

полумуфт.

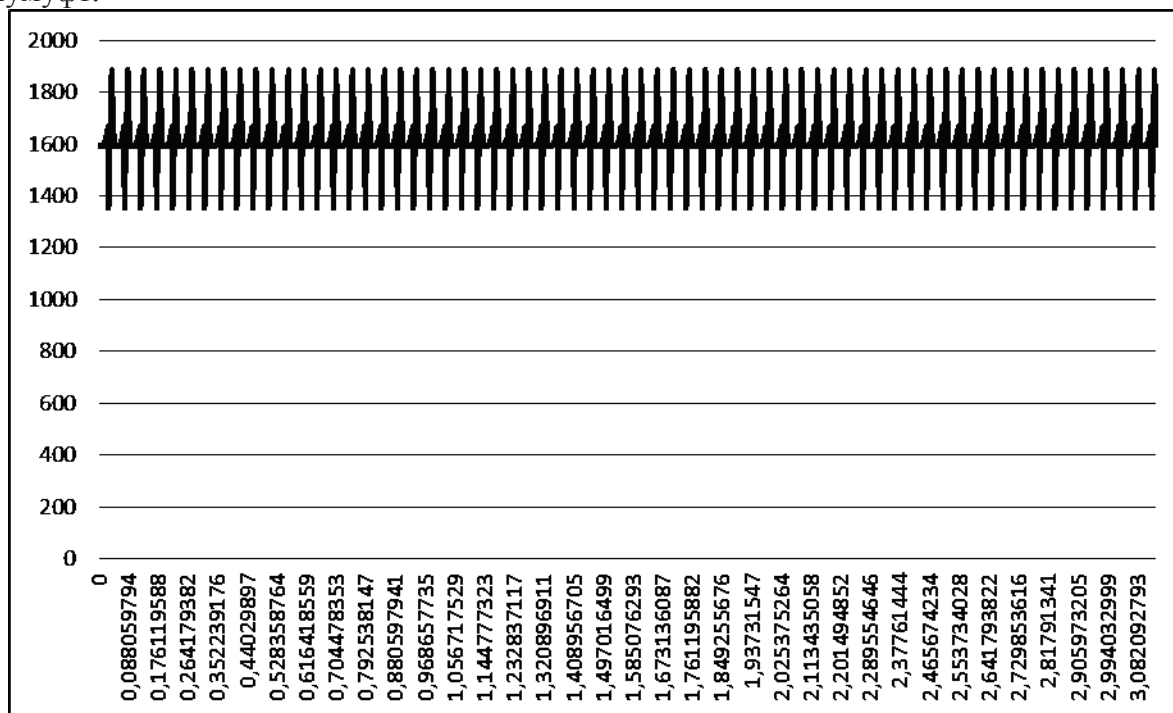


Рисунок 5. Импульсы передачи момента КРМ за период. (x:β,рад; y:M_Σ,Н*м)

Выводы

Зависимости, предложенные в данной статье, дают представление о процессах взаимодействия, сопровождающих работу кулачково-роликовой муфты, позволяют построить математическую модель кулачково-роликовой муфты, необходимую для моделирования процесса включения муфты, а также определить момент, передаваемый кулачково-роликовой муфтой. Также представленные зависимости являются необходимыми для проектировочного расчета таких муфт.

Литература

1. Гостроус А.В., Строков А.М., Шипилевский Г.Б. Импульсное кулачково-роликовое сцепление: свидетельство № 133886 Рос. Федерация №2013123912; заявл. 27.05.2013 ; опубл. 27.10.2013.
2. Гостроус А.В., Строков А.М., Шипилевский Г.Б.: Импульсное кулачково-роликовое сцепление: свидетельство № 133887 Рос. Федерация №2013123915; заявл. 27.05.2013 ; опубл. 27.10.2013.

К вопросу об оптимизации системы подрессоривания быстроходной гусеничной машины

д.т.н. проф. Савочкин В.А., д.т.н. проф. Шарипов В.М., к.т.н. доц. Смирнов И.А.,
Шишанов С.М.

*Университет машиностроения,
Московское высшее военное командное училище (Военный институт)
Военного учебно-научного центра Сухопутных войск
«Общевойсковая Академия Вооруженных Сил РФ»,
(495) 223-05-23, доб. 1111, trak@mami.ru*

Аннотация: В статье приведена общая схема оптимизации системы подрессоривания быстроходной гусеничной машины, заключающаяся в выборе пространства качества, установлении области допустимых состояний динамической системы и ее границ, соответствующих предельным состояниям, приведение в соответ-

ствие каждому состоянию динамической системы некоторой кривой в пространстве качества и установление критерия качества (оптимизации).

Ключевые слова: быстроходная гусеничная машина, оптимизация системы поддрессоривания, пространство качества, критерий оптимизации, стационарный процесс, спектральная плотность, отказ системы.

Современная теория движения быстроходных гусеничных машин (ГМ), как правило, состоит из трех основных разделов: теории прямолинейного движения, теории поворота и теории поддрессоривания [1].

Для ГМ особо важное значение приобретает теория поддрессоривания, так как получение максимально возможной средней скорости движения находится в прямой зависимости от снижения больших перегрузок, отрицательно воздействующих на механика-водителя ГМ.

Чем выше качество поддрессоривания ГМ, движущейся по неровностям пути, тем больше скорость движения при всех прочих равных условиях. При этом важным условием для оценки качества поддрессоривания ГМ является оптимальный выбор упругих и демпфирующих элементов подвески при отсутствии «пробоев» подвески в зависимости от микропрофиля пути.

Процесс оптимизации системы поддрессоривания ГМ рационально начинать с выбора оптимальной ее структуры и значений параметров еще на этапе проектирования.

Будем называть систему поддрессоривания оптимальной, если она удовлетворяет заранее сформулированным условиям плавности хода ГМ.

Известно, что постановка решения большого числа задач движения ГМ возможна только на основе построения и анализа вероятностных моделей с обработкой данных статистическими методами [1-4].

Однако выбор критерия оптимизации не является задачей статистической динамики. Этот критерий рассчитывается на основе функциональных, технологических, экономических, физиологических и других подобных соображений [1].

Отразить качественные показатели системы поддрессоривания ГМ и объединить их в одном критерии – задача затруднительная [5]. Поэтому чаще всего при проектировании выбирают главный из них (или два-три главных) и используют как основной.

Так, например, в настоящее время при проектировании параметров поддрессоривания, выбирают параметры ГМ такие, чтобы при движении ГМ с постоянной скоростью по гармоническому профилю пути с определенной амплитудой вертикальные ускорения на месте механика-водителя не превосходили допустимого значения при отсутствии «пробоев» передних рессор [2].

Решение задач оптимальной виброзащиты при случайных внешних возмущениях встречает ряд аналитических и принципиальных трудностей.

В некоторых работах, посвященных решению задач оптимальной виброзащиты, используются критерии, аналогичные критерию минимума средней квадратической ошибки в теории автоматического управления [6].

Например, ставится условие, чтобы средний квадрат перемещения защищаемого объекта относительно основания, средний квадрат абсолютного ускорения объекта и т.п. принимали минимальные значения.

Однако выбор условий в качестве критериев оптимизации системы виброзащиты является источником далеко идущих затруднений. Так, если подбирать параметры виброзащитного устройства из условия минимума среднего квадратичного абсолютного ускорения, то приходим к простому решению: жесткость колебательной системы и потери в демпфере должны быть минимальны.

При этом получаются недопустимо большие относительные перемещения объекта виброзащиты. Эти трудности усугубляются, если объект виброзащиты обладает несколькими степенями свободы и если внешнее воздействие является нестационарным случайным процессом [6]. Вероятно, что указанные трудности внутренне присущи теории виброзащиты, а скорее являются следствием неудачного выбора критерия для оптимизации.

В других случаях за критерий оптимизации системы подрессоривания ГМ принимают максимальную высоту дорожных неровностей, допускающих движение ГМ без «пробоев» рессор. Безусловно, что этот критерий не позволяет получить однозначный ответ на то, каковы должны быть параметры системы подрессоривания, т.к. при решении данной задачи используется одномерное распределение высот неровностей, что не позволяет учесть распределение энергии возмущения по частоте (спектральную плотность).

Поэтому этот критерий дает лишь приблизительную оценку границ интервалов оптимизируемых параметров. Более полным статистическим критерием является вероятность того, что параметры колебаний объекта виброзащиты в течение определенного промежутка времени находятся в заданных (допустимых) пределах.

Будем предполагать, что множество состояний динамической системы, допустимых с точки зрения требуемого качества, образуют в пространстве качества область допустимых состояний. В этом случае оптимальной системе будет соответствовать такая система, у которой вероятность случайного события $P(t)$, состоящего в том, что за заданный промежуток времени $0 \leq \tau \leq t$ не произойдет выход ни одного параметра качества из области допустимых значений, будет максимальной, т.е. $P(t) = \max$.

Вероятность $P(t)$ можно представить в виде [5]:

$$P(t) = 1 - \sum_{k=1}^{\infty} Q_k,$$

где: Q_k – вероятность случайного события, состоящего в том, что за время $0 \leq \tau \leq t$ произойдет ровно k положительных пересечений области допустимых значений параметров качества.

Выразить в аналитической форме вероятность $P(t)$ как функцию параметров колебаний и параметров системы подрессоривания ГМ задача чрезвычайно трудная. Поэтому, чаще всего при аналитическом представлении $P(t)$ задаются допустимыми значениями вероятностей выхода отдельных параметров за допустимые значения. Но выбор допустимых значений вероятностей, например, «пробоя» подвесок, отрыва катков от грунта, максимальных значений вертикальных ускорений и т.д., является трудной задачей с точки зрения обоснования этих значений. Значительно проще произвести выбор величины допустимых значений этих параметров. Выход величины какого-либо параметра, характеризующего качество функционирования динамической системы за допустимые значения можно считать отказом системы. Так как в теории надежности отказом называется частичная или полная утрата качества системы и понятие отказа является одним из основных понятий этой теории, то для установления критерия оптимизации воспользуемся идеями теории надежности [5].

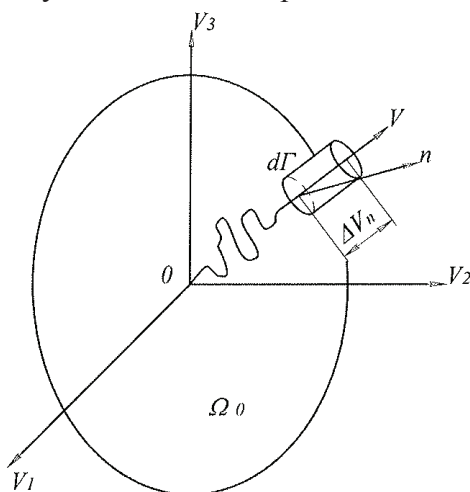


Рисунок 1. Пространство параметров качества системы подрессоривания

Будем предполагать, что нам известно для нашей задачи пространство качества V , которое в самом общем случае представляет собой многомерное евклидово пространство (см.

рисунок 1). Тогда множество состояний исследуемой динамической системы, допустимых с точки зрения качества, образует в пространстве качества V область допустимых состояний Ω_0 . Граница области Ω_0 соответствует предельным состояниям. Эту границу будем называть предельной поверхностью и обозначать Γ . Каждому состоянию динамической системы соответствует некоторая траектория $v(t)$ в пространстве качества. Если $v \in \Omega_0$, то это означает, что параметры качества системы сохраняются в установленных допусках. Пересечение траектории $v(t)$ предельной поверхности Γ в направлении внешней нормали соответствует отказу системы. Очевидно, что чем меньше происходит отказов за данный промежуток времени T , тем лучше система с точки зрения выбранного критерия качества.

Найдем для поставленной задачи математическое ожидание числа пересечений траектории $v(t)$ поверхности Γ в направлении внешней нормали к поверхности.

В целях краткости эти пересечения будем называть положительными. Математическое ожидание числа пересечений в единицу времени будем обозначать через $\nu_t(\Gamma, t)$.

Пусть $\dot{v}(t)$ – непрерывный и дифференцируемый случайный процесс, заданный совместной плотностью $f(v, \dot{v}; t)$ процесса $v(t)$ и его производной $\dot{v}(t)$. Процесс $v(t)$ может быть нестационарным. Поэтому плотность вероятности $f(v, \dot{v}; t)$ зависит от t , как от параметра.

Для $\nu_t(\Gamma, t)$ можно записать:

$$\nu_t(\Gamma, t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_1(\Gamma; \Delta t)}{\Delta t}. \quad (1)$$

Здесь $P_1(\Gamma; \Delta t)$ – вероятность случайного события, которое заключается в том, что за достаточно малый интервал Δt произойдет положительное пересечение поверхности Γ процессом $\vec{v}(t)$. Эту вероятность можно записать следующим образом:

$$P_1(\Gamma; \Delta t) = P \left[\begin{array}{l} \vec{v}(\tau) \in \Delta\Omega \\ \dot{v}_n(\tau) > 0 \\ t \leq \tau \leq t + \Delta t \end{array} \right], \quad (2)$$

где: $\Delta\Omega$ – некоторый тонкий слой, окружающий поверхность Γ ; \dot{v}_n – нормальная составляющая $\vec{v}(t)$, т.е. $\dot{v}_n = (\vec{v}, \vec{n})$; \vec{n} – орт внешней нормали (см. рисунок 1).

Выражая вероятность $f(\vec{v}, \dot{v}; t)$, получим:

$$P_1(\Gamma; \Delta t) = \int_{\dot{v}_n > 0} d\vec{v} \int_{\Delta\Omega} f(\vec{v}, \dot{v}; t) d\vec{v} + 0(\Delta t). \quad (3)$$

Перейдем в формуле (1) к интегрированию по поверхности Γ . Разобьем слой $\Delta\Omega$ на элементарные цилиндры, имеющие основание $d\Gamma$ и высоту, равную нормальной составляющей Δv_n приращения вектора $\vec{v}(t)$ за время Δt :

$$\Delta v_n = \dot{v}_n \Delta t + 0(\Delta t).$$

Подстановка этого выражения в формулу (2) дает:

$$P_1(\Gamma; \Delta t) = \Delta t \int_{\Gamma} d\Gamma \int_{\dot{v}_n > 0} f(\vec{v}_{\Gamma}, \dot{v}; t) \dot{v}_n d\vec{v} + 0(\Delta t).$$

Тогда, используя выражение (1), получим:

$$\nu_t(\Gamma; t) = \int_{\Gamma} d\Gamma \int_{\dot{v}_n > 0} f(\vec{v}_{\Gamma}, \dot{v}; t) \dot{v}_n d\vec{v}, \quad (4)$$

где: \vec{v}_{Γ} берутся на поверхности Γ .

Выражение (4) позволяет оценить качество исследуемой динамической системы. Чем меньше $\nu_t(\Gamma; t)$, тем оптимальней будет система в выбранном пространстве качества. Поэтому в дальнейшем показатель качества $\nu_t(\Gamma; t)$ будем называть **критерием оптимизации системы**.

Оптимизация с использованием критерия $\nu_t(\Gamma; t)$ будучи более естественной и обоснованной в то же время имеет трудности, возникающие при применении более частных критериев. Этот метод оптимизации применим как к линейным, так и нелинейным системам с произвольным числом степеней свободы, и при этом не накладывает ограничений на вероятностную природу внешних возмущающих сил.

Одним из важнейших факторов, влияющих на выбор пространства V , является стремление к разумному компромиссу между степенью подробности при описании системы и относительной простоте вычислений.

При этом выбор осуществляется на основании требований, предъявляемых к техническим и эксплуатационным показателям ГМ. Одним из основных требований является обеспечение высокой средней скорости движения ГМ по местности. Средняя скорость движения в основном определяется тяговыми свойствами ГМ и характером распределения сопротивления грунта прямолинейному движению. Чем выше тяговые качества ГМ, тем выше будет ее средняя скорость движения при всех прочих равных условиях. Однако для современных ГМ, характеризующихся высокой удельной мощностью, дальнейшее улучшение их тяговых качеств не приводит к существенному увеличению средней скорости движения из-за ухудшения плавности хода ГМ по местности с неровным профилем.

Плавность хода ГМ определяется главным образом характером колебаний корпуса машины в вертикальной плоскости [1-4]. При исследовании состояния людей, подвергшихся вибрационным нагрузкам на специальных стендах, установлено, что в зависимости от частоты вибраций ощущение колебаний человеком зависит от различных параметров колебательного процесса. Однако большинство исследователей [7-9] считает, что неприятные ощущения, воспринимаемые людьми, подвергшимися вибрационным нагрузкам, связаны в основном с величиной ускорений.

Таким образом, в качестве одной из координат пространства качества системы поддрессирования может быть выбрана координата допустимого уровня вертикальных ускорений, действующих на механика-водителя. Это связано с тем, что на механика-водителя, расположенного, как правило, в передней части машины, действуют большие по своей величине вертикальные ускорения, чем на других членов экипажа. Выражение для вертикальных ускорений на месте механика-водителя может быть записано в следующем виде:

$$\ddot{z}_{MB} = \ddot{z} + l_{MB}\ddot{\phi},$$

где: l_{MB} – расстояние от места сидения механика-водителя до поперечной плоскости, проходящей через центр масс машины.

Чем больше l_{MB} , тем больше величина \ddot{z}_{MB} при прочих равных условиях. Кроме того, как уже было сказано ранее, механик-водитель, изменяя скорость движения машины, осуществляет формирование в известных пределах спектра возмущения, передаваемого через подвеску ГМ на корпус, в выгодном для себя направлении (с точки зрения комфортабельности движения).

Однако если оптимизировать систему поддрессирования только по одной координате пространства качества – \ddot{z}_{MB} , то параметры подвески примут значения, при которых относительные хода катков, особенно крайних, будут недопустимо большими, что вследствие наличия жестких ограничителей хода катков приведет к жестким ударам балансира в ограничители хода. Такие удары неизбежно приведут к значительным вертикальным перегрузкам, действующим на всех членов экипажа [2]. Следовательно, цель оптимизации системы поддрессирования не будет достигнута. Поэтому в качестве второй и третьей координат пространства качества необходимо выбрать координаты относительных ходов передних и задних опорных катков, т.к. они совершают наибольшие относительные перемещения.

Безусловно, идеальным решением задачи в такой постановке, на первый взгляд, является установление пространства качества системы поддрессирования по всем параметрам, характеризующим динамику движения корпуса ГМ в принятой системе координат. Однако решение такой задачи оказывается чрезвычайно трудным. Да и вряд ли такое решение удовлетворило бы конструкторов. При проектировании подвески необходимо учитывать не только требования, следующие из принятого критерия оптимизации, но и многие другие факторы. Проектируемая система поддрессирования должна удовлетворять многим, подчас противоречивым требованиям. Требования близости к оптимуму в выбранном пространстве качества, конечно, является одним из важнейших, но далеко не единственным. Не менее важными являются требования надежности, минимального веса, требования, обусловленные схемой

компоновки, а также требования, вытекающие из условий обеспечения нормальной работы гусеничного движителя и т.д. Поэтому проектирование системы поддрессоривания обычно представляет собой ряд компромиссных решений с целью наилучшим образом удовлетворить всем предъявляемым к системе требованиям. В связи с этим определение параметров подвески ГМ оптимальной с точки зрения какого-нибудь одного критерия, обычно не дает существенной помощи конструктору. Гораздо важнее дать конструктору метод, с помощью которого он может, оставаясь в пределах достаточной близости к оптимальному решению с точки зрения выбранного критерия качества системы поддрессоривания иметь достаточно свободы для того, чтобы разумным образом удовлетворить и всем остальным требованиям. Теория оптимальных систем поддрессоривания дает метод определения параметров этих систем. Иными словами, она позволяет находить предельные потенциальные качества подвески для данных условий ее работы. Сравнивая рассматриваемые при проектировании варианты системы поддрессоривания ГМ с теоретической системой, конструктор может судить о том, насколько эти варианты близки к оптимуму с точки зрения принятого критерия качества.

В большинстве практических задач возможны значительные отступления от оптимальных характеристик системы поддрессоривания ГМ без существенного ухудшения системы с точки зрения принятого критерия качества. Это характерное свойство задач теории оптимальных систем поддрессоривания является весьма положительным фактором, т.к. позволяет конструктору после определения предельного потенциального качества проектируемой системы в широких пределах варьировать ее структуру и параметры без существенного отклонения от оптимума и тем самым удовлетворять многим другим требованиям, предъявляемым к проектируемой подвеске.

Перейдем теперь к выбору области допустимых состояний параметров качества системы поддрессоривания. Центральным вопросом здесь является выбор ограничений, которые должны быть наложены на вертикальные ускорения, действующие на механика-водителя. Очевидно, что эти ограничения должны быть выбраны с учетом допустимых максимальных значений перегрузок. Вибрации, возникающие в транспортном средстве, как показывают исследования, имеют очень широкий диапазон частот: от 0 до 500 Гц и выше. По источнику возбуждения и сложности подавления весь спектр частот можно подразделить на три диапазона: низкочастотный (0...15 Гц), среднечастотный (15...100 Гц), высокочастотный (свыше 100 Гц).

Вибрации низкочастотного диапазона в основном вызываются взаимодействием ходовой части с опорной поверхностью. Вибрации среднечастотного и высокочастотного диапазонов вызываются, главным образом, вибрациями двигателя и агрегатов трансмиссии.

Как показывают исследования [8, 9], уровень вертикальных ускорений, вызывающих неприятные ощущения, зависит от частоты колебаний. Причем, отмечается характерный факт снижения величины допустимых ускорений в диапазоне частот от 4 до 8 Гц, что связано с собственными частотами колебаний человеческого тела [7-9]. От величины вертикальных ускорений, как это следует из рисунка 2, зависит время, в течение которого испытуемый человек может выдержать эти перегрузки.

Чем больше уровень ускорений при одной и той же частоте воздействия, тем меньше это время. Механик-водитель имеет возможность изменять частоту колебаний корпуса машины путем изменения скорости движения и тем самым изменять уровень допустимых для него вертикальных ускорений. Исходя из этого в качестве ограничений на вертикальные ускорения, действующие на месте механика-водителя, примем величину допустимых ускорений в диапазоне частот от 4 до 8 Гц, которые может воспринимать механик-водитель очень короткое время. Этим ограничениям, как следует из рисунка 3, соответствует величина $\pm 2g$.

Что касается выбора ограничений для относительных ходов крайних опорных катков, то верхним пределом, очевидно, должна быть величина полного относительного хода катка. Величиной полного хода катка конструктор задается с целью удовлетворения ряда противоречивых требований. Чем больше полный ход катка, а следовательно, и динамический ход,

тем меньше будет вероятность появления жестких ударов балансиров в ограничители хода, тем лучше будет плавность хода ГМ при прочих равных условиях. Но, с другой стороны, увеличение хода катков приводит к увеличению деформации упругих элементов рессор, что снижает надежность их работы, а также обуславливает в известной мере и надежность работы гусеничного движителя.

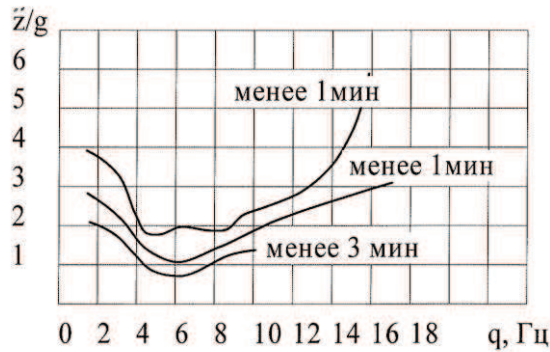


Рисунок 2. Ограничения на вертикальные ускорения в зависимости от частоты колебаний (испытуемый сидит на жестком сидении)

Поэтому выбор ограничений для относительных ходов катков должен решаться каждый раз с учетом специфических требований, предъявляемых к проектируемой ГМ. Математически величину полного хода первого опорного катка x_1 можно представить в виде:

$$x_1 = -z - l_1\varphi \pm \frac{1}{2}|B|\psi + y_1,$$

где: ψ – поперечное ускорение машины; B – колея машины; l_1 – расстояние от центра масс ГМ до первого опорного катка; y_1 – высота неровности.

Следовательно, ограничения для полного хода 1-ого катка $0 \leq x_1 \leq x_n$ могут быть записаны в виде:

$$0 \leq -z - l_1\varphi \pm \frac{1}{2}|B|\psi + y_1 \leq x_n,$$

или

$$-y_1 \leq -z - l_1\varphi \pm \frac{1}{2}|B|\psi \leq x_n.$$

Величина $(-z - l_1\varphi \pm \frac{1}{2}|B|\psi)$ представляет собой абсолютное вертикальное перемещение точки закрепления на корпусе первой рессоры. Аналогичное ограничение может быть записано и для хода заднего опорного катка.

Таким образом, ограничение, накладываемое на величину полных ходов передних и задних опорных катков, в известной мере, накладывает определенное ограничение на обобщенные координаты z , φ и ψ .

Как было установлено ранее, за критерий качества системы поддрессоривания ГМ следует принять среднее число выбросов в единицу времени случайного процесса из области допустимых состояний. Чем меньше $v_t(\Gamma)$, тем выше качество системы поддрессоривания с точки зрения выбранного критерия.



Рисунок 3. Ограничения на вертикальные ускорения, действующие на механика-водителя ГМ

Отметим, что если \ddot{z}_{MB} , x_1 , x_n рассматриваются не во временной, а в пространственной области, $\nu_t(\Gamma)$ будет представлять собой среднее число выбросов на единицу пути из области допустимых состояний.

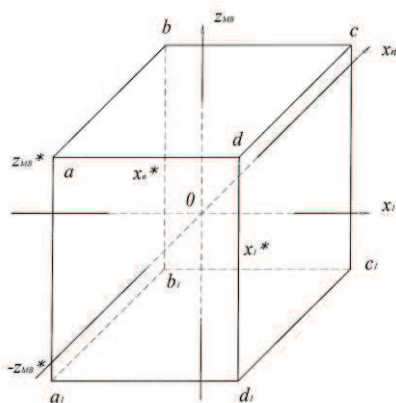


Рисунок 4. Область допустимых состояний системы подрессоривания

Для области допустимых состояний системы подрессоривания, установленной выше в соответствии с выражением (4), среднее число выбросов в единицу времени $\nu_t(\Gamma)$ будет равно сумме средних чисел выбросов через каждую грань прямоугольного параллелепипеда a , b , c , d , a_1 , b_1 , c_1 , d_1 (см. рисунок 4).

Для сокращения записи введем следующие обозначения $x_1 = U_1$, $x_n = U_2$, $\ddot{z}_{MB} = U_3$ (где n – номер заднего катка). В соответствии с выводами второго пункта будем предполагать, что рассматриваемый трехмерный случайный процесс является стационарным нормальным процессом [10], для которого совместная плотность вероятности $f_6(U_1, U_2, U_3, \dot{U}_1, \dot{U}_2, \dot{U}_3)$ имеет вид:

$$f_6(U_1, U_2, U_3, \dot{U}_1, \dot{U}_2, \dot{U}_3) = f_3(U_1, U_2, U_3) f_3(\dot{U}_1, \dot{U}_2, \dot{U}_3). \quad (5)$$

Трехмерная плотность записывается как:

$$f_3(U_1, U_2, U_3) = \frac{1}{\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \sqrt{8\pi^3 D}} \exp \left[-\frac{1}{2D} \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 D_{ik} \frac{U_i - m_i}{\sigma_i} \frac{U_k - m_k}{\sigma_k} \right]. \quad (6)$$

Здесь σ_j и m_j – дисперсии и математические ожидания процессов U_j ($j = 1, 2, 3$); D – определитель третьего порядка, имеющий вид:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & 1 & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & 1 \end{vmatrix}, r_{ii} = r_{kk} = 1, r_{ik} = r_{ki}, \quad (7)$$

где: r_{ik} – коэффициент взаимной корреляции случайных процессов U_i и U_k ($i, k = 1, 2, 3; i \neq k$) в совпадающие моменты времени; D_{ik} – алгебраическое дополнение элемента r_{ik} определителя D .

Запишем выражение для $f_3(U_1, U_2, U_3)$ в развернутом виде:

$$f_3(U_1, U_2, U_3) = \frac{1}{\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \sqrt{8\pi^3 D}} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2D} \left[D_{11} \frac{(U_1 - m_1)^2}{\sigma_1^2} + D_{22} \frac{(U_2 - m_2)^2}{\sigma_2^2} + D_{33} \frac{U_3^2}{\sigma_3^2} + 2D_{12} \frac{(U_1 - m_1)(U_2 - m_2)}{\sigma_1 \sigma_2} + 2D_{13} \frac{(U_1 - m_1)U_3}{\sigma_1 \sigma_3} + 2D_{23} \frac{(U_2 - m_2)U_3}{\sigma_2 \sigma_3} \right] \right\}. \quad (8)$$

Здесь: $D = 1 - r_{12}^2 - r_{13}^2 - r_{23}^2 + 2r_{12}r_{13}r_{23}$;

$$D_{11} = 1 - r_{23}^2;$$

$$D_{22} = 1 - r_{13}^2;$$

$$D_{33} = 1 - r_{12}^2;$$

$$D_{12} = r_{13}r_{23} - r_{12}^2;$$

$$D_{13} = r_{12}r_{23} - r_{13}^2;$$

$$D_{23} = r_{12}r_{13} - r_{23}^2.$$

В выражении (8) учтено, что для стационарного случайного процесса $U_3 = \ddot{z}_{MB}$ матема-

тическое ожидание $m_3 = 0$ и $D_{ik} = D_{ki}$.

В выражениях (9) коэффициенты взаимной корреляции $r_{ik} (i = 1, 2; k = 1, 2, 3)$ определяются из выражения:

$$r_{ik} = \frac{k_{ik}}{\sigma_i \sigma_k} = \frac{\langle (U_i - m_i)(U_k - m_k) \rangle}{\sigma_i \sigma_k}.$$

Плотность вероятности $f_3(\dot{U}_1, \dot{U}_2, \dot{U}_3)$ записывается аналогичным образом.

Запишем формулу среднего числа выбросов трехмерного случайного процесса из области допустимых значений для нашей задачи через грань d, c, c_1, d_1 (см. рисунок 4):

$$v_t(dcc_1d_1) = \int_{-U_3^*}^{U_3^*} dU_3 \int_{-U_2^*}^{U_2^*} dU_2 \int_{-\infty}^{\infty} d\dot{U}_3 \int_{-\infty}^{\infty} d\dot{U}_2 \int_0^{\infty} f_3(U_1^*, U_2, U_3) f_3(\dot{U}_1, \dot{U}_2, \dot{U}_3) \dot{U}_1 d\dot{U}_1. \quad (10)$$

Используя условия согласованности для многомерных распределений, правую часть выражения (10) можно упростить. В самом деле:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_3(\dot{U}_1, \dot{U}_2, \dot{U}_3) d\dot{U}_2 d\dot{U}_3 = f(\dot{U}_1), \quad (11)$$

где: $f(\dot{U}_1)$ – одномерная нормальная плотность вероятности производной \dot{U}_1 . Так как математическое ожидание производной стационарного процесса равно нулю, то дальнейшие вычисления дают:

$$\int_0^{\infty} \dot{U}_1 f(U_1) d\dot{U}_1 = \frac{S_1}{\sqrt{2\pi}}. \quad (12)$$

где: S_1 – дисперсия процесса \dot{U}_1 .

В результате выражение (10) примет вид:

$$v_t(dcc_1d_1) = \frac{S_1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-U_3^*}^{U_3^*} \int_{-U_2^*}^{U_2^*} f_3(U_1^*, U_2, U_3) dU_2 dU_3. \quad (13)$$

Запишем теперь выражение для $v_t(abb_1a_1)$:

$$v_t(abb_1a_1) = \frac{S_1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-U_3^*}^{U_3^*} \int_{-U_2^*}^{U_2^*} f_3(-U_1^*, U_2, U_3) dU_2 dU_3. \quad (14)$$

По аналогии с формулами (13) и (14) можно записать выражения для определения среднего числа выбросов в единицу времени через остальные грани области допустимых состояний системы подрессоривания ГМ (см. рисунок 4):

$$v_t(add_1a_1) = \frac{S_2}{\sqrt{2\pi}} \int_{-U_3^*}^{U_3^*} \int_{-U_1^*}^{U_1^*} f_3(U_1, U_2^*, U_3) dU_1 dU_3; \quad (15)$$

$$v_t(bcc_1b_1) = \frac{S_2}{\sqrt{2\pi}} \int_{-U_3^*}^{U_3^*} \int_{-U_1^*}^{U_1^*} f_3(U_1, -U_2^*, U_3) dU_1 dU_3; \quad (16)$$

$$v_t(abcd) = \frac{S_3}{\sqrt{2\pi}} \int_{-U_2^*}^{U_2^*} \int_{-U_1^*}^{U_1^*} f_3(U_1, U_2, U_3^*) dU_1 dU_2; \quad (17)$$

$$v_t(a_1b_1c_1b_1) = \frac{S_3}{\sqrt{2\pi}} \int_{-U_2^*}^{U_2^*} \int_{-U_1^*}^{U_1^*} f_3(U_1, U_2, -U_3^*) dU_1 dU_2. \quad (18)$$

Здесь S_i – дисперсии процессов $U_i (i = 1, 2, 3)$.

Следовательно, среднее число выбросов в единицу времени из рассматриваемой области качества системы подрессоривания после суммирования может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} v_t(\Gamma) = & \frac{S_1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-U_3^*}^{U_3^*} \int_{-U_2^*}^{U_2^*} [f_3(U_1^*, U_2, U_3) + f_3(-U_1^*, U_2, U_3)] dU_2 dU_3 + \\ & + \frac{S_2}{\sqrt{2\pi}} \int_{-U_3^*}^{U_3^*} \int_{-U_1^*}^{U_1^*} [f_3(U_1, U_2^*, U_3) + f_3(U_1, -U_2^*, U_3)] dU_1 dU_3 + \\ & + \frac{S_3}{\sqrt{2\pi}} \int_{-U_2^*}^{U_2^*} \int_{-U_1^*}^{U_1^*} [f_3(U_1, U_2, U_3^*) + f_3(U_1, U_2, -U_3^*)] dU_1 dU_2. \end{aligned} \quad (19)$$

Подставив в правую часть полученной формулы выражение для трехмерной плотности в виде (8), получим после интегрирования аналитическое выражение для среднего числа выбросов в единицу времени из принятой области допустимых состояний системы подрессоривания. Оно будет представлять собой функцию дисперсий $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ и S_1, S_2, S_3 , математических ожиданий m_1 и m_2 , коэффициентов взаимной корреляции в совпадающие моменты времени r_{12}, r_{13}, r_{23} и, наконец, от ограничительных условий U_1^*, U_2^*, U_3^* . Однако эта зависимость оказывается чрезмерно громоздкой и неудобной для практических расчетов. Поэтому целесообразней расчеты вести с помощью ЭВМ, используя выражения (8), (9) и (19).

Если же в качестве пространства качества выбрать двумерное пространство, а в качестве области допустимых состояний – прямоугольник со сторонами $2\dot{z}_{MB}^*$ и $2x_1^*$, т.е. грань

add_1a_1 (см. рисунок 5,а), то выражение (19) примет следующий вид:

$$v_t(\Gamma) = \frac{S_1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-U_3^*}^{U_3^*} [f_2(U_1^*, U_3) + f_2(-U_1^*, U_3)] dU_3 + \frac{S_3}{\sqrt{2\pi}} \int_{-U_1^*}^{U_1^*} [f_2(U_1, U_3^*) + f_2(U_1, -U_3^*)] dU_1, \quad (20)$$

где:

$$f_2(U_1, U_3) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_3\sqrt{1-r_{13}}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2(1-r_{13}^2)}\left[\frac{(U_1-m_1)^2}{\sigma_1^2} - 2r_{13}\frac{U_3(U_1-m_1)}{\sigma_1\sigma_3} + \frac{U_3^2}{\sigma_3^2}\right]\right\}. \quad (21)$$

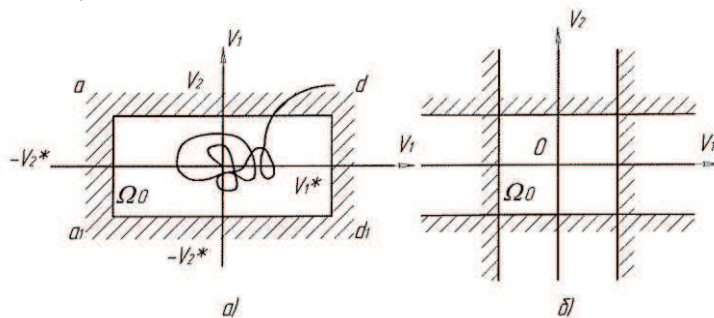


Рисунок 5. Двумерное пространство качества системы подрессоривания ГМ

После интегрирования выражения (20) получим:

$$v_t(\Gamma) = \frac{S_1}{2\pi\sigma_1} \left\{ e^{-\frac{(U_1^*-m_1)^2}{2\sigma_1^2}} [\Phi(v_{3,1}) - \Phi(v_{-3,1})] + e^{-\frac{(U_1^*-m_1)^2}{2\sigma_1^2}} [\Phi(v_{3,-1}) - \Phi(v_{-3,-1})] \right\} + \frac{S_3}{2\pi\sigma_3} \left\{ e^{-\frac{U_3^2}{2\sigma_3^2}} [\Phi(v_{1,3}) - \Phi(v_{-1,3})] + e^{-\frac{U_3^2}{2\sigma_3^2}} [\Phi(v_{1,-3}) - \Phi(v_{-1,-3})] \right\}. \quad (22)$$

Здесь использованы обозначения:

$$v_{\pm j, \pm k} = \sqrt{1-r_{13}^2} \left(\frac{\pm U_j^* - m_j}{\sigma_j} - \rho \frac{\pm U_k^* - m_k}{\rho_k} \right), \quad (23)$$

а $\Phi(z)$ – интеграл Лапласа, представленный в виде:

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

Заметим, что здесь имеют место неравенства:

$$\Phi(v_{3,1}) - \Phi(v_{-3,1}) \leq 1; \quad \Phi(v_{3,-1}) - \Phi(v_{-3,-1}) \leq 1.$$

Отсюда вытекает следующее неравенство для среднего числа положительных пересечений границы Γ :

$$v_t(\Gamma) \leq \frac{S_1}{2\pi\sigma_1} \left[e^{-\frac{(U_1^*-m_1)^2}{2\sigma_1^2}} + e^{-\frac{(U_1^*+m_1)^2}{2\sigma_1^2}} \right] + \frac{S_3}{\pi\sigma_3} e^{-\frac{U_3^2}{2\sigma_3^2}}. \quad (24)$$

Очевидно, что в правой части данного выражения стоит сумма среднего числа пересечений линии $U_1 = \pm U_1^*$ и $U_3 = \pm U_3^*$, т.е. сумма среднего числа выбросов процесса за пределы полос $-U_1^* < U_1 < U_1^*$ (см. рисунок 5б). Заметим, что если бы процессы U_1 и U_3 были не коррелированы, то выражение (24) может быть использовано для приближенной оценки среднего числа выбросов из области допустимых состояний.

При определении среднего числа выбросов исследуемого процесса в единицу времени из рассматриваемой области качества системы подрессоривания по выражениям (19) или (22) необходимо иметь значения коэффициентов взаимной корреляции r_{ik} случайных процессов U_i и U_k ($i, k = 1, 2, 3; i \neq k$) в совпадающие моменты времени.

Если на вход динамической системы подан стационарный случайный процесс, то коэффициент взаимной корреляции между двумя случайными процессами на выходе системы может быть определен по выражению [5]:

$$r_{ik} = \frac{k_{ik}(0)}{\sigma_i\sigma_k} = \frac{1}{\pi\sigma_i\sigma_k} \int_0^\infty S_{ik}(\omega) d\omega,$$

где: $k_{ik}(\tau)$ и $S_{ik}(\omega)$ – взаимная корреляционная функция и взаимная плотность случайных процессов U_i и U_k ($i \neq k$), соответственно.

Для стационарных случайных процессов [8]:

$$S_{ik}(\omega) = W_{U_i}(i\omega)W_{U_k}^*(i\omega)S_y(\omega). \quad (25)$$

Здесь: $W_{U_i}(i\omega)$ – передаточная функция процесса U_i ;

$W_{U_k}^*(i\omega)$ – комплексно-сопряженная передаточная функция процесса U_k ;

$S_y(\omega)$ – спектральная плотность входного процесса y .

Так как при исследованиях нас интересует действительная часть комплексного выражения $S_{ik}(\omega)$, то при действительной функции $S_y(\omega)$ выражение (25) можно представить в следующем виде:

$$S_{ik}(\omega) = Re[W_{U_i}(i\omega)W_{U_k}^*(i\omega)]S_y(\omega).$$

В заключении поясним методику оценки качества системы поддрессоривания на простейшем примере.

Пусть имеется два варианта системы поддрессоривания ГМ, для которых в результате статистических исследований получены статистические характеристики относительного хода первого опорного катка x_1 и вертикального ускорения на месте механика-водителя \ddot{z}_{MB} (таблица 1).

Таблица 1

Статистические характеристики относительного хода первого опорного катка

Вариант системы поддрессоривания ГМ	Статистические характеристики					
	$m_x, \text{ м}$	$\sigma_{x_1}, \text{ м}$	$\sigma_{\dot{x}_1}, \text{ м/с}$	$\sigma_{\ddot{z}_{MB}}, \text{ м/с}^2$	$\sigma_{\ddot{z}}, \text{ м/с}^3$	$r_{x_1, \ddot{z}_{MB}}$
1	0	0,30	3,4	2,1	210	0,27
2	0,19	0,22	2,3	24,5	24,7	0,38

В качестве области допустимых состояний системы поддрессоривания примем область, определяемую следующими неравенствами:

$$-0,30 \text{ м} \leq x_1 \leq 0,30 \text{ м}; \quad -30 \text{ м/с}^2 \leq \ddot{z}_{MB} \leq 30 \text{ м/с}^2.$$

Используя выражения (22) и (23), последовательно определим $v_{\pm j, \pm k}$, $\Phi(v_{\pm j, \pm k})$, $v_t(\Gamma)$.

Результаты расчетов приведены в таблице 2.

Таблица 2

Вариант системы поддрессоривания ГМ	Расчетные величины								$v_t(\Gamma)$
	$v_{3,1}$ $\Phi(v_{3,1})$	$v_{-3,1}$ $\Phi(v_{-3,1})$	$v_{3,-1}$ $\Phi(v_{3,-1})$	$v_{1,3}$ $\Phi(v_{1,3})$	$v_{-1,3}$ $\Phi(v_{-1,3})$	$v_{1,-3}$ $\Phi(v_{1,-3})$	$v_{-1,-3}$ $\Phi(v_{-1,-3})$	$v_{-3,-1}$ $\Phi(v_{-3,-1})$	
1	1,2 0,385	-1,76 -0,46	1,76 0,46	0,34 0,24	-1,44 -0,425	1,44 0,425	-0,64 -0,24	1,2 -0,385	2,62
2	1,11 0,366	-1,52 0,436	3,24 0,499	0,043 0,016	-2,9 -0,498	1,03 0,348	-1,91 -0,472	0,605 0,225	1,213

Анализируя полученные результаты, нетрудно прийти к выводу, что вариант №2 системы поддрессоривания в лучшей степени удовлетворяет выбранному критерию качества.

Решим ту же задачу для случая, когда на величину отрыва опорного катка от грунта (т.е. на отрицательное значение хода катка) не наложено ограничений, т.е.:

$$-\infty \text{ м} \leq x_1 \leq 0,30 \text{ м}; \quad -30 \text{ м/с}^2 \leq \ddot{z}_{MB} \leq 30 \text{ м/с}^2.$$

Результаты расчета: в первом случае $v_t(\Gamma) = 1,88$; во втором случае $v_t(\Gamma) = 1,37$.

Таким образом, при выборе ограничений относительного хода катка можно нижний предел не ограничивать и принимать в формулах его равным $-\infty$.

В заключении осуществим оценку двух вариантов систем поддрессоривания по упрощенному выражению (24). В результате расчета получаем следующие оценки для среднего числа пересечений: первый случай $v_t(\Gamma) \leq 3,2$, второй случай $v_t(\Gamma) \leq 2,08$.

Следовательно, по упрощенному выражению (24) можно осуществлять оценку качества

системы подрессоривания ГМ.

Таким образом, общая схема оптимизации системы подрессоривания ГМ заключается в выборе пространства качества, установлении области допустимых состояний динамической системы и ее границ, соответствующих предельным состояниям, приведение в соответствии каждому состоянию динамической системы некоторой кривой в пространстве и установлении критерия качества.

Выбор пространства качества и область допустимых состояний делается на основании физиологических, технических, эксплуатационных, экономических и подобных требований и существенно не однозначен. Одним из важнейших факторов, влияющих на выбор пространства качества является стремление к разумному компромису между степенью подробности при описании системы и относительной простотой вычислений. В качестве ограничений, определяющих область допустимых состояний проектируемой системы подрессоривания, могут быть приняты величина допустимых перегрузок, действующих на механика-водителя, и величина полных относительных ходов крайних опорных катков. В качестве критерия качества системы подрессоривания ГМ следует принять среднее число выбросов в единицу времени случайного процесса из области допустимых состояний динамической системы «система подрессоривания – корпус машины». Чем меньше критерий, тем выше качество системы подрессоривания. В большинстве практических задач возможно значительное отступление от оптимальных характеристик системы подрессоривания без существенного ухудшения системы с точки зрения принятого критерия. Это характерное свойство теории оптимальных систем является положительным, т.к. позволяет конструктору после определения предельного, потенциального качества проектируемой системы в широких пределах варьировать ее структуру и параметры без существенного отклонения от оптимума и тем самым удовлетворить многим другим требованиям.

Литература

1. Савочкин В.А., Дмитриев А.А. Статистическая динамика транспортных и тяговых машин. – М.: Машиностроение, 1993. – 320 с.
2. Дмитриев А.А., Чобиток В.А., Тельминов А.В. Теория и расчет нелинейных систем подрессоривания гусеничных машин. – М.: Машиностроение, 1976. – 207 с.
3. Шарипов В.М. Конструирование и расчет тракторов. – М.: Машиностроение, 2009. 752 с.
4. Сергеев Л.В. Теория танка. – М.: Изд-во Академии БТВ, 1973. - 494 с.
5. Болотин В.В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. - М.: Стройиздат, 1982. – 351 с.
6. Солодовников В.В., Коньков В.Г. Математическое описание и исследование линейных нестационарных систем. – М.: МВТУ им. Н.Э. Баумана, 1982. – 82 с.
7. Беккер М.Г. Введение в теорию систем местность машина. – М.: Машиностроение, 1973. – 520 с.
8. Основы эргономики и дизайна автомобилей и тракторов/ И.С. Степанов, А.Н. Евграфов, А.Л. Карунин и др.; Под ред. В.М. Шарипова. - М.: Издательский центр «Академия», 2005. – 256 с.
9. Шеррер Ж. Физиология труда (Эргономия). – М.: Медицина, 1973. – 496 с.
10. Розанов Ю.А. Стационарные случайные процессы. – М.: Наука, 1990. – 273 с.

Оценка усталостной долговечности тонкостенных металлоконструкций мобильных машин при случайном сложном напряженном состоянии

д.т.н. проф. Гусев А.С., к.т.н. проф. Щербаков В.И., к.т.н. доц. Стародубцева С.А.
МГТУ им. Н.Э. Баумана, Университет машиностроения,
8(499)-223-05-23, доб. 11-57; sopr@mami.ru

Аннотация. Предложена новая методика расчета на усталостную долговечность элементов металлоконструкций мобильных машин, испытывающих в экс-