, базирующиеся на физических законах гравитационного взаимодействия, также позволяют уточнять внутреннее строение Земли и оценивать положение и размеры локальных источников гравитации.

#### Литература

1. Пантелеев В.Л. Курс лекций «Теория фигуры Земли» // М.: МГУ им. М.В.Ломоносова, 2000, 98 с.
2. Молоденский М.С. Гравитационное поле, фигура и внутреннее строение Земли // М.: Наука, 2001, 569 с.
3. Кузнецов В.В. Физика Земли // Новосиб.: 2011, 840 с.
4. Параметры общего земного эллипсоида и гравитационного поля Земли // Москва: РИО ТС ВС РФ, 1991, 68 с.
5. Русанов П.Г. Алгоритмические концепции метода твердых тел // Известия МГТУ «МАМИ». Научный рецензируемый журнал. Серия «Естественные науки». – М., МГТУ «МАМИ» № 3(17), 2013, т. 1. С. 124-136.