

**Статистические характеристики оценки координат точки на поверхности Земли при применении на КА комбинации разностно-дальномерного и пеленгационного методов**

к.т.н. Блохина В.Ф., Попов П.Б.

Университет машиностроения, ФГУП «ЦНИРТИ им. академика А.И. Берга»

8(499)308-35-98

*Аннотация.* В работе предложены аналитические соотношения для расчета в линейном приближении по ошибкам измерения оценки географических координат и корреляционной матрицы точки на поверхности Земли при применении комбинации разностно-дальномерного и пеленгационного методов. Показано, что использование пеленгационного и разностно-дальномерного метода позволяет снизить число КА до 2 при реализации высоких точностей местоопределения, присущих РДМ и упростить поддержание конфигурации группировки.

*Ключевые слова:* источники излучения, местоопределение, статистические характеристики, разностно-дальномерный и пеленгационный методы.

Рассматривается задача местоопределения излучающих объектов, находящихся на поверхности Земли, с помощью КА дистанционного зондирования (КА ДЗЗ) пеленгационным (ПМ) и разностно-дальномерными методами РДМ [1].

Пеленгационный метод местоопределения с борта КА, определяющий направляющие косинусы линии цели, обладает высокой разрешающей способностью, достоверностью и оперативностью при обработке больших потоков сигналов, принимаемых со всей области радиовидимости, однако имеет не очень высокие точностные характеристики, особенно при удалении источника излучения (ИИ) от точки проекции КА на поверхность Земли.

Разностно-дальномерный метод обладает целым рядом недостатков (в том числе он неприменим как автономный метод местоопределения при наблюдении импульсных ИИ в плотном поле при больших размерах зоны обзора), но ему присущи потенциально высокие точностные характеристики. Поэтому интерес вызывает попытка использовать для местоопределения комбинацию пеленгационного (как основного) и разностно-дальномерного метода (для уточнения координат).

Рассмотрим точностные характеристики обоих методов применительно к группировке КА ДЗЗ. Будем полагать высоту орбиты КА, равной  $\sim 1000$  км, а угол наклоения  $\sim 63^\circ$ .

При применении пеленгационного метода измеряется пеленги  $s_i = \cos(\varphi_i)$ ,  $i=1,2$ , где  $\varphi_i$  – углы между направлением на излучающую точку на поверхности Земли и векторами двух осей пеленгационного устройства, положение которых в гринвичской системе координат известно с точностью до ошибок определения ориентации и навигационных ошибок.

Ошибки пеленгации обратно пропорциональны размеру измерительной базы, а ошибки определения ориентации осей пеленгационных устройств при больших (несколько метров) размерах измерительной базы не могут быть менее единиц угловых минут. Эти ошибки можно считать статистически независимыми и подчиняющимися нормальному закону с диагональной корреляционной матрицей и математическим ожиданием, равным истинному значению.

При использовании спутниковых навигационных систем величину погрешности определения координат КА можно считать равной единицам метров, не оказывающей на точности местоопределения пеленгационным методом принципиального влияния.

Ввиду приведенных соображений, ошибки определения величин  $s_i$  будем считать распределенными по нормальному закону и для определенности с СКО равным  $\sigma_{\Pi} \sim 2'$ .

Как известно, доверительная область пеленгационного метода близка к эллипсу, который имеет радиально симметрическую структуру, СКО большой полуоси которого растет с увеличением расстояния  $r$  до «подспутниковой» точки со скоростью  $\sim r^5$ .

Формулы для вычисления главных полуосей корреляционной матрицы пеленгационного метода местоопределения имеют вид:

$$СКО_m = d * \sigma_{\pi},$$

$$СКО_b = R * (H * \cos(\theta) / (H * \cos(\theta) - d) - 1) * \sigma_{\pi};$$

где:  $d$  – дальность от КА до ИИ,  $\mu$  – азимут направления на КА от ИИ,  $\theta$  – угол места ИИ с КА,  $H$  и  $R$  – расстояния от центра масс Земли до КА и ИИ соответственно.

Зависимость СКО полуосей эллипса рассеяния для СКО  $\sigma_{\pi} \sim 2'$  и высоты орбиты КА  $\sim 1000$  км при применении пеленгационного метода от дальности ИИ до «подспутниковой» точки приведена на рисунке 1.

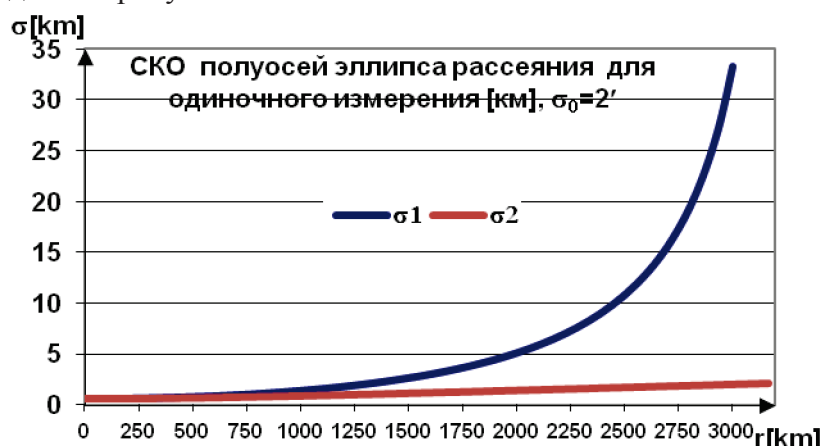


Рисунок 1

РДМ требует измерения времен прихода (либо их разностей) одного и того же фрагмента сигнала минимум в три точки пространства по различным по длине траекториям. Ошибки местоопределения РДМ определяются ошибками измерения времени приема сигналов, навигационными ошибками и конфигурацией точек приема.

Доверительная область ошибок местоопределения разностно-дальномерным методом при наличии  $n$  КА, на которых производится прием сигналов ИИ, определяются корреляционной матрицей географических координат  $\vec{p}$ , вычисляемой по формуле:

$$R_{\vec{p}} = \left( \left( \frac{d\vec{M}}{d\vec{p}} \right)^T R^{-1} \left( \frac{d\vec{M}}{d\vec{p}} \right) \right)^{-1}, \quad (1)$$

где:

$$\vec{M}(\vec{p}) = \left\{ \frac{d_2 - d_1}{c}, \frac{d_3 - d_1}{c}, \dots, \frac{d_n - d_1}{c} \right\}, \quad (2)$$

$d_i$  – расстояния от ИИ до  $i$ -ой точки, где был принят сигнал ИИ,  $c$  – скорость света,

$$R = \sigma_{\Sigma}^2 \begin{pmatrix} 2 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \dots & \dots & 2 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Так как истинные значения  $d_i$  известны с точностью до ошибок навигации, эти ошибки войдут в суммарную ошибку местоопределения, то есть оценку вектора  $\vec{p}$ .

Считая навигационные ошибки постоянными во времени, имеющими круговое распределение, и независимыми от ошибок измерения времени прихода сигналов можно ввести эк-

вивалентную суммарную ошибку измерений с СКО, равным:

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\sigma_t^2 + \frac{\sigma_d^2}{c^2}}, \quad (4)$$

где:  $\sigma_d$ ,  $\sigma_t$  – среднеквадратические отклонения ошибок навигации и ошибок измерения времени приема.

Величина  $\sigma_d$  определяется навигационными ошибками и при использовании спутниковой системы навигации составляет единицы метров, что в пересчете на время не превосходит 30нс. Для дальнейших расчетов примем  $\sigma_{\Sigma}=20$ нс.

РДМ очень чувствителен к конфигурации точек приема, так для трех точек приема СКО ошибок местоопределения определяется углом между кривыми, образующимися пересечениями гиперболоидами  $d_3-d_1=c\Delta\tau_{31}$  и  $d_2-d_1=c\Delta\tau_{21}$ ,  $\Delta\tau_{31}$  и  $\Delta\tau_{21}$  – разности времен прихода сигналов в три точки приема и достигает минимума при их ортогональности друг другу.

Как показывают расчеты, наилучшие точности по области видимости при ограничении на расстояние между КА получаются при конфигурации КА в вершинах правильного треугольника, плоскость которого параллельна касательной плоскости к поверхности Земли в точке пересечения поверхности Земли с линией, проходящей через геометрический центр треугольника (будем называть эту точку центром приема) и цент масс Земли.

При стремлении к нулю стороны треугольника, ошибки местоопределения в зоне обзора стремятся к  $\infty$ , а площадь зоны обзора в своем максимуму, при увеличении же стороны треугольника ошибки местоопределения быстро уменьшаются, но также уменьшается и площадь обзора, и вероятность одновременного приема сигналов ИИ на всех КА.

Одной из проблем при применении РДМ является идентификация сигналов по принадлежности одному КА, что не позволяет увеличивать сторону треугольника.

Для трех КА на близких к круговым орбитах и расстоянии между КА  $\sim 150$  км (конфигурация группировки КА, близкая к конфигурации системы White Cloud военно-морского наблюдения США (NOSS) первого и второго поколения [3]), получаем следующую зависимость СКО местоопределения РДМ по зоне наблюдения ( $r$  – расстояние от центра приема до траверза ИИ на след КА) от расстояния от траверза на след КА до ИИ (рисунок 2).

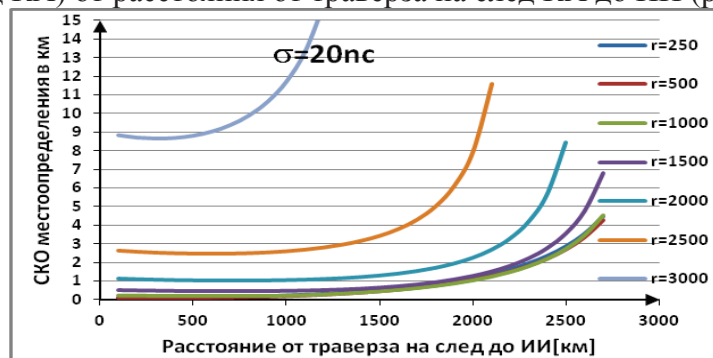


Рисунок 2

Ввиду того, что конфигурация группировки КА не может быть постоянной во времени, а при одинаковых высотах орбиты и углах наклона, даже при корректируемых орбитах, правильный треугольник можно обеспечить только в невысоких широтах (например, в средних). В широтах, близких к углу наклона «треугольник» становится остроугольным, превращаясь практически в линию, и такие точности обеспечить по всей поверхности Земли невозможно.

В северных широтах точность местоопределения ухудшается в связи с деформацией треугольника, что демонстрирует график, изображенный на рисунке 3.

Из приведенных данных следует, что достижимые точности «мгновенного» (одиночно) местоопределения пеленгационного и РДМ ввиду нестабильности точностных характеристик метода сравнимы между собой.

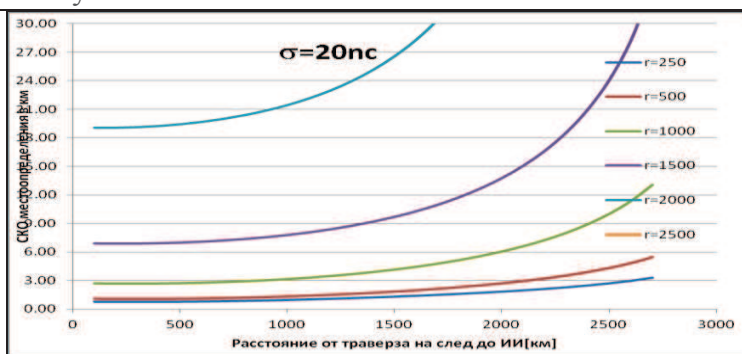


Рисунок 3

Однако при многократных приемах сигнала от одного и того же ИИ при усреднении результатов ввиду различных конфигураций эллипсов рассеяния пеленгационный и РДМ методы различаются по точности местоопределения.

За пролет, при темпе приема сигналов ~30 с, получаем следующие зависимости СКО местоопределения от дальности ИИ от следа орбиты (рисунок 4 для пеленгационного метода, рисунок 5 для РДМ).

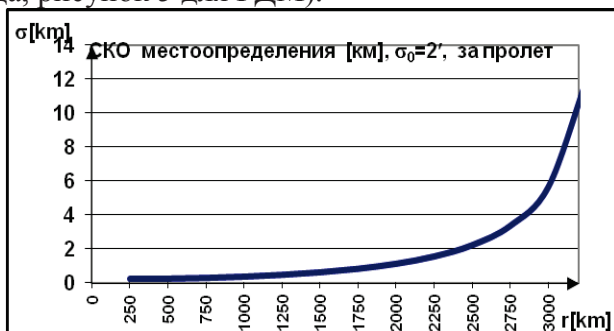


Рисунок 4

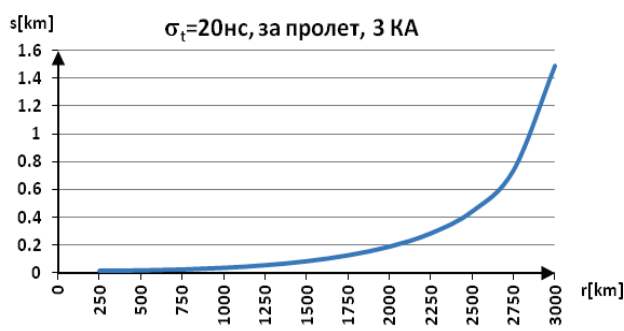


Рисунок 5

В северных широтах ввиду изменения конфигурации группировки точность РДМ падает в несколько раз (рисунок 6).

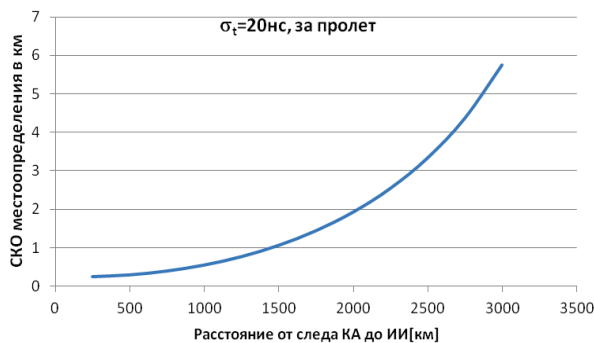


Рисунок 6

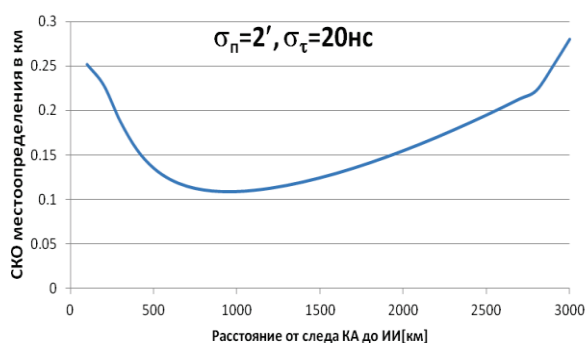


Рисунок 7

При формировании группировки КА из двух КА на одной орбите с расстоянием между ними, оснащая один из них пеленгатором и обеспечивая измерение разности времен приема сигналов на КА, можно достичь за пролет точностных характеристик значительно выше, чем у пеленгационного и РДМ для трех КА во всей зоне наблюдения (рисунок 7). Увеличение точности связано с различиями в «геометрических факторах» разных методов, позволяющих компенсировать недостатки друг друга.

При этом оценка максимального правдоподобия [2] находится из уравнения:

$$(\vec{\xi} - \vec{M}(\vec{p}, \vec{q}))^T R^{-1} (\vec{\xi} - \vec{M}(\vec{p}, \vec{q})) \xrightarrow{\vec{p}} \min, \quad (5)$$

где:  $\vec{\xi}$  – вектор измеряемых параметров,  $\vec{p}$  – вектор оцениваемых параметров,  $R$  – корреля-

ционная матрица вектора измеряемых параметров,  $\vec{M}(\vec{p})$  – функция зависимости истинных значений измеряемых параметров от  $\vec{p}$  и  $\vec{q}$ .

В качестве измеряемых параметров в данном случае выступают разность времен моментов прихода одного и того же фрагмента сигнала ИИ, принятого двумя КА из группы и пеленг с одного из КА на ИИ.

Уравнение (5) в общем случае при нелинейной зависимости решается методом последовательных приближений с использованием следующего соотношения:

$$\vec{p}_k = \vec{p}_{k-1} - (S^T R^{-1} S)^{-1} S^T R^{-1} (\vec{\xi} - \vec{M}(\vec{p}_{k-1})). \quad (6)$$

Здесь  $S$  – матрица частных производных компонент вектора  $\vec{M}$ :

$$S = \left( \frac{d\vec{M}(\vec{p})}{d\vec{p}} \right). \quad (7)$$

В качестве нулевого приближения в итерационном процессе (6) могут быть использованы координаты ИИ, полученные при использовании пеленгационной информации, полученной с одного из КА группировки, а корреляционная матрица также как и для РДМ вычисляется из соотношения аналогичного (1).

При этом конфигурация группировки из двух КА не меняется в течение витка, достаточно легко поддерживается в течение времени активного существования. Кроме того весьма просто обеспечивается идентификация сигналов, принятых на разных КА по принадлежности одному ИИ, так как доверительная область пеленгационного метода значительно меньше по площади окрестности линии пересечения поверхности Земли с гиперboloидом вращения, представляющей собой геометрическое место точек возможного положения ИИ при измерении времен приема сигналов на двух КА.

Так как с 2010 года система NOSS третьего поколения строится из пар КА на орбитах с высотой порядка 1100 км с углом наклона  $\sim 63^\circ$ , то напрашивается предположение, что в системе используется комбинация пеленгационного и РДМ метода при слежении, например, за РЛС обеспечения безопасности плавания, которые работают непрерывно на любом судне, либо за связными станциями, которые также практически непрерывно работают. Такие ИИ можно наблюдать многократно в зоне видимости и усредняя измерения добиться высокой точности (рисунок 7).

Точность одиночного местоопределения для этого варианта построения группировки КА приведена на рисунке 8. Легко видеть, что точности местоопределения комбинированной группировкой из двух КА не хуже, чем у тройки с использованием РДМ, так как поддержание стабильной оптимальной конфигурации трех КА невозможно на всех широтах Земного шара.

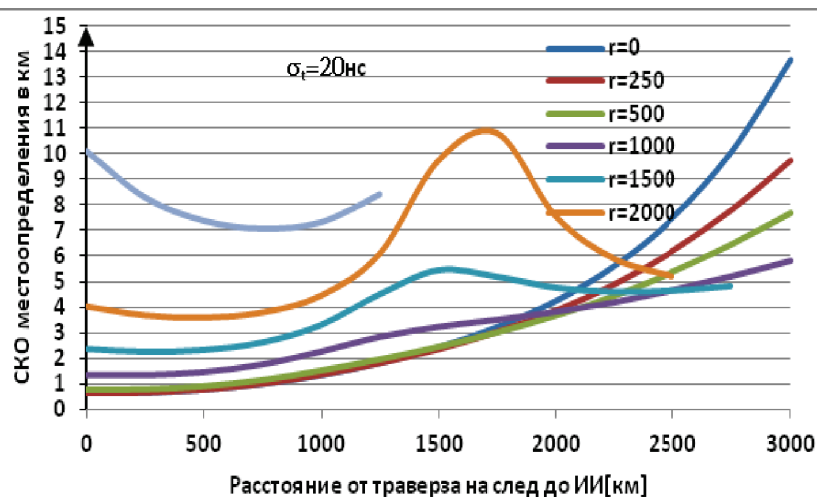


Рисунок 8

### **Выводы**

1. Комбинация пеленгационного и разностно-дальномерного метода позволяет решать задачу местоопределения ИИ системами ДЗЗ с группировкой КА на средних высотах с СКО порядка 200-300м во всей зоне наблюдения при усреднении измерений за интервал наблюдения.
2. Использование пеленгационного и разностно-дальномерного метода позволяет уменьшить число КА до 2 при реализации высоких точностей местоопределения, присущих РДМ, и упростить поддержание конфигурации группировки.

### **Литература**

1. Черняк В.С. Многопозиционная радиолокация, «Радио и связь», 1993.
2. Крамер Г. Математические методы статистики, «МИР», 1975.
3. NOSS Double and Triple Satellite Formations, <http://www.satobs.org/noss.html>.