

Математическое моделирование движения поршня в цилиндре

к.т.н. проф. Макаров А.Р., к.т.н. доц. Смирнов С.В., Осокин С.В.
Московский государственный машиностроительный университет (МАМИ)
(495) 223-05-23, atd@mami.ru

Аннотация. В статье приводится математическая модель динамики движения поршня в цилиндре в слое смазки. Рассмотрены основные уравнения динамики движения поршня, уравнения, описывающие эластогидродинамическую задачу трения юбки поршня в цилиндре, и алгоритм совместного их решения.

Ключевые слова: поршень, динамика движения, эластогидродинамическая задача, толщина масляного слоя, профилирование.

Одним из направлений достижения высоких технико-экономических показателей двигателей внутреннего сгорания является совершенствование конструкции поршневой группы двигателей. На современном этапе развития двигателестроения оптимизация конструкции поршня в процессе проектирования осуществляется чаще всего на основе всестороннего исследования его напряженно-деформированного состояния с помощью современных методов расчета. В результате многовариантных расчетов может быть разработана конструкция поршня, обладающего достаточными прочностными характеристиками, обеспечивающими необходимую надежность в условиях воздействия высоких динамических, механических и тепловых нагрузок при минимальной массе, высокой износостойкости контактных поверхностей, низких потерях на трение [1].

Однако на втором этапе проектирования перед конструктором встают вопросы более детальной проработки конструкции поршня, а именно: выбор профиля его направляющей части в продольной и поперечной плоскости, выбор величины эксцентриситета расположения поршневого пальца, уменьшение шумности работы двигателя. Решение этих вопросов находится в прямой зависимости от возможности исследования влияния конструкции поршня на характер и условия его движения в цилиндре.

Наиболее полно и с наименьшими материальными затратами исследования могут быть проведены на математической модели движения поршня в цилиндре.

Однако математическая модель должна в наибольшей степени отражать реальные условия и основные особенности работы поршня в цилиндре. К этим особенностям, в первую очередь, следует отнести малые монтажные зазоры между поршнем и цилиндром и малую жесткость юбки. Это приводит к возникновению деформаций юбки в рабочих условиях, величина которых обусловлена превышением теплового расширения поршня, теплового расширения цилиндра и первоначального зазора между ними. Для компенсаций возникающего «натяга» поршень выполняется овальной формы, и за счет деформирования юбки ему дается возможность расширяться в направлении малой оси овала, то есть в направлении оси поршневого пальца.

На деформации юбки от теплового расширения накладываются деформации, вызванные поперечным перемещением поршня под действием боковой силы. Причем, как показали экспериментальные исследования, взаимодействие поршня с цилиндром осуществляется через масляный слой определенной толщины. Гидродинамические реакции с нагруженной и ненагруженной сторон поршня, смещение центров их приложения относительно оси поршневого пальца оказывают существенное влияние на поперечное перемещение поршня, его перекадку в цилиндре. Эти обстоятельства требуют при разработке математической модели, наряду с уравнениями, описывающими динамику движения поршня, решать совместно с ними и упруго-гидродинамическую (эластогидродинамическую) задачу применительно к направляющей части поршня. Это позволяет исследовать на математической модели влияние на динамику движения поршня не только особенностей всего кривошипно-шатунного механизма двигателя (радиуса кривошипа, длины шатуна, эксцентриситета расположения поршневого пальца и т.д.), но и особенности конструкции направляющей части поршня (овально-бочкообразный профиль, наличие термовставок и т.д.). То есть появляется возможность на

стадии проектирования определять параметры конструкции цилиндропоршневой группы, которые обеспечат во время работы двигателя наиболее благоприятные условия работы поршня, например, наименьшие углы его наклона в цилиндре или жидкостной характер трения во время всего рабочего цикла.

Разработанная математическая модель движения поршня в цилиндре заключается в следующем.

Поршень совершает возвратно-поступательное движение и одновременно поперечное плоскопараллельное движение под действием сил и моментов в плоскости качания шатуна (рисунок 1). Характеристики возвратно-поступательного движения (перемещение, скорость, ускорение) однозначно определяются конструктивными параметрами двигателя (радиусом кривошипа, отношением радиуса кривошипа к длине шатуна) и частотой вращения коленчатого вала. Основная сложность заключается в определении характеристик поперечного движения поршня.

Данная задача решалась в квазистационарной постановке.

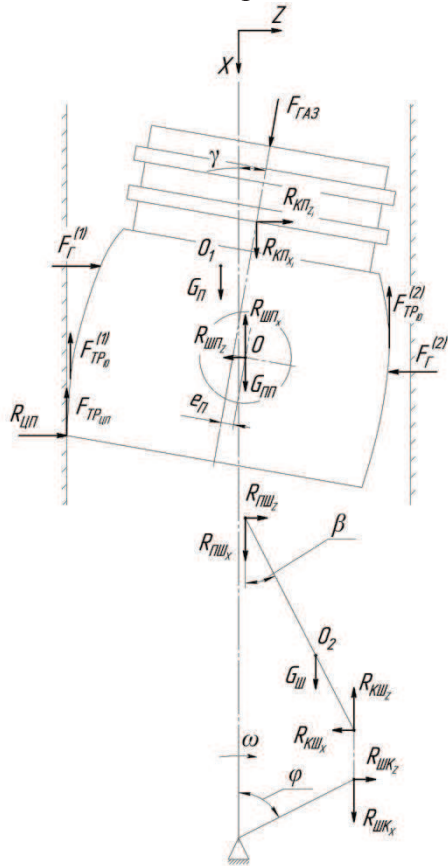


Рисунок 1

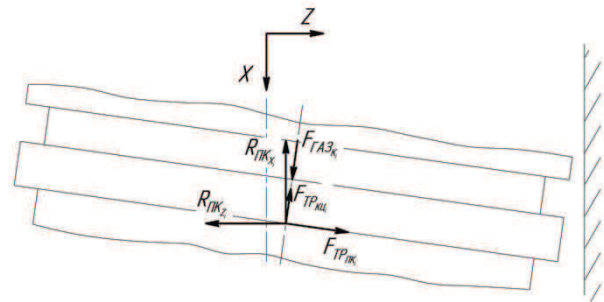


Рисунок 2

Принимали, что на поршень действуют (рисунок 1) сила давления газов $F_{ГАЗ}$, гидродинамические силы масляного слоя в сопряжении «юбка поршня – цилиндр» с нагруженной $F_G^{(1)}$ и ненагруженной $F_G^{(2)}$ сторон поршня.

При возникновении непосредственного контакта между поверхностями трения цилиндра и поршня в математической модели учитывались силы $R_{ЦП}$, возникающие при данном взаимодействии.

На движение поршня также будут оказывать влияние силы трения в сопряжениях «юбка поршня – цилиндр», «поршневое кольцо – поршень» и «поршневое кольцо – цилиндр».

Вследствие несовпадения линий действия перечисленных сил, возникают моменты относительно оси поршневого пальца, которые определяют вращательное движение поршня.

С учетом принятой расчетной схемы (рисунок 1), используя принцип Даламбера, была составлена система уравнений равновесия сил и моментов, действующих на поршень:

$$\left\{ \begin{aligned} \vec{F}_\Gamma^{(1)} + \vec{F}_\Gamma^{(2)} + \vec{R}_{\text{шп}_z} + \sum_{i=1}^n \vec{R}_{\text{кп}_{z_i}} + \vec{R}_{\text{шп}} + \vec{F}_{\text{жп}_z} &= 0 \\ \vec{F}_{\text{газ}} + \vec{F}_{\text{тп}_{ю}}^{(1)} + \vec{F}_{\text{тп}_{ю}}^{(2)} + \vec{F}_{\text{тп}_{ш}} + \vec{R}_{\text{шп}_x} + \sum_{i=1}^n \vec{R}_{\text{кп}_{x_i}} + \vec{F}_{\text{жп}_x} &= 0 \\ \vec{M}_O(\vec{F}_\Gamma^{(1)}) + \vec{M}_O(\vec{F}_\Gamma^{(2)}) + \vec{M}_O(\vec{F}_{\text{газ}}) + \vec{M}_O(\vec{R}_{\text{шп}}) + \sum_{i=1}^n \vec{M}_O(\vec{R}_{\text{кп}_{x_i}}) + \\ + \sum_{i=1}^n \vec{M}_O(\vec{R}_{\text{кп}_{z_i}}) + \vec{M}_O(\vec{F}_{\text{тп}_{ю}}^{(1)}) + \vec{M}_O(\vec{F}_{\text{тп}_{ю}}^{(2)}) + \vec{M}_O(\vec{F}_{\text{тп}_{ш}}) + \vec{M}_O(\vec{F}_{\text{жп}}) &= 0 \end{aligned} \right. \quad (1)$$

Здесь $\vec{F}_\Gamma^{(1)}$; $\vec{F}_\Gamma^{(2)}$ – вектор гидродинамической силы масляного слоя в сопряжении «юбка поршня – цилиндр» со стороны 1 и 2 юбки поршня;

$\vec{R}_{\text{шп}_x}$; $\vec{R}_{\text{шп}_z}$ – проекции вектора силы реакции связи, действующей со стороны шатуна на поршень по оси X и Z соответственно;

$\vec{R}_{\text{кп}_{x_i}}$; $\vec{R}_{\text{кп}_{z_i}}$ – проекции вектора силы реакции связи, действующей со стороны i-ого поршневого кольца на поршень по оси X и Z соответственно;

$\vec{R}_{\text{шп}}$ – вектор силы, действующей на поршень при контакте поршня с цилиндром;

$\vec{F}_{\text{тп}_{ю}}^{(1)}$; $\vec{F}_{\text{тп}_{ю}}^{(2)}$ – вектор гидродинамической силы трения в сопряжении «юбка поршня – цилиндр» со стороны 1 и 2 юбки поршня;

$\vec{F}_{\text{тп}_{ш}}$ – вектор силы трения, возникающей при контакте юбки поршня с цилиндром;

$\vec{F}_{\text{жп}_x}$; $\vec{F}_{\text{жп}_z}$ – проекции главного вектора сил инерции поршня и поршневого пальца на оси X и Z соответственно;

$\vec{M}_O(\vec{F}_{\text{жп}})$ – главный момент сил инерции поршня и поршневого пальца;

$\vec{M}_O(\vec{F}_{\text{газ}})$ – момент силы давления газа (при наличии эксцентриситета расположения поршневого пальца).

При составлении системы уравнений было принято во внимание, что углы наклона поршня невелики и поэтому допустимо не учитывать проекцию силы давления газа на ось Z.

Для нахождения реакции шатуна $\vec{R}_{\text{шп}_x}$ и $\vec{R}_{\text{шп}_z}$ составим систему уравнений равновесия сил и моментов, действующих на шатун:

$$\left\{ \begin{aligned} \vec{R}_{\text{шп}_z} + \vec{R}_{\text{кш}_z} + \vec{F}_{\text{жш}_z} &= 0 \\ \vec{R}_{\text{шп}_x} + \vec{R}_{\text{кш}_x} + \vec{G}_{\text{ш}} + \vec{F}_{\text{жш}_x} &= 0 \\ \vec{M}_O(\vec{R}_{\text{кш}_x}) + \vec{M}_O(\vec{R}_{\text{кш}_z}) + \vec{M}_O(\vec{G}_{\text{ш}}) + \vec{M}_O(\vec{F}_{\text{жш}}) &= 0 \end{aligned} \right. \quad (2)$$

$\vec{R}_{\text{шп}_x}$; $\vec{R}_{\text{шп}_z}$ – проекции вектора силы реакции связи, действующей со стороны поршня на шатун по оси X и Z соответственно;

$\vec{R}_{\text{кш}_x}$; $\vec{R}_{\text{кш}_z}$ – проекции вектора силы реакции связи, действующей со стороны коленчатого вала на шатун по оси X и Z соответственно;

$\vec{F}_{\text{жш}_x}$; $\vec{F}_{\text{жш}_z}$ – проекции главного вектора силы инерции шатуна на оси X и Z соответственно;

$\vec{M}_O(\vec{F}_{\text{жш}})$ – момент силы инерции шатуна.

Для определения реакции (рисунок 2) со стороны поршневых колец $\vec{R}_{\text{кп}_{x_i}}$ и $\vec{R}_{\text{кп}_{z_i}}$ необходимо составить систему уравнений равновесия сил для каждого кольца:

$$\left\{ \begin{aligned} \vec{R}_{\text{пк}_{x_i}} + \vec{F}_{\text{газ}_{k_i}} + \vec{F}_{\text{тп}_{кi}} + \vec{F}_{\text{жк}_{x_i}} &= 0 \\ \vec{R}_{\text{пк}_{z_i}} + \vec{F}_{\text{тп}_{пк_i}} + \vec{F}_{\text{жк}_{z_i}} &= 0 \end{aligned} \right. \quad (3)$$

$\vec{F}_{ГАЗ_{k_i}}$ – вектор силы давления газа на i -ое кольцо;

$\vec{R}_{ПК_{x_i}}$; $\vec{R}_{ПК_{z_i}}$ – проекции вектора силы реакции, действующей со стороны поршня;

$\vec{F}_{ТР_{кш_i}}$ – вектор суммарной силы трения в сопряжении « i -ое поршневое кольцо – цилиндр»;

$\vec{F}_{ТР_{пк_i}}$ – вектор суммарной силы трения в сопряжении « i -ое поршневое кольцо – поршень»;

$\vec{F}_{jK_{x_i}}$; $\vec{F}_{jK_{z_i}}$ – проекции главного вектора силы инерции поршневого кольца на оси X и Z соответственно.

Как и при рассмотрении поршня, учтем, что угол наклона поршня достаточно мал, и поэтому не будем учитывать проекции $\vec{F}_{ГАЗ_{k_i}}$ и $\vec{F}_{ТР_{кш_i}}$ на ось Z и $\vec{F}_{ТР_{пк_i}}$ на ось X .

Из системы уравнений (2) и (3) получим расчетные выражения для реакций $\vec{R}_{пш_x}$, $\vec{R}_{пш_z}$, $\vec{R}_{ПК_{x_i}}$, $\vec{R}_{ПК_{z_i}}$, которые можно будет использовать в системе уравнений (1).

Рассмотрим методику расчета основных сил и моментов, действующих на поршень.

Сила давления газов $F_{ГАЗ}$ может быть определена из индикаторной диаграммы. Силы и моменты инерции определяются по общепринятым формулам.

Для нахождения реакций масляного слоя $F_r^{(1)}$ и $F_r^{(2)}$ необходимо знать распределение гидродинамического давления масляного слоя в сопряжении «юбка поршня – цилиндр» [2]:

$$F_r^{(1)} = \int_{s_1} p_r^{(1)}(s) ds \quad (4)$$

$$F_r^{(2)} = \int_{s_1} p_r^{(2)}(s) ds \quad (5)$$

Здесь $p_r^{(1)}$ и $p_r^{(2)}$ – распределение гидродинамического давления на нагруженной и ненагруженной сторонах поршня; s_1 и s_2 – области действия гидродинамического давления на нагруженной и ненагруженной сторонах поршня.

Давление, действующее на юбку поршня, можно определить из решения уравнения Рейнольдса:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6\mu\omega \frac{\partial h}{\partial x} + 12\mu \frac{\partial h}{\partial t}, \quad (6)$$

где: h и p – толщина и давление масляного слоя; μ – вязкость смазочного материала; ω – продольная скорость поршня; t – время; x , y – координаты.

Граничное условие при решении уравнения (6) $p_\Omega = 0$, где: Ω – контур, ограничивающий поверхность трения.

Учитывалась переменность вязкости смазочного материала по высоте цилиндра в зависимости от теплового состояния деталей сопряжения на рассматриваемом режиме работы двигателя.

Толщина масляного слоя находится из следующего выражения:

$$h(x, y, t) = h^H(x, y) + m[z - (x - x_{II})\gamma] \cos \theta + \delta_{II}^T(x, y, t) + \delta_{II}^r(x, y, t) \quad (7)$$

Распределение толщины масляного слоя $h^H(x, y)$ определяется профилем поршня в холодном состоянии $u(x, y)$ и монтажным зазором $\Delta_{мв}$, т.е.:

$$h^H(x, y) = u(x, y) + \Delta_{мв} \quad (8)$$

Второе слагаемое представляет изменение толщины масляного слоя, обусловленное поперечным движением поршня, где: m – коэффициент (для нагруженной стороны $m = +1$, для ненагруженной – $m = -1$); z – перемещение поршня; y – угловая координата в плоско-

сти x_y ; x – координата по оси X ; x_{II} – расстояние от оси пальца до верхней кромки юбки поршня; θ – наклон поршня относительно оси пальца.

Составляющая δ_{II}^T определяет влияние на толщину масляного слоя деформации, вызванной тепловым расширением поршня и цилиндра (радиальное расширение поршня считается положительным).

Последнее слагаемое представляет деформации, обусловленные гидродинамическим давлением масляного слоя.

Рассмотрим методы решения уравнений, которые используются для получения расчетных формул определения гидродинамических характеристик сопряжения «юбка поршня – цилиндр».

Для решения задачи гидродинамики применялся метод конечных разностей.

После конечно-разностной аппроксимации для всех узлов была получена линейная система уравнений

$$[A]\{p\} = \{R\}, \quad (9)$$

где: $\{p\}$ – вектор-столбец давлений в узлах конечно-разностной сетки; $[A]$ – двумерная матрица коэффициентов; $\{R\}$ – вектор-столбец правой части уравнения Рейнольдса.

Для нахождения гидродинамических давлений в узлах конечно-разностной сетки необходимо знать узловые значения толщины масляного слоя, которые находятся из выражения (7).

При определении деформаций поршня от тепловой нагрузки δ_{II}^T и гидродинамического давления δ_{II}^T применялся метод конечных элементов (МКЭ) с использованием моделей, составленных из объемных элементов. Принималось, что на установившемся режиме работы двигателя тепловые деформации поршня и цилиндра постоянны в течение рабочего цикла.

Для нахождения деформации δ_{II}^T при тепловом расширении поршня, согласно основным положениям МКЭ, необходимо решить следующую систему уравнений:

$$[K_T]\{\delta_{II}^T\} = \{R_T\}, \quad (10)$$

где: $[K_T]$ – матрица жесткости системы элементов пространственной модели поршня; $\{R_T\}$ – вектор узловых усилий системы элементов, вызванных температурным полем; $\{\delta_{II}^T\}$ – вектор-столбец деформаций от тепловой нагрузки.

Аналогично деформации поршня, вызванные действием гидродинамического давления масляного слоя $\delta^T(x, y, t)$, находились при решении системы линейных уравнений:

$$[K]\{\delta_{II}^T\} = \{P\} \quad (11)$$

или

$$\{\delta_{II}^T\} = [C]\{P\}. \quad (12)$$

Здесь: $[C]$ – матрица податливости; $\{\delta_{II}^T\}$ – вектор-столбец деформаций от гидродинамического давления; $\{P\}$ – вектор-столбец сил гидродинамических давлений в узлах.

Для определения матрицы податливости $[C]$ в каждом узле конечно-элементной модели поршня на поверхности, трения юбки поршня прикладывалась единичная сила и определялись вызванные ею упругие перемещения всех узлов на поверхности трения юбки.

Взаимосвязь толщины масляного слоя и деформаций от действия гидродинамического давления потребовала разработки методики и теории совместного решения задачи гидродинамики и теории упругости для сопряжения «юбка поршня – цилиндр». Системы уравнений (9) и (12) были преобразованы в нелинейную систему уравнений, описывающую упруго-гидродинамическую задачу:

$$[A(p)]\{p\} = \{R(p)\} \quad (13)$$

или

$$F = [A(p)]\{p\} - \{R(p)\} = 0 \quad (14)$$

Для нахождения гидродинамических давлений при решении системы уравнений (14) использовался итерационный метод Ньютона.

В процессе расчета гидродинамических давлений разработаны мероприятия с целью обеспечения выполнения условия положительности действующих гидродинамических давлений на всей рассматриваемой области трения.

Последовательно решая упруго-гидродинамическую задачу для нагруженной и ненагруженной сторон поршня, найдем распределение гидродинамических давлений в сопряжении «юбка поршня – цилиндр» и определим реакции масляного слоя.

В случае возникновения контакта поршня с цилиндром при определении гидродинамического давления из рассмотрения исключается область контактирования. Вместо уравнений, описывающих упруго-гидродинамическую задачу в данной области, вводились в систему (14) уравнения, описывающие упругие деформации поршня.

Определив давление в зоне контакта, находим величину силы $R_{\text{тр}}$.

Выбор зависимостей для расчета силы трения в сопряжениях «юбка поршня – цилиндр», «поршневое кольцо – цилиндр» и «поршневое кольцо – поршень» зависит от принятия той или иной гипотезы о преобладающем режиме смазки и трения в этих парах деталей [3].

Известные современные подходы к описанию трибологии поршневого кольца, основывающиеся на принятии гипотезы о преобладании граничного режима трения, чаще всего используют выражения силы граничного трения, в условиях которого вполне оправдано принятие общеизвестной зависимости Г. Амонтона в виде:

$$F = Pf, \quad (15)$$

где P – нормальная нагрузка на поршневое кольцо; f – коэффициент граничного трения кольца о цилиндр.

Если при гидродинамическом характере трения брать за основу вторую гипотезу, то силу трения необходимо определять на основе выражения, являющегося следствием закона Ньютона для тангенциального напряжения в слое жидкости и решения уравнения Рейнольдса:

$$F = \iint_A \left(\frac{\mu V}{h} + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h}{2} \right) dA, \quad (16)$$

где: A – площадь смоченной поверхности; μ – динамическая вязкость смазочного материала; V – скорость скольжения тела; h – толщина слоя смазки; P – гидродинамическое давление; x – координата в направлении скольжения тела.

Таким образом, определены все силы, входящие в систему уравнений (1). Условием окончания расчета для данного положения поршня по углу поворота коленчатого вала является выполнение условия равновесия поршня.

Аналогично находим решение системы уравнений (1): последовательно для различных положений коленчатого вала с шагом по углу поворота $\Delta\varphi$ (на такте расширения, как наиболее опасном участке хода поршня, расчет проводится с более мелким шагом по углу поворота).

В результате получим характеристики поперечного движения поршня, распределение толщины и гидродинамических давлений в сопряжении для различных положений поршня по углу φ , и установим изменение минимальной толщины слоя в течение рабочего цикла. Расчет прекращается при совпадении с допустимой погрешностью толщины масляного слоя и скоростей изменения данной толщины через период времени, соответствующий продолжительности рабочего цикла двигателя.

В качестве примера на рисунке 3 представлено положение деформированного под действием гидродинамических давлений поршня на такте впуска при $\varphi = 50^\circ$. Видно, что со стороны 1 поршня юбка приобретает форму, благоприятную для создания масляного клина. Со стороны 2 проявляется действие терморегулирующей вставки, расположенной в среднем по-

ясе юбки.

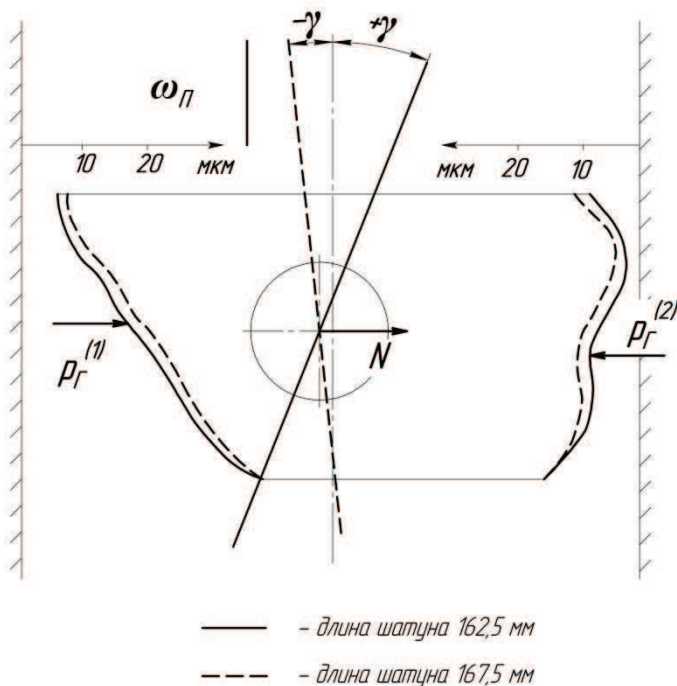


Рисунок 3

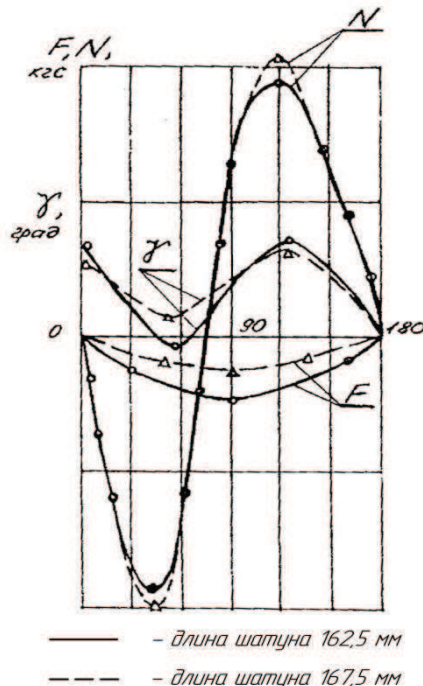


Рисунок 4

На рисунке 4 показано изменение боковой силы, силы от качательного движения шатуна и угла наклона головки поршня на такте впуска при различных длинах шатуна.

Заключение

Разработанная математическая модель позволяет исследовать влияние на гидродинамические характеристики трения и динамику движения поршня большинства следующих параметров, определяющих работу поршня.

1. Параметры, характеризующие конструкцию деталей КШМ:

- конструкция поршня: расположение поршневого пальца (смещение относительно продольной оси поршня и положение по высоте поршня); положение центра тяжести поршня; конструктивные особенности, размеры направляющей части поршня (распределение толщины юбки по высоте и окружности, наличие разрезов, терморегулирующих вставок, особенности профиля);
- конструкция шатуна (масса, размеры, момент инерции и расположение центра тяжести шатуна);
- радиус кривошипа;
- монтажный зазор в сопряжении «юбка поршня – цилиндр».

2. Параметры, характеризующие режим работы двигателя.

3. Параметры, характеризующие свойства моторного масла (вязкостно-температурная характеристика масла).

Литература

1. Макаров А.Р., Смирнов С.В., Осокин С.В., Пятов И.С., Врублевская Ю.И., Финкельберг Л.А. Конструкционные материалы для поршней ДВС // Известия МГТУ «МАМИ». – 2013. – № 1(15), т. 1. – С. 118-125.
2. Костров А.В., Смирнов С.В., Макаров А.Р. Математическое моделирование движения поршня в цилиндре в слое смазочного материала с учетом деформации юбки // Двигателестроение. 1990. – № 1. – С. 7-9.
3. Путинцев С.В. Механические потери в поршневых двигателях: специальные главы конструирования, расчета и испытаний [Электронный ресурс] // М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. –Режим доступа: <http://wwwcdl.bmstu.ru/e2/putintsev1.pdf> (дата обращения: 13.02.2014)