

**Процессы минимальной диссипации
в термодинамических и экономических системах**

д.т.н. проф. Цирлин А.М.

Институт программных систем им. А.К. Айламазяна РАН

tsirlin@sarc.botik.ru

Аннотация. Изложены основные положения термодинамики при конечном времени и даны результаты её применения к ряду широко встречающихся процессов. Показано, что можно получить параметры наиболее эффективных режимов, найдя параметры организации процесса, соответствующие минимальной диссипации.

Ключевые слова: термодинамика при конечном времени, процессы минимальной диссипации, оптимизация технологических процессов

Введение

Прошло более 170 лет с тех пор как Сади Карно в своем «Размышлении о движущей силе огня и о машинах, способных развивать эту силу» нашел предел для коэффициента полезного действия (КПД) тепловой машины. Карно не знал о законе сохранения энергии и предполагал существование загадочной «тепловой жидкости» – теплорода. Тем не менее, он получил совершенно правильный результат: доля тепловой энергии, которая может быть преобразована в механическую в тепловой машине, не может превысить значения

$$\eta_K = 1 - \frac{T_-}{T_+}, \quad (1)$$

где T_+ и T_- – температуры нагревателя и холодильника, К.

Величина η_K не зависит от свойств рабочего тела (пара, газа и пр.), которое получает тепло от нагревателя, часть его преобразует в работу, а оставшуюся отдает холодильнику. Так же она не зависит от размеров и материала нагревателя и холодильника, от мощности тепловой машины. Все это делает оценку Карно универсальной, но оставляет сомнения в том, насколько она точна. Ведь еще более универсальную и более грубую оценку, не зависящую от температур нагревателя и холодильника, дает закон сохранения энергии, согласно которому доля полученной механической энергии не может превышать единицы.

Возникает естественное желание уточнить оценку Карно, учтя такие факторы, как мощность тепловой машины и характеристики поверхностей теплообмена. Так возникла задача о предельном КПД тепловой машины заданной мощности, сформулированная Л.И. Розоноэром в конце семидесятых годов. Как только мы ставим подобную задачу, обязательно приходится учитывать и свойства поверхностей теплообмена. Действительно, если мощность p машины задана, то надо не просто получить от неё некоторую работу A , а сделать это за ограниченное время τ , ведь $p = A/\tau$. Но в этом случае и подвод тепла в количестве Q_+ от нагревателя и отвод его в количестве Q_- холодильнику надо провести за ограниченное время, а значит необходимо создать потоки тепла со средней интенсивностью $q_+ = Q_+/\tau$ и $q_- = Q_-/\tau$. В свою очередь тепловой поток от источника к рабочему телу возникает только тогда, когда есть разница в их температурах. Эта разница должна быть тем больше, чем меньше теплопроводность стенки α_+ и α_- соответственно.

Результаты решения поставленной задачи даны в следующем разделе. Сейчас же отметим, что снижение предельного КПД тепловой машины по сравнению с η_K связано с тем, что процессы теплообмена необратимы. Тепловая энергия, подводимая к рабочему телу не с температурой T_+ , а с температурой T_1 , меньшей чем T_+ , обладает, как это следует из выражения (1), меньшей потенциальной работоспособностью (эксергией).

Если продолжительность процесса τ стремится к бесконечности, а мощность к нулю, то

становятся сколь угодно малыми и перепады температур в процессах теплопереноса, эти процессы оказываются обратимыми. Таким образом η_K – обратимая оценка КПД тепловой машины.

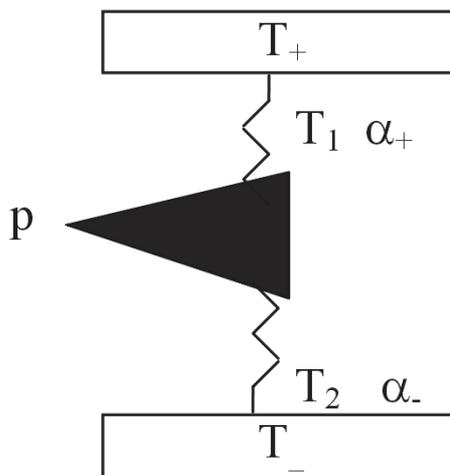


Рисунок 1. Схема необратимой тепловой машины

Задачи, аналогичные задаче Карно, возникают во многих областях: это и процессы разделения газов и жидкостей, поглощения газа жидкостью или твердым телом (абсорбция и адсорбция), процессы дросселирования и множество других. Аналогичные задачи возникают и в экономических системах, когда две подсистемы обмениваются ресурсом через посредника, стремящегося извлечь из этого процесса максимальную прибыль. Для всех подобных задач характерно преобразование некоторой, неполностью организованной формы энергии или ресурса, в организованную, управляемую: тепловой энергии хаотического движения молекул газа в механическую работу; ресурса, производимого разнородными производителями и имеющего спрос у разнородных потребителей в денежный капитал посредника и пр. Предельный коэффициент эффективности таких систем, имеющий смысл отношения количества полезного продукта к количеству затраченного ресурса, достигает максимума в обратимых процессах, протекающих сколь угодно медленно. Ограничение на продолжительность процесса приводит к потерям, связанным с затратами на создание интенсивных потоков товаров, вещества или энергии. Наличие показателя необратимости процессов является общей особенностью задач оптимизации термодинамических систем.

Задачи, о которых пойдет речь, заключаются в такой организации процесса, чтобы неизбежная диссипация энергии оказалась минимально возможной. Подобные процессы называют процессами с минимальной диссипацией. Именно в классе таких процессов достигаются наилучшие показатели необратимых термодинамических систем, функционирующих с заданной интенсивностью.

Процессы минимальной диссипации

Теплообмен

Если эффективность тепловой машины, цель которой преобразовать один поток энергии в другой, оценивается естественным показателем, то как оценить эффективность теплообменника, передающего некоторый поток тепла? Почему обменивающиеся теплом потоки обычно пускают навстречу друг другу (в режиме противотока)? Как влияет закон теплопереноса на оптимальную организацию теплообмена и какую организацию считать оптимальной? Ответы на эти вопросы бессмысленно искать в классе обратимых процессов, так как в обратимых теплообменниках тепло либо не передается вообще, либо поверхность теплообмена должна быть бесконечно велика.

Процессом теплообмена минимальной диссипации назовем такой закон изменения температур греющего и нагреваемого потоков $T_+(l)$ и $T_-(l)$, для которого при заданном за-

коне теплопереноса $q(T_+(l), T_-(l))$ через поверхность теплообмена L передается заданный поток тепла q_0 при минимальной необратимости процесса.

Показателем необратимости в тепловых, как и во многих других технологических процессах, служит скорость роста энтропии системы (диссипация) σ . Решение этой задачи [1] для двухпоточного теплообменника приводит к выводу, что в таком «образцовом» процессе температуры T_+ и T_- в каждом сечении должны быть связаны друг с другом условием термодинамической согласованности

$$\frac{\partial q(T_+, T_-)}{\partial T_-} \cdot \left(\frac{q(T_+, T_-)}{T_-} \right)^2 = \lambda, \quad (2)$$

которое вместе с дифференциальным уравнением для температуры горячего потока

$$\frac{dT_+}{dl} = -\frac{1}{W_+} q(T_+, T_-); \quad T_+(0) = T_+ \quad (3)$$

позволяет найти $T_+(l)$ и $T_-(l)$ с точностью до величины λ , зависящей от заданной тепловой нагрузки q_0 . Величина W_+ в формуле (3) представляет собой произведение расхода горячего потока на его теплоемкость.

В частности, для линейного закона теплопередачи

$$q = \alpha(T_+ - T_-) \quad (4)$$

из условия (2) следует, что отношение температур потоков в каждом сечении должно быть постоянно и равно

$$\lambda = \frac{T_-}{T_+} = 1 - \frac{W_+}{\alpha L} \ln \frac{T_+(0)}{T_+(L)}, \quad (5)$$

а производство энтропии в процессе теплообмена не может быть меньше, чем

$$\sigma_{\min} = \frac{\alpha L (1 - \lambda^2)}{\lambda}.$$

В режиме противотока условие термодинамической согласованности может быть выполнено, если отношение произведения расхода горячего потока на его теплоемкость к аналогичному показателю для холодного потока равно λ .

Тепломеханические системы

Под тепломеханическими системами мы будем понимать тепловые машины, холодильные машины, тепловые насосы. В любой из этих систем рабочее тело, поочередно контактируя с холодным и горячим источниками, меняет свои параметры циклически, т.е. по истечении продолжительности цикла τ значения энтропии S и внутренней энергии E повторяются. На плоскости с координатами E и S кривая изменения параметров замкнута. Нетрудно показать, что максимальному при заданной мощности КПД тепломеханической системы соответствует минимум диссипации. Так как энтропия рабочего тела за цикл не изменяется, то прирост энтропии системы равен приросту энтропии источников, которые контактируют с рабочим телом только в процессе теплообмена. Значит, в каждом из теплообменников при заданной длительности процесса и заданной тепловой нагрузке q_+ и q_- процесс должен удовлетворять условию термодинамической согласованности. Продолжительности же теплообмена, связанные условием $\tau_+ + \tau_- = \tau$, и тепловые нагрузки, для которых из закона сохранения энергии следует равенство $q_+ - q_- = p_0$, нужно выбрать так, чтобы суммарная диссипация оказалась минимальной.

Из условий (2) при постоянных температурах источников (источников с бесконечной емкостью) следует, что процессы получения и отдачи тепла рабочим телом должны быть изотермическими. Для источников конечной емкости это не так [2].

Приведем решение поставленной задачи для линейного теплообмена (4): КПД тепловой машины с мощностью p_0 не превышает значения

$$\eta_p = 1 - \frac{1}{2T_+} \left[T_+ + T_- - \frac{4P_0}{\alpha} - \sqrt{(T_+ - T_-)^2 + 16 \left(\frac{P_0}{\alpha} \right)^2 - 8 \frac{P_0}{\alpha} (T_+ + T_-)} \right], \quad (7)$$

где $\alpha = \frac{4\alpha_+ \alpha_-}{\alpha_+ + \alpha_- + 2\sqrt{\alpha_+ \alpha_-}}$.

Когда мощность машины стремится к нулю, значение необратимой оценки ее эффективности (7) стремится к КПД Карно. При стремлении P_0 к величине

$$\hat{P}_0 = \frac{\alpha}{4} (\sqrt{T_+} - \sqrt{T_-})^2 \quad (8)$$

выражение под знаком корня в (7) стремится к нулю. Можно показать, что \hat{P}_0 представляет собой максимальную мощность тепловой машины, а соответствующий этой мощности предельный КПД

$$\eta_s = 1 - \sqrt{\frac{T_-}{T_+}} \quad (9)$$

получен еще в 1957 году И.И. Новиковым [4], а в 1975 году независимо Ф. Курзоном и Б. Альборном [5]. Именно последняя работа послужила толчком к появлению «термодинамики при конечном времени» – новой ветви необратимой термодинамики, которую активно развивают С. Берри, П. Саламон, Б. Андрессен, К.-Х. Хоффман, А. Бежан и многие другие исследователи в разных странах мира [6 – 8]. Предельные значения эффективности аналогичные (7) получены и для других типов тепломеханических систем [3]. Они всегда соответствуют процессам с минимальной диссипацией.

Процессы массопереноса и разделения газовых смесей

Чтобы разбить яйцо и перемешать на сковороде его содержимое требуется несравненно меньше усилий, чем для того, чтобы из полученной яичницы вновь возродить яйцо. Смешение жидкостей, газов, порошков является классическим примером необратимого процесса. Чтобы разделить смесь, даже если делать это сколь угодно медленно, требуется затратить работу, которую называют обратимой работой разделения. Величину этой работы нашел в 1884 году Вант-Гофф. Для этого он поставил эксперимент над смесью двух газов. Эксперимент мысленный, но результат его от этого не стал менее убедительным, а значение вполне сопоставимо со значением открытия Карно. Действительно, процессы разделения являются едва ли не самыми энергоемкими. Только на разделение нефти и получение из нее бензина, керосина, дизельного топлива и масел требуется затратить до 15% энергии, содержащейся в этой нефти.

Эксперимент Вант-Гоффа заключался в следующем: в цилиндр, где находилась смесь газов А и В, помещались два полупроводящих поршня. Один из них пропускал только вещество А, а другой – только В. Поршни первоначально находились в концах цилиндра, а затем сколь угодно медленно двигались навстречу друг другу. Когда они смыкались, то по одну сторону перемычки оказывалось вещество А, а по другую – В. Вант-Гофф показал, что работа, которую нужно затратить на движение поршней, равна

$$A_p = -RTV(C_A \ln C_A + C_B \ln C_B), \quad (10)$$

где: R – универсальная газовая постоянная; T – температура смеси; C_A и C_B – концентрации веществ А и В в объеме смеси V.

Пусть теперь продолжительность процесса фиксирована, поршни движутся с конечной скоростью, и на затраты энергии, естественно, будут влиять коэффициенты массопередачи.

Как нужно перемещать поршни, чтобы затратить минимум энергии? Минимуму затраченной работы соответствует минимум диссипации.

Потоки вещества через полупроводящие поршни зависят от давлений соответствующих веществ по обе стороны каждого из них. P_A и P_B – парциальные давления в смеси, P_A^0 и P_B^0 – давления чистых веществ. Для идеальных газов, когда

$$g_A = \alpha_A \frac{P_A}{P_A^0}; \quad g_B = \alpha_B \frac{P_B}{P_B^0}; \quad (11)$$

процесс минимальной необратимости должен состоять из трех участков:

– каждый из поршней мгновенно сдвигается в такое положение, чтобы потоки g_A и g_B оказались равными

$$g_A^* = \frac{C_A V}{\tau}; \quad g_B^* = \frac{C_B V}{\tau}; \quad (12)$$

– в течение всего времени процесса поршни перемещаются так, чтобы отношения давлений по обе стороны каждого из них, а значит, и расходы газов были постоянны;

– сомкнувшись, поршни мгновенно сдвигаются вместе в такое положение, чтобы давления по обе стороны перегородки оказались одинаковыми.

В таком процессе прирост энтропии минимален и равен

$$\delta S_{\min} = \left(\frac{C_A^2}{\alpha_A} + \frac{C_B^2}{\alpha_B} \right) \frac{V^2}{T\tau},$$

а необратимая оценка работы разделения, уточняющая оценку Вант-Гоффа, $A_{\min} = A_p + T\delta S_{\min}$.

Этот результат представляет собой частный случай общих условий термодинамической согласованности процесса массопереноса [9]. При произвольном законе массопереноса в процессах мембранного разделения, абсорбции, адсорбции эти условия имеют форму

$$\frac{C}{g^2(C, C^0)} \cdot \frac{\partial g}{\partial C} = Const. \quad (13)$$

Равенство (13) вместе с уравнениями для определения скорости изменения общего объема смеси и объема передаваемого вещества

$$\frac{dV}{dt} = -g(C, C^0), \quad V(0) = V_0; \quad \frac{d(VC)}{dt} = -g(C, C^0), \quad C(0) = C_0 \quad (14)$$

определяют процесс массопереноса минимальной диссипации.

Для многих процессов, в том числе и для процесса ректификации, характерен двусторонний массоперенос, когда от одного из контактирующих потоков в другой переходит вещество А, взамен же он поглощает вещество В. Условия минимальной диссипации, аналогичные (13), (14), позволяют и в этом случае построить “образцовые” профили концентраций [9] и оценить минимальные затраты энергии при заданной производительности. Для разделения газов используют и циклично-действующие процессы, например, абсорбционно-десорбционные циклы. Рабочее тело поочередно поглощает из смеси газов некоторый компонент, а затем при нагревании отдает полученную примесь. Для таких циклов, как и для циклов тепловых машин, найдены необратимые оценки их эффективности (максимальное число молей выделяемого вещества на единицу затраченного тепла) [10].

Процессы минимальной диссипации в экономике

Субъекты экономической деятельности в рыночной экономике столь же стохастичны в своем поведении, как и молекулы газа, и так же, как эти молекулы, они в среднем подчиняются некоторым общим закономерностям. Подобно тому, как вещество диффундирует из зоны с большей в зону с меньшей концентрацией, ресурсы в результате деятельности большого числа экономических субъектов перемещаются из зоны с более низкими в зону с более высокими ценами. Чем больше разница цен, тем интенсивнее поток ресурса. Подобно тому, как

тепловая машина за счет получения и отдачи тепла источникам с разной температурой вырабатывает работу, посредническая фирма за счет приобретения ресурса на рынке с меньшими ценами и его продажи на рынке с высокими ценами извлекает денежный доход. Структура такой экономической системы практически не отличается от структуры, показанной на рисунке 1. На возможность термодинамического подхода к экономике указывали многие исследователи. Об этом же говорил и П. Самуэлсон в своей Нобелевской лекции. Однако в экономике еще больше, чем в термодинамике, важен не объем прибыли, полученной на единицу закупаемого ресурса, а темп получения этой прибыли. Значит, потоки ресурса должны быть достаточно велики, а создание потоков связано с необратимостью.

Обсудим, что считать мерой необратимости в процессах ресурсообмена. Пусть посредник закупает ресурс по цене C_1 большей, чем его минимальная себестоимость C_- (себестоимость у производителя с самыми малыми собственными издержками). Если бы время закупок было не ограничено, цена закупок сколь угодно мало отличалась бы от C_- . Добавочные издержки, связанные с интенсивностью закупок, равны $\sigma = g_-(C_1, C_-)$ ($C_1 - C_-$) и могут служить мерой необратимости процесса. Таким образом, в ресурсообмене диссипация это – торговые издержки, связанные с созданием потока ресурса. Цена C_- может изменяться. Чтобы за заданное время закупить нужное количество ресурса с минимальной диссипацией нужно выдержать условие согласованности цен

$$\frac{g_-(C_1, C_-)}{\partial g / \partial C_1} + (C_1 - C_-) = Const, \quad (15)$$

где величина константы зависит от средней интенсивности обмена.

Предельная прибыль на единицу закупаемого ресурса равна в обратимом случае

$$\eta_0 = C_+ / C_- - 1,$$

где C_+ – цена самого заинтересованного покупателя. Интенсивность получения прибыли при этом сколь угодно близка к нулю. Куда более актуальной для посредника является задача о максимальной интенсивности получения прибыли p . Для линейно зависящих от разности цен потоков ресурса $g_- = \alpha_-(C_1 - C_-)$ и $g_+ = \alpha_+(C_1 - C_-)$ предельная интенсивность прибыли оказывается равной

$$p_{\max} = \frac{r_+ r_-}{4(r_+ + r_-)} \left[r_+ (C_+^2 - \lambda^2) + r_- (C_-^2 - \lambda^2) \right]; \quad r_+ = \sqrt{\alpha_+}; r_- = \sqrt{\alpha_-}; \quad \lambda = \frac{C_- r_- + C_+ r_+}{r_+ + r_-}.$$

При этом предельная эффективность

$$\eta = \frac{C_+ r_+ + 0,5(C_+ + C_-) r_-}{C_- r_- + 0,5(C_+ + C_-) r_+} - 1.$$

Заключение

Исследования в области построения процессов минимальной диссипации интенсивно проводятся в разных странах мира. Здесь много нерешенных проблем. Это касается химических процессов, оптимальная организация которых крайне важна, процессов с векторными потоками. Наконец, нужно научиться по необратимым оценкам отдельных составляющих сложной технологической системы находить минимально возможную диссипацию для системы в целом. При проектировании тепловой электростанции нужно принимать во внимание не только необратимость энергетического цикла, но и необратимость процесса загрязнения атмосферы дымовыми газами, необратимость, связанную с выбросом тепла в окружающую среду. При исследовании экономических систем нужно учесть важную особенность, связанную с возможностью выбора посредником не только цен, но и видов ресурсов.

Чем выше интенсивность процессов самой разной природы (технологических, экономических и др.), тем больше энергии и ресурсов теряется необратимо. Только необратимые оценки дают возможность сопоставить все виды расхода ресурсов, в том числе и те, которые требуются для сохранения свойств окружающей среды, оценить предельную интенсивность

процессов исходя из экологических возможностей региона. Они дают, в отличие от обратимых оценок, близкие к реальности, а иногда и реализуемые “образцы” оптимальной организации.

Статья написана на основе работ, проводившихся при поддержке MNF, фондов INTAS и РФФИ.

Литература

1. Цирлин А.М. Оптимальное управление процессами необратимого тепло- и массопереноса // Изв. АН СССР, сер. “Техническая кибернетика” №2, 1991, с.171-179.
2. Кузнецов А.Г., Руденко А.В., Цирлин А.М. Оптимальное управление в термодинамических системах с конечной емкостью источников//Автоматика и телемеханика. №6, 1985, с.20-32.
3. Розоноэр Л.И., Цирлин А.М. Оптимальное управление термодинамическими процессами // Автоматика и телемеханика. №1, №2, №3, 1983.
4. Новиков И.И. Эффективность атомных электростанций//Атомная энергия №3, 1957, с.409.
5. Curzon F.L., Ahlborn B. Efficiency of a Carnot engine a maximum power output // American Journal of Physics. N 3, 1975.
6. Andresen B.// Finite-time thermodynamics. Uniwersitet of Copenhagen. 1983, 149p.
7. S.Sieniutycz and P.Salamon (ed.). Advances in thermodynamiks. Vol 4. Finite-Time Thermodynamics .Taylor and Francis, N-Y. 1990.
8. Bejan A. Entropy generation minimization //J.Appl.Phys. 79, 1996, 1191-1217.
9. A.M. Tsirlin, V. Kazakov, R.S. Berry. Finite-Time Thermodynamics Limiting Performace of Rectification and Minimal Entropy Production in Mass Trauster // J.of.Phys.Chem. 1994. 98, p.3330-3336.
10. Розоноэр Л.И., Руденко А.В., Цирлин А.М. Использование методов оптимизации для оценки предельных возможностей абсорбционно-десорбционных циклов//Теоретические основы химической технологии. №3, 1984, с. 362-370.

Корреляционный анализ содержания тяжелых металлов в донных отложениях

к.т.н. доцент Шигабаева Г.Н., Ахтырская Е.О.
Тюменский государственный университет, г. Тюмень
8(906)821-79-97

Аннотация: В работе приведены результаты химического анализа донных отложений некоторых озер таежной хоны Западной Сибири. Определены валовое содержание и подвижные формы тяжелых металлов, построены корреляционные диаграммы по содержанию тяжелых металлов и рассчитаны кларковые концентрации. Построена матрица парных корреляций с использованием программы Statistika 6.0.

Ключевые слова: тяжелые металлы, парные корреляции, кларковые концентрации

В водных экосистемах между донными отложениями (ДО) и водой происходят непрерывные процессы обмена веществами. В этой связи большой интерес представляет изучение влияния донных отложений на загрязнение воды в результате вторичного загрязнения. Этот процесс наблюдается, когда ранее перешедшие из толщи воды загрязняющие вещества в результате различных внутриводоемных процессов (изменение окислительно-восстановительной обстановки, биохимические процессы) могут переходить из ДО в воду, вновь загрязняя ее [1].

Среди множества токсикантов, попадающих в природные воды, особое значение