

6. Качак В.В., Мастерских Е.С., Моисеенко В.Е., Костенко А.В. Уникальные научные объекты высших учебных заведений – информационное и кадровое обеспечение //Интеграл, 2013. - № 5,6. – С. 127-130.
7. Government.ru/orders/10326. Сообщение Правительства РФ о ходе работы по выполнению поручения Президента России от 18 октября 2013 года № Пр-2426 (пункт 1). 8 февраля 2014 г.

Метод аналитического определения крайних положений особых механизмов с использованием программных комплексов

к.т.н. доц. Иванов В.А., к.т.н. доц. Кореновский В.В., к.т.н. проф. Мамаев А.Н.
Университет машиностроения
8(499)267-12-02, vkorenovskii@mail.ru

Аннотация. Разработанные на кафедре ТММ Университета машиностроения программные комплексы предназначены для обучения студентов аналитическим методам анализа при решении задач курсового проекта или курсовой работы. Такими задачами являются задачи кинематического анализа механизмов, силового расчета и динамического исследования механизмов. Отличительной особенностью примененных аналитических методов анализа является то, что они ориентированы не на типы механизмов, а на группы Ассура, для которых легко получить точные аналитические решения. Широко используется графическая визуализация полученных решений, что позволяет сравнивать результаты этих решений задач ТММ, с результатами, полученными традиционными методами.

Ключевые слова: плоские рычажные механизмы, группы Ассура, кинематические пары, задачи кинематики, крайние положения в механизмах

На рисунке 1 представлена кинематическая схема исследуемого механизма [1 – 4], у которого определение крайних положений происходит не традиционно. Этот шестизвенный плоский рычажный механизм имеет одну степень свободы, что позволяет сравнительно просто проводить его структурный анализ и исследовать его кинематику. Но при анализе циклического движения необходимо знать крайние положения выходного звена (ползуна E), что вызывает некоторые сложности для студентов, выполняющих кинематический расчет данного механизма. Чтобы правильно определить крайние положения выходного звена (крайние положения этого механизма) надо дополнительно построить 12 или более положений точки K шатуна и провести через эти точки шатунную кривую. Задаваясь положением точек ползуна на направляющей, раствором циркуля, равным чертежной длине шатуна KE найти такие положения иголки циркуля, чтобы дуга, проведенная циркулем проходила касательно к шатунной кривой. Такой графический метод все ещё находит применение при кинематических расчетах механизмов этого типа. Достоинством такого способа построения следует считать его простоту, а к недостатку нужно отнести его небольшую точность.

С целью более точного определения крайних положений ползуна, следует применять аналитические методы. Известно, что в крайних положениях механизма скорость выходного звена равна нулю, а ускорение есть и направлено в сторону другого крайнего положения (в нашем случае, в крайнем нижнем положении ускорение положительно, в крайнем верхнем положении ускорение отрицательно).

Исходя из этих общих предпосылок, находим решение задачи о положениях ползуна E как решение экстремальной задачи, т.е. находим аналоги скоростей и приравниваем их к нулю. Решение такой задачи возможно, если известны все положения всех звеньев данной кинематической цепи и их аналоги скоростей и ускорений.

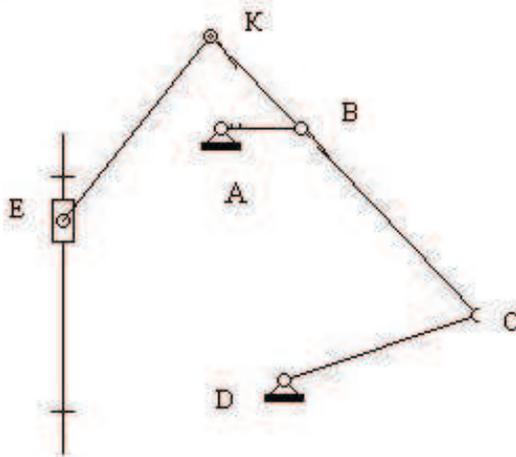


Рисунок 1. Кинематическая схема механизма

В соответствии с обозначениями на рисунке 1 имеем:

$$E_y = AB \cdot \sin \varphi_1 + BK \cdot \sin \varphi_2(\varphi_1) + KE \cdot \sin \varphi_4(\varphi_1),$$

Необходимыми условиями для крайнего нижнего положения ползуна будут

$$\frac{d(E_y)}{d\varphi_1} = 0, \quad \frac{d^2(E_y)}{d\varphi_1^2} \geq 0,$$

а необходимые условия для крайнего верхнего положения ползуна находим следующим образом.

$$\frac{d(E_y)}{d\varphi_1} = 0, \quad \frac{d^2(E_y)}{d\varphi_1^2} \leq 0.$$

Для определения вышеприведенных величин воспользуемся разработанным на кафедре программным модулем для исследования кинематики плоских рычажных механизмов Diada. Основной особенностью данного модуля является возможность расчета кинематических характеристик для всех двухповодковых групп Ассуря плоских рычажных механизмов. В итоге получаем гибкий и универсальный метод для анализа положений, аналогов скоростей и ускорений всех звеньев группы Ассуря в зависимости от положения, аналогов скорости и ускорения ведущего звена. Рассматриваемый механизм состоит из начального звена и групп Ассуря первого и второго видов. Движение звеньев механизма может быть организовано следующим образом: задаем циклическое движение кривошипа с угловым шагом и обращаемся к процедуре, вычисляющей кинематику группы Ассуря первого вида, затем к процедуре для вычисления кинематики группы Ассуря второго вида.

Из рисунка 2 следует, что название параметров синтеза в рисунке не соответствуют истинным обозначения (см. рисунок 1). Дело заключается в том, в процедурах для вычисления кинематических характеристик используется т.н. входные формальные параметры, которые должны заменяться входными фактическими при обращении к процедуре. Результаты вычислений в каждой процедуре хранятся в т.н. выходных (возвращаемых) параметрах. Такое построение вычислительного процесса повышает универсальность каждой процедуры.

Рассмотрим расчет кинематики для группы Ассуря первого вида (2ПГ1В).

Определение положений звеньев

Положения звеньев данной группы Ассуря определим с помощью рисунка 1, на котором представлена схема группы в соответствующей системе координат, обозначения звеньев и кинематических пар. Назовем конфигурацию группы сборкой № 1, когда координата точки В в локальной системе координат $x_1o_1y_1$ $V_{y1} > 0$, в противном случае мы имеем сборку № 2. Известны координаты точек А,С в абсолютной системе координат, длины звеньев l_2 и l_3 и

необходимо определить абсолютные координаты точки В, углы φ_2 и φ_3 . Расстояние АС определим по теореме Пифагора

$$AC = \sqrt{(C_x - A_x)^2 + (C_y - A_y)^2}.$$

Угол α определим по формуле

$$\alpha = \arctan\left(\frac{C_y - A_y}{C_x - A_x}\right),$$

а для определения локальных координат B_{x1} и B_{y1} воспользуемся теоремой косинусов и теоремой Пифагора. Учитывая, что

$B_{x1} = l_2 \cos \angle BAC$, получаем

$$B_{x1} = \frac{l_2^2 + AC^2 - l_3^2}{2AC}, \quad B_{y1} = \sqrt{l_2^2 - B_{x1}^2}.$$

Здесь необходимо отметить, что если конфигурация группы Ассур соответствует сборке № 2, то $B_{y1} = -B_{y1}$.

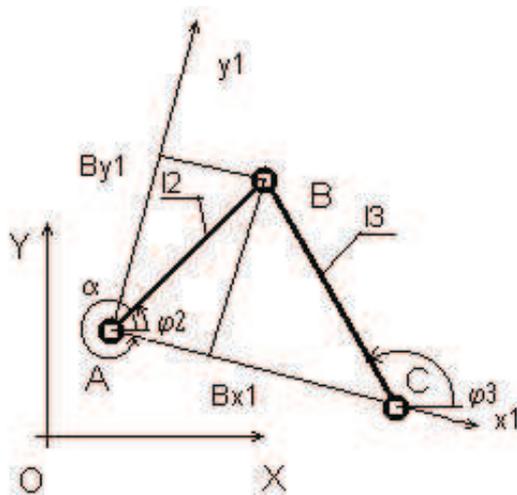


Рисунок 2. Расчетная схема группы Ассур 1 вида

Теперь можно определить абсолютные координаты точки В, используя метод преобразования координат:

$$B_x = A_x + B_{x1} \cos \alpha - B_{y1} \sin \alpha$$

$$B_y = A_y + B_{x1} \sin \alpha + B_{y1} \cos \alpha$$

Затем определяем углы наклона звеньев l_2, l_3 - φ_2 и φ_3

$$\varphi_2 = \arctan\left(\frac{B_y - A_y}{B_x - A_x}\right) \quad \varphi_3 = \arctan\left(\frac{B_y - C_y}{B_x - C_x}\right).$$

Так как все углы отсчитываются от положительного направления оси X, то в библиотеку процедур включена специальная функция, вычисляющая угол в радианах в любой четверти через арктангенс (Atan2). Более того, все вычисления углов в процедурах осуществляются при помощи этой функции.

Определение аналогов скоростей

Для определения аналогов скоростей воспользуемся методом замкнутых векторных контуров и напишем проекции векторного уравнения на координатные оси

$$A_x + l_2 \cos \varphi_2 = C_x + l_3 \cos \varphi_3$$

$$A_y + l_2 \sin \varphi_2 = C_y + l_3 \sin \varphi_3.$$

(1)

Продифференцируем полученные уравнения по обобщенной координате φ_1 . Учитывая,

что нам известны значения аналогов скоростей точек А и С (Va_x, Va_y, Vc_x, Vc_y), а также значения углов φ_2, φ_3 , получим линейную систему двух уравнений

$$\begin{aligned} \omega_2 l_2 \sin \varphi_2 - \omega_3 l_3 \sin \varphi_3 &= Va_x - Vc_x \\ \omega_2 l_2 \cos \varphi_2 - \omega_3 l_3 \cos \varphi_3 &= Vc_y - Va_y, \end{aligned} \quad (2)$$

где неизвестными являются аналоги скоростей ω_2, ω_3 . Решение данной системы линейных уравнений проведем методом Крамера. В этом случае представляем уравнения в виде

$$\begin{aligned} a_{11} \omega_2 + a_{12} \omega_3 &= b_1 \\ a_{21} \omega_2 + a_{22} \omega_3 &= b_2, \end{aligned} \quad (3)$$

где коэффициентами $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, b_1, b_2$ представлены следующие постоянные, известные нам по значениям, выражения:

$$\begin{aligned} a_{11} &= -l_2 \sin \varphi_2 & a_{12} &= l_3 \sin \varphi_3 & b_1 &= Vc_x - Va_x \\ a_{21} &= l_2 \cos \varphi_2 & a_{22} &= -l_3 \cos \varphi_3 & b_2 &= Vc_y - Va_y. \end{aligned}$$

Тогда

$$\omega_2 = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}, \quad \omega_3 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}. \quad (4)$$

или

$$\omega_2 = \frac{b_1 \cdot a_{22} - b_2 \cdot a_{12}}{a_{11} \cdot a_{22} - a_{21} \cdot a_{12}}; \quad \omega_3 = \frac{a_{11} \cdot b_2 - a_{21} \cdot b_1}{a_{11} \cdot a_{22} - a_{21} \cdot a_{12}}.$$

Определение аналогов ускорений

Для получения аналогов ускорений дважды продифференцируем уравнения (1) по φ_1 :

$$\begin{aligned} Aa_x - \omega_2^2 l_2 \cos \varphi_2 - \varepsilon_2 l_2 \sin \varphi_2 &= Ac_x - \omega_3^2 l_3 \cos \varphi_3 - \varepsilon_3 l_3 \sin \varphi_3 \\ Aa_y - \omega_2^2 l_2 \sin \varphi_2 + \varepsilon_2 l_2 \cos \varphi_2 &= Ac_y - \omega_3^2 l_3 \sin \varphi_3 + \varepsilon_3 l_3 \cos \varphi_3. \end{aligned}$$

Преобразуем полученные выражения к виду (3)

$$\begin{aligned} a_{11} \varepsilon_2 + a_{12} \varepsilon_3 &= b_1 \\ a_{21} \varepsilon_2 + a_{22} \varepsilon_3 &= b_2, \end{aligned}$$

где коэффициенты $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ сохраняют свои старые значения, а b_1, b_2 определяются по следующим зависимостям:

$$b_1 = Ac_x - Aa_x + a_{21} \omega_2^2 + a_{22} \omega_3^2 \quad b_2 = Ac_y - Aa_y - a_{11} \omega_2^2 - a_{12} \omega_3^2.$$

В этом случае, аналоги ускорений $\varepsilon_2, \varepsilon_3$ будут равны:

$$\varepsilon_2 = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}, \quad \varepsilon_3 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}. \quad (5)$$

или

$$\varepsilon_2 = \frac{b_1 \cdot a_{22} - b_2 \cdot a_{12}}{a_{11} \cdot a_{22} - a_{21} \cdot a_{12}}; \quad \varepsilon_3 = \frac{a_{11} \cdot b_2 - a_{21} \cdot b_1}{a_{11} \cdot a_{22} - a_{21} \cdot a_{12}}.$$

Рассмотрим расчет кинематики для группы Ассур второго вида (2ПГ2В).

Схема данной группы Ассур, координатная система и обозначения кинематических пар и звеньев представлены на рисунке 3.

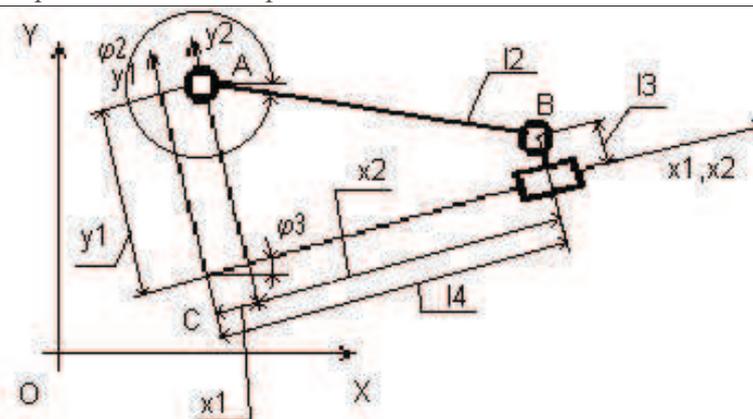


Рисунок 3. Расчетная схема группы Ассура второго вида (2ПГ2В)

Определение положений звеньев

Вычислим координаты точки А в локальной системе координат X_1CY_1

$$\begin{aligned} C_x + A_{x_1} \cos \varphi_3 - A_{y_1} \sin \varphi_3 &= A_x, \\ C_y + A_{x_1} \sin \varphi_3 + A_{y_1} \cos \varphi_3 &= A_y. \end{aligned} \quad (6)$$

В выражении (6) нам известны абсолютные координаты точек А,С, а также угол наклона направляющей для поступательной пары группы - φ_3 . К числу неизвестных, подлежащих определению, относятся координаты точки А в локальной системе координат X_1CY_1 . Перенеся C_x и C_y в правую часть, получим линейную систему двух уравнений, решение которой представим в виде:

$$A_{x_1} = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & -\sin \varphi_3 \\ b_2 & \cos \varphi_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \cos \varphi_3 & -\sin \varphi_3 \\ \sin \varphi_3 & \cos \varphi_3 \end{vmatrix}}, \quad A_{y_1} = \frac{\begin{vmatrix} \cos \varphi_3 & b_1 \\ \sin \varphi_3 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \cos \varphi_3 & -\sin \varphi_3 \\ \sin \varphi_3 & \cos \varphi_3 \end{vmatrix}}. \quad (7)$$

Здесь $b_1 = A_x - C_x$ и $b_2 = A_y - C_y$. Так как определители знаменателей в (7) равны 1, то значения неизвестных равны значениям определителей, расположенных в числителях

$$A_{x_1} = b_1 \cos \varphi_3 + b_2 \sin \varphi_3 \quad A_{y_1} = b_2 \cos \varphi_3 - b_1 \sin \varphi_3.$$

Далее определяем x_2 - проекцию звена 2 на направляющую

$$x_2 = \sqrt{l_2^2 - (A_{y_1} - l_3)^2},$$

а затем и длину направляющей СВ

$$l_4 = A_{x_1} + x_2.$$

Абсолютные координаты точки В и угол наклона звена l_2 определяем по следующим выражениям:

$$\begin{aligned} B_x &= C_x + l_4 \cos \varphi_3 - l_3 \sin \varphi_3 \\ B_y &= C_y + l_4 \sin \varphi_3 + l_3 \cos \varphi_3 \end{aligned} \quad \varphi_2 = \arctan \left(\frac{B_y - A_y}{B_x - A_x} \right). \quad (8)$$

Определение аналогов скоростей

Для определения аналогов скоростей напомним проекции замкнутых векторных контуров на координатные оси X и Y

$$\begin{aligned} l_2 \cos \varphi_2 - l_4 \cos \varphi_3 &= C_x - A_x - l_3 \sin \varphi_3, \\ l_2 \sin \varphi_2 - l_4 \sin \varphi_3 &= C_y - A_y + l_3 \cos \varphi_3. \end{aligned} \quad (9)$$

Произведя дифференцирование данной системы уравнений по φ_1 и простейшие преобразования, получим линейную систему уравнений, в которой неизвестными являются ω_2 и V_4

$$\begin{aligned} -\omega_2 l_2 \sin \varphi_2 - V_4 \cos \varphi_3 &= Vc_x - Va_x - \omega_3 (l_3 \cos \varphi_3 + l_4 \sin \varphi_3) \\ \omega_2 l_2 \cos \varphi_2 - V_4 \sin \varphi_3 &= Vc_y - Va_y - \omega_3 (l_3 \sin \varphi_3 - l_4 \cos \varphi_3) \end{aligned} \quad (10)$$

Решение данной системы уравнений получим в виде

$$\omega_2 = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}, \quad V_4 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}, \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} a_{11} &= -l_2 \sin \varphi_2 & a_{12} &= -\cos \varphi_3 & b_1 &= Vc_x - Va_x + \omega_3 (l_4 a_{22} + l_3 a_{12}) \\ a_{21} &= l_2 \cos \varphi_2 & a_{22} &= -\sin \varphi_3 & b_2 &= Vc_y - Va_y - \omega_3 (l_4 a_{12} - l_3 a_{22}) \end{aligned} \quad (12)$$

Определение аналогов ускорений

Дважды продифференцировав (9) и проведя небольшие преобразования, получим значения аналогов ускорений ε_2 и A_4

$$\varepsilon_2 = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}, \quad A_4 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}, \quad (13)$$

где $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ определяются из (12), а b_1, b_2 вычислим следующим образом:

$$\begin{aligned} b_1 &= Ac_x - Aa_x - \omega_3^2 (l_4 \cos \varphi_3 - l_3 \sin \varphi_3) + \omega_2^2 l_2 \cos \varphi_2 - 2V_4 \omega_3 \sin \varphi_3 - \varepsilon_3 (l_4 \sin \varphi_3 + l_3 \cos \varphi_3) \\ b_2 &= Ac_y - Aa_y - \omega_3^2 (l_4 \sin \varphi_3 + l_3 \cos \varphi_3) + \omega_2^2 l_2 \sin \varphi_2 + 2V_4 \omega_3 \cos \varphi_3 + \varepsilon_3 (l_4 \cos \varphi_3 - l_3 \sin \varphi_3) \end{aligned} \quad (14)$$

Дан пример обращения к процедуре Diada1v (см. рисунок 2).

Diada1v(sb, ax, ay, vax, vay, aax, aay, cx, cy, vcx, vcy, acx, acy, ab, bc, fi2, omega2, epsi2, fi3, omega3, epsi3);

Приведены описания всех параметров данной процедуры.

Здесь:

sb обозначает сборку группы Ассура. Сборка, изображенная на рисунке 2 является сборкой 1, а сборка, имеющая ординату точки А в локальной системе координат $y1Ax1$ с минусом – сборкой 2.

Vx, by, vbx, vby, abx, aby – координаты входной точки b, ее аналоги скорости и аналоги ускорений точки группы Ассура.

Dx, dy, vdx, vdy, adx, ady – координаты выходной точки d, ее аналоги скорости и аналоги ускорений.

ab, bc – действительные длины звеньев в метрах.

Последние шесть параметров процедуры являются вычисляемыми и возвращающими свои значения в основную программу. Это – угловые положения звеньев ab и bc, их аналоги угловых скоростей и ускорений.

Diada2v(ax, ay, vay, vay, aax, aay, C0x, C0y, 0, 0, 0, 0, fi3, 0, 0, L2, 0, fi2, omega2, epsi2, L4, V4, A4).

В данном обращении к процедуре первые шесть параметров являются формальными параметрами первой входной точки А (положение, аналоги скоростей и ускорений в абсолютной системе координат YOX), второй выходной точки С (положение, аналоги скоростей и ускорений в системе координат YOX), положение направляющей ползуна, ее аналоги угловой скорости и углового ускорения для нашего случая равны нулю, длина звена 2 и длина звена 3 (здесь длина звена 3 равна нулю). Последние шесть параметров являются возвращаемыми (угловое положение звена 2, его аналоги скорости и ускорения, а также положение вы-

ходной точки В на направляющей, ее аналоги скорости и ускорения.

Подставив при вычислении все действительные параметры, получим реальные значения результатов при определении конкретных условий для определения крайних положений ползуна. Результаты расчетов приведены на рисунках 4, 5.

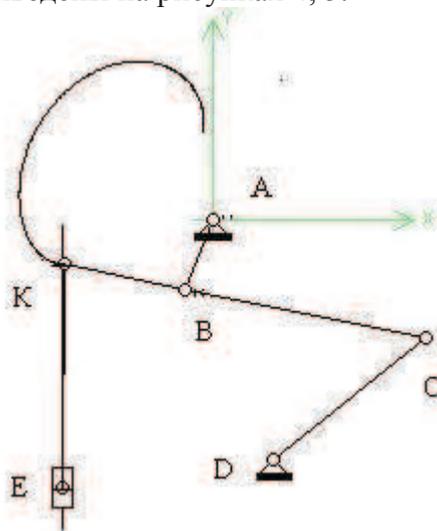


Рисунок 4. Нахождение крайнего нижнего положения ползуна E

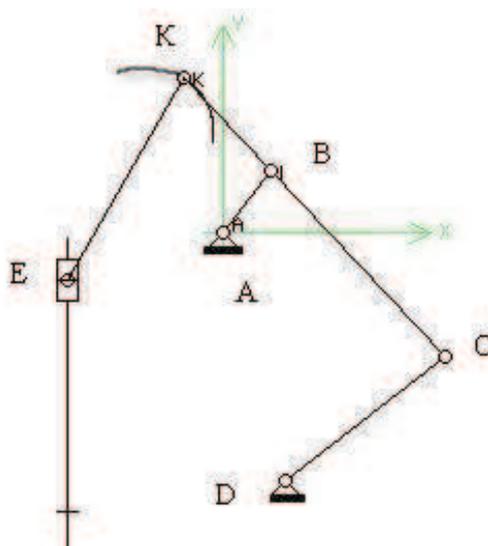


Рисунок 5. Нахождение крайнего верхнего положения ползуна E

Как видно из рисунков, метод определения крайних положений механизма действительно работает. Этот факт находит свое подтверждение как при поиске минимального значения положения ползуна (вертикальная скорость ползуна обращается в нуль, а ускорение ползуна по вертикальной направляющей есть и оно направлено в сторону другого крайнего положения), так и при поиске максимального значения положения ползуна (вертикальная скорость ползуна становится равной нулю, а ускорение есть и направлено в сторону минимального крайнего положения). В результате анализа рисунков 4 и 5, можно утверждать, что положения механизма, планы скоростей и ускорений для крайних положений являются найденными.

Литература

1. Мамаев А.Н., Балабина Т.А. Теория механизмов и машин -М.: Изд-во «Экзамен» 2008 г. 253 с.

2. Мамаев А.Н., Кореновский В.В. Компьютерное моделирование и анализ кинематики плоских рычажных механизмов/ -М.: Изд-во МГТУ «МАМИ» 2002 г.
3. Дмитриева Л.Н., Вуколова Г.С. Кинематический и силовой расчет механизма. -М.: Изд-во МГТУ «МАМИ» 2007 г.
4. Иванов В.А. Кинематический расчет шестизвенного рычажного механизма аналитическим методом //Известия МГТУ «МАМИ». №2 (14), 2012, т. 4.

Описание процесса многокомпонентной ректификации на основе расширенного принципа максимальной энтропии

Балунов А.И.¹, проф. Майков В.П.
*¹Ярославский государственный
технический университет,
Университет машиностроения
8(4852) 44-66-23, balunovai@yustu.ru*

Аннотация. Рассматриваются особенности расчета процесса ректификации неидеальных смесей, для которых введение свойств неидеальности сводится к учету различия в размерах микрочастиц (атермальные смеси). В основе метода лежит информационный принцип максимальной энтропии. В качестве критерия правдоподобия используется информационная энтропия сложного опыта с привлечением условных вероятностей и условной энтропии. Раскрывается связь между коэффициентами активности атермальной смеси и относительными объемами микрочастиц.

Ключевые слова: ректификация, атермальная система, принцип максимальной энтропии, энтропия сложного опыта, расчет колонны.

В последние десятилетия для описания процессов различной природы широко используется вариационный принцип максимальной информационной энтропии (формализм Джейнса [1], энтропийный метод моделирования [2]). Однако при описании процессов химической технологии применение этого принципа ограничено системами, близкими к идеальным, поскольку в качестве критерия максимального правдоподобия используется информационная энтропия Шеннона, которая сформулирована только для идеальных систем – «каналов без шумов» [3]. Это положение хорошо согласуется с практикой применения информационной энтропии в теории связи, где для описания каналов с шумами используется энтропия сложного опыта, которая дополнительно включает условную энтропию и условные вероятности.

С учетом этого обстоятельства в настоящей статье рассматривается расширенная версия принципа максимальной энтропии с введением в качестве критерия правдоподобия информационной энтропии сложного опыта. Расширенный принцип применен для описания процесса ректификации многокомпонентных смесей, неидеальность которых является следствием только различия размеров и формы микрочастиц (атермальные смеси).

Энтропийный метод описания позволяет представить сложную задачу расчета процесса ректификации в виде последовательного решения четырех более простых задач.

Первые три задачи решаются на основе термодинамических данных, которые обычно используют при расчете процесса ректификации по равновесным ступеням контакта. К ним относятся: определение наиболее вероятных составов продуктовых потоков колонны, определение составов в оптимальном узле питания, расчет распределений компонентов в сечениях колонны и значений параметров, условно характеризующих протяженность процесса или высоту секций колонны в рамках термодинамического расчета.

Последняя четвертая задача связана с переходом от характеристик термодинамического