## Предельное формоизменение закрепленного по контуру круглого стального листа под действием сферического пуансона, радиус которого существенно меньше радиуса исходного листа

к.т.н. доц. Михайлова В.Л., д.т.н. проф. Сухомлинов Л.Г. Университет машиностроения 8(495)223-05-23,доб. 1318

Аннотация. Излагаются результаты применения осесимметричной жесткопластической безмоментной конечно-элементной модели к исследованию процесса формовки сферическим пуансоном круглого стального листа, радиус которого существенно превышает радиус пуансона. Разрыв формуемой оболочки предсказывается расчетной моделью по моменту локализации деформации. Результаты численного моделирования сравниваются с экспериментальными данными.

<u>Ключевые слова</u>: осесимметричная жесткопластическая безмоментная конечно-элементная модель, формовка сферическим пуансоном, локализация деформации

Разрыву высокопластичных листовых металлов (таких, как низкоуглеродистые листовые стали) в процессах формовки под действием жестких инструментов, используемых для получения оболочек требуемой формы, обычно предшествует локализация деформации (шейкообразование). Это явление и определяет предельные параметры оболочки, получаемой с использованием подобных процессов формоизменения. Для расчетного исследования процессов пластического формоизменения листовых металлов имеется широкий спектр коммерческих программных конечно-элементных комплексов. Тем не менее, проблема расчетного прогнозирования предельных параметров формоизменения оболочек в указанных процессах продолжает сохранять свою актуальность. Достаточно сказать, что при приближении к предельному состоянию результаты численного моделирования становятся сильно зависящими от используемой конечно-элементной сетки. Это может существенным образом влиять на результаты расчетных прогнозов по разрыву формуемой оболочки. Следует также учитывать, что ряд исходных данных для расчета (таких, как физико-механические характеристики листового металла, коэффициенты трения) берутся из эксперимента. Погрешности в определении этих параметров также могут влиять на точность прогноза по разрыву оболочки в исследуемом процессе. В настоящей статье обозначенные вопросы рассматриваются на примере расчетного исследования процесса формовки сферическим пуансоном круглого стального листа, радиус которого существенно превышает радиус пуансона. Исследования выполняются с использованием осесимметричной жесткопластической безмоментной конечно-элементной модели [1, 2]. Соответствующие экспериментальные данные берутся из работы [3]. Для целей сравнения используются также представленные в указанной работе результаты расчетов с применением конечно-элементного комплекса LS-DYNA3D.

Итак, рассматриваем процесс формовки тонкого металлического листа сферическим пуансоном, опираясь на схему, представленную на рисунке 1.

Здесь a – радиус пуансона, b – радиус закрепленного контура листовой заготовки (при этом b существенно превышает a), U – перемещение пуансона, P – сила, с которой пуансон давит на формуемую оболочку. Отмечаем важную роль трения в зоне контакта оболочки с пуансоном [4]. Трение сдерживает развитие деформаций формуемой оболочки в этой зоне, в результате чего преимущественный рост деформаций реализуется в элементах оболочки,

близких к зоне контакта. При некотором критическом значении перемещения пуансона  $U^*$  дальнейший рост деформации локализуется в одном из указанных элементов оболочки в то время, как в остальных элементах оболочки рост деформаций практически прекращается.

Несущая способность оболочки при этом достигает своего предела (а сила P достигает своего предельного значения  $P^*$ ). Оболочка в этот момент претерпевает разрыв.



Рисунок 1. Схема формовки сферическим пуансоном

Обратимся к представленным в работе [3] результатам экспериментов с доведением до разрыва формуемой сферическим пуансоном оболочки из круглого стального листа толщиной 1 *мм* и радиусом  $b = 111,4 \, \text{мм}$ . Согласно данным работы [3], материал листа можно считать изотропным. Определяемая из опытов на одноосное растяжение диаграмма упрочнения

этого материала может быть аппроксимирована зависимостью вида  $\sigma = A\overline{\epsilon}^n$ , где  $A = 550 M\Pi a$ ; n = 0,19;  $\sigma$  – напряжение в растягиваемом образце,  $\overline{\epsilon}$  – соответствующая логарифмическая деформация. Отметим, что в статье [3] при расчетах принято несколько заниженное значение A, а именно  $A = 497 M\Pi a$ .

Испытания по формовке проводились с использованием пуансонов различных радиусов. Скорость перемещения пуансона в каждом таком испытании была порядка 10*мм*/ *мин*. Другими словами, нагружение формуемой оболочки имело квазистатический характер. На основе выполняемых в каждом таком испытании измерений устанавливалась зависимость силы P (действующей на оболочку) от перемещения U пуансона. Критическое значение перемещения ( $U^*$ ) пуансона, при котором наступал разрыв формуемой оболочки, устанавливалось по моменту резкого падения значения силы P в осуществляемом процессе формовки. На рисунках 2 и 3 представлены полученные экспериментально, а также расчетным путем зависимости P от U, соответствующие случаям пуансонов с радиусами a = 25*мм* и a = 50*мм*. Экспериментально установленные зависимости помечены здесь цифрой 1. Согласно экспериментальным данным, в случае a = 25*мм* разрыв формуемой оболочки имеет место при  $U^* = 41,8 \text{ }$ *мм*, а в случае a = 50*мм* – при  $U^* = 60,0 \text{ }$ *мм*. Цифрой 2 на рассматривае-

место при  $U = 41,8 \, m$ , а в случае  $a = 50 \, m$  – при  $U = 60,0 \, m$ . Цифрои 2 на рассматриваемых рисунках помечены результаты расчетов с использованием конечно-элементного комплекса LS-DYNA3D. Соответствующая расчетная модель формоизменения оболочки строилась при этом на основе четырехугольного оболочечного элемента (без учета осевой симметрии рассматриваемого процесса). Представленные расчетные результаты относятся к случаю конечно-элементной сетки, четырехугольная ячейка которой имеет размеры  $3 \, m \times 3 \, m$ . Авторы работы [3] при этом не сообщают, какое значение коэффициента трения было принято при расчете. Дополнительными исследованиями по мельчению конечно-элементной сетки (с доведением размеров ее ячеек до 1,5  $m \times 1,5 \, m$ ) авторам работы [3] не удалось подтвердить сходимость получаемого численного решения к предполагаемому точному решению рассматриваемой задачи. Представленные при этом данные указывают на существенное влияние используемой конечно-элементной сетки на получаемую расчетом зависимость P от U(особенно вблизи предельного состояния). В описанной ситуации отмеченные цифрой 2 расчетные результаты следует рассматривать как имеющие весьма приближенный, оценочный характер.

Перейдем теперь к изложению заявленных результатов расчетных исследований с ис-

пользованием осесимметричной жесткопластической безмоментной конечно-элементной модели [1, 2].

P, KH

60

50





Рисунок 2. Полученные экспериментально и расчетным путем зависимости силы давления *P* на формуемую оболочку от перемещения *U* пуансона (случай *a* = 25 *мм*)

Рисунок 3. Полученные экспериментально и расчетным путем зависимости силы давления P на формуемую оболочку от перемещения U пуансона (случай a = 50 мм)

Основные положения указанной вычислительной модели состоят в следующем. Исходим из предположения, что формуемая из листового металла под действием жесткого инструмента осесимметричная оболочка относится к классу тонких безмоментных оболочек. Задачу о нагружении такой оболочки рассматриваем в статической формулировке. Упругими деформациями на фоне больших пластических деформаций пренебрегаем, считая материал оболочки жесткопластическим. Используем предложенный Р. Хиллом [4] вариант теории течения (квадратичный критерий текучести) для трансверсально изотропного материала с изотропным упрочнением (в случае изотропного материала полагаем R=1, где R – коэффициент нормальной анизотропии материала). Считаем, что взаимодействие оболочки с инструментом осуществляется в соответствии с кулоновским законом трения. Меридиан срединной поверхности рассматриваемой оболочки в ее исходном недеформированном состоянии разбиваем на такое количество N участков малых размеров, чтобы в течение всего процесса деформирования допустимо было бы пренебрегать их кривизной, считая эти участки прямолинейными. С выбором цилиндрической системы координат  $(x, r, \phi)$  процесс формоизменения подобной безмоментной оболочечной модели, состоящей из указанных N элементарных оболочек с прямолинейными образующими, рассматриваем как пошаговый, при котором переход из известного состояния в момент времени t в новое состояние, относящееся к моменту времени  $t + \Delta t$ , осуществляется с малыми приращениями деформаций.

К сказанному добавим, что использование элементов с прямолинейными образующими дает возможность в рамках теории квадратичного приближения получить явную связь между узловыми перемещениями и малыми относительными удлинениями (деформациями) в элементах модели на шаге нагружения (за время  $\Delta t$ ). Последовательное использование упомянутых геометрических соотношений, физических соотношений и вариационного уравнения принципа возможных перемещений на шаге приводит к нелинейным уравнениям равновесия дискретной модели оболочки в терминах узловых перемещений и узловых сил. В случае контактного узла соответствующая пара уравнений равновесия сводится к одному силовому уравнению, являющемуся дискретным аналогом закона трения Кулона, а в качестве недостающего второго уравнения используется кинематическое условие нахождения узла на по-

## верхности инструмента.

Решение сформулированной физически и геометрически нелинейной контактной задачи для дискретной модели оболочки на шаге нагружения сводится посредством итерационной процедуры к решению последовательности линейных задач. При этом линеаризация исходной нелинейной системы уравнений на шаге нагружения в рамках такой процедуры осуществляется с использованием методов Ньютона и переменных параметров. Итерационные уточнения выполняются до достижения заданной относительной точности ( $\delta_{or}$ ) по перемещениям. Решение соответствующей системы линейных алгебраических уравнений проводится по методу Гаусса.

В качестве параметра нагружения при численном моделировании рассматриваемого процесса формовки принималось перемещение U пуансона. На каждом шаге нагружения значение этого параметра увеличивалось на заданную малую величину  $\Delta U$ . Завершая описание вычислительной модели, укажем на публикации [1, 2, 4, 6-8], где представлены примеры, подтверждающие надежность получаемых с помощью нее результатов.

Путем тестовых расчетов были выбраны такие значения методических параметров вычислительной модели (N = 400,  $\Delta U = 0.02 \text{ мм}$  и  $\delta_{om} = 0.001$ ), которые заведомо обеспечивают высокую точность получаемого численного решения (погрешность получаемых при этом числовых результатов составляет доли процента).

Выше уже указывалось на существенное влияние такого фактора, как трение на предельные параметры рассматриваемого процесса формоизменения. Учитывая это обстоятельство, расчетные исследования с применением описанной вычислительной модели были нацелены на поиск такого значения коэффициента трения  $\mu$  (в зоне контакта оболочки с инструментом), которое приводит к наилучшему согласованию результатов расчета с экспериментом (вплоть до момента разрыва формуемой оболочки). На основе подобных исследований установлено, что значение  $\mu = 0,2$  наилучшим образом обеспечивает согласование расчета с экспериментом как в случае a = 25 мм, так и в случае a = 50 мм. На рисунках 2 и 3, иллюстрирующих силовую характеристику рассматриваемого процесса формовки в случаях  $a = 25 \, \text{мм}$  и  $a = 50 \, \text{мм}$ , расчету с  $\mu = 0.2$  соответствуют кривые, помеченные цифрой 3. Здесь же для сравнения приведены результаты расчетов с выбором  $\mu = 0.15$  (кривые, помеченные цифрой 4). Важно отметить, что получаемые расчетом с выбором  $\mu = 0,2$  силовые характеристики (кривые 3) предсказывают потерю несущей способности формуемой оболочки при  $U^* = 42 \, \text{мм}$  в случае  $a = 25 \, \text{мм}$  и при  $U^* = 60,5 \, \text{мм}$  в случае  $a = 50 \, \text{мм}$ , что практически совпадает с экспериментом. Уменьшение значения коэффициента трения до  $\mu = 0.15$ при численном моделировании, как видно из рисунков 2 и 3, приводит к существенному рассогласованию расчета с экспериментом по параметру  $U^*$ .

Обратим теперь внимание на представленные на рисунках 4 и 5 графики распределения деформаций формуемой оболочки вдоль радиальной оси *r* исходного листа, полученные численным моделированием с выбором  $\mu = 0,2$  применительно к случаям  $a = 25 \, \text{мm}$  и  $a = 50 \, \text{мm}$ . Здесь  $\bar{\varepsilon}_s$  и  $\bar{\varepsilon}_{\varphi}$  – логарифмические деформации оболочки в меридиональном и окружном направлениях. Цифрами 1, 2, 3 помечены результаты, относящиеся к следующим значениям перемещения U пуансона, а именно:  $40 \, \text{мm}$ ,  $42 \, \text{мm}$ ,  $42,4 \, \text{mm}$  в случае  $a = 25 \, \text{mm}$  и  $60 \, \text{mm}$ ,  $60,5 \, \text{mm}$ ,  $61 \, \text{mm}$  в случае  $a = 50 \, \text{mm}$ . Видно, что при достижении перемещением пуансона критического значения  $U^*$  ( $U^* = 42 \, \text{mm}$  в случае  $a = 25 \, \text{mm}$  и  $U^* = 60,5 \, \text{mm}$  в случае  $a = 50 \, \text{mm}$ ), что соответствует моменту потери несущей способности формуемой оболочки, процесс ее дальнейшего деформирования переходит в стадию локализации деформации. На

практике это проявляется в разрыве формуемой оболочки при отмеченном критическом значении перемещения  $U^*$ . Место предполагаемого разрыва расчетом устанавливается по расположению пика кривой распределения деформаций  $\bar{\varepsilon}_s$ . Как видно из рисунков 4 и 5 прогнозируемое расчетом место разрыва оболочки в рассматриваемом процессе формовки отстоит от полюса оболочки на расстоянии порядка половины радиуса пуансона. Это согласуется с картиной разрыва формуемой оболочки, зафиксированной в эксперименте [3].



Рисунок 4. Распределение деформаций вдоль радиальной оси *r* исходного листа к моменту разрыва формуемой оболочки (случай *a* = 25 *мм*)



Рисунок 5. Распределение деформаций вдоль радиальной оси *r* исходного листа к моменту разрыва формуемой оболочки (случай *a* = 50 *мм*)



Рисунок 6. Профили оболочек, отформованных пуансонами с радиусами *a* = 25 *мм* и *a* = 50 *мм* 

Для наглядного представления о форме получаемой оболочки в зависимости от радиуса пуансона на рисунке 6 приведены результаты численного моделирования в виде двух графиков, демонстрирующих профили отформованных (вплоть до разрыва) оболочек с использованием пуансонов с радиусами a = 25 мм и a = 50 мм.

## Выводы

1. С использованием осесимметричной жесткопластической безмоментной конечноэле-

ментной модели выполнено исследование предельного поведения оболочки, формуемой сферическим пуансоном из закрепленного по контуру круглого стального листа, радиус которого существенно превышает радиус пуансона.

- 2. Расчетными исследованиями продемонстрировано существенное влияние трения в зоне контакта оболочки с пуансоном на предельные параметры рассматриваемого процесса формоизменения.
- 3. Расчетный прогноз по моменту разрыва формуемой оболочки вследствие локализации деформации, сопровождающейся потерей несущей способности оболочки, подтвержден сравнением с экспериментом.

## Литература

- 1. Сухомлинов Л.Г., Энгельсберг В.К. Конечноэлементная система автоматизированного расчета напряженно-деформированного состояния тонких оболочек в процессах осесимметричного формоизменения под действием жестких штампов // Известия вузов. Машиностроение. 1989. № 3. С. 66-71.
- Sukhomlinov L.G., Engelsberg V.K., Davydov V.N. A finite element membrane model for the analysis of axisymmetric sheet metal forming processes // Int. J. Mech. Sci. 1992. V. 34. № 3. P. 179-193.
- 3. Simonsen B.C., Lauridsen L.P. Energy absorption and ductile failure in metal sheets under lateral indentation by a sphere // Int. J. Impact Engng. 2000. V.24. P. 1017-1039.
- 4. Петров В.К., Михайлова В.Л., Сухомлинов Л.Г. Применение осесимметричной жесткопластической безмоментной конечноэлементной модели для определения коэффициентов трения в процессах формоизменения листовых металлов // Известия МГТУ "МАМИ". 2012. № 2(14), т. 2. С. 150-158.
- 5. Хилл Р. Математическая теория пластичности. М.: ГИТТЛ, 1956. 407 с.
- 6. Михайлова В.Л., Петров В.К., Сухомлинов Л.Г. Конечноэлементный анализ предельного формоизменения тонкого алюминиевого листа при осесимметричном гидровыпучивании в матрицу с плоским дном // Известия Тульского государственного университета. Естественные науки. 2013. Вып. 1. С. 99-110.
- 7. Михайлова В.Л., Петров В.К., Сухомлинов Л.Г. К оценке точности результатов численного моделирования в проблемах формовки оболочек из листовых металлов // Известия МГТУ "МАМИ". 2013. № 2(16), т. 2. С. 154-158.
- 8. Сухомлинов Л.Г., Михайлова В.Л. Инкрементальная геометрически нелинейная осесимметричная конечноэлементная модель формоизменения толстых оболочек из листовых металлов под действием жестких инструментов // Известия МГТУ "МАМИ". 2013. № 1(15), т. 3. С. 125-130.