

**Автоматизированный расчет на прочность
аппаратов с рубашками**

д.т.н. проф. Луганцев Л.Д., Лобанов Г.А.
Университет машиностроения
8(499)257-16-33

Аннотация. Изложены метод и алгоритм компьютерного анализа напряженно-деформированного состояния аппаратов с рубашками, относящихся к классу многосвязных оболочечных конструкций с разветвляющимся меридианом. Приводятся сведения о программном обеспечении предложенного метода расчета.

Ключевые слова: аппарат с рубашкой, напряженно-деформированное состояние, метод конечных элементов, компьютерный анализ.

Для обогрева и охлаждения реакционных и других аппаратов разнообразных конструкций применяют различные устройства, у которых поверхность теплообмена образуется стенками самого аппарата. К числу устройств, использующих в качестве теплообменного элемента стенки аппарата, относятся рубашки (рисунок 1).

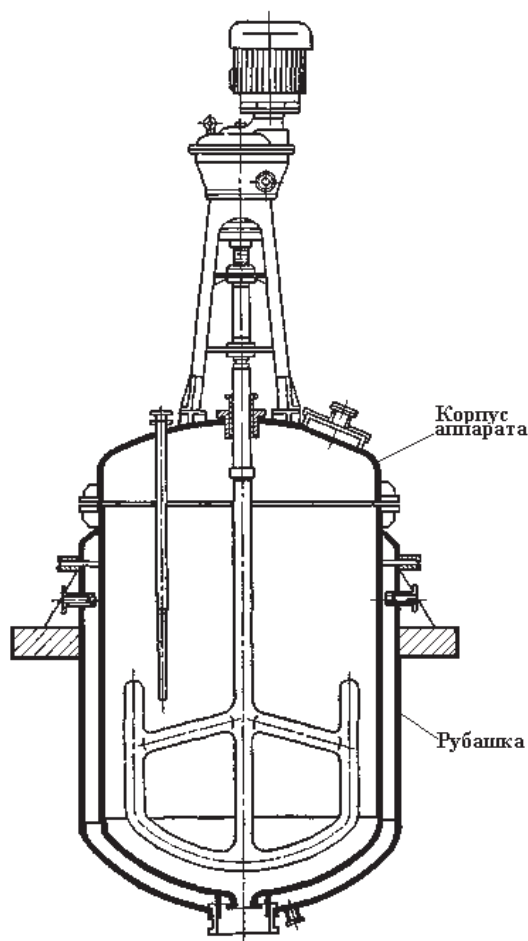


Рисунок 1. Аппарат с рубашкой

Аппараты с рубашками относятся к классу составных многосвязных оболочечных конструкций с разветвляющимся меридианом. Для расчета таких аппаратов применяем метод конечных элементов. Корпус аппарата и рубашку представляем в виде совокупности оболочечных элементов, соединенных между собой в узлах. При формировании конечно-элементной модели конструкции допускается произвольная нумерация оболочечных элементов и узлов. На рисунке 2 показана конечно-элементная модель типовой конструкции аппарата с эллиптической крышкой и коническим дном, которая содержит 10 оболочечных элементов и 10 узлов.

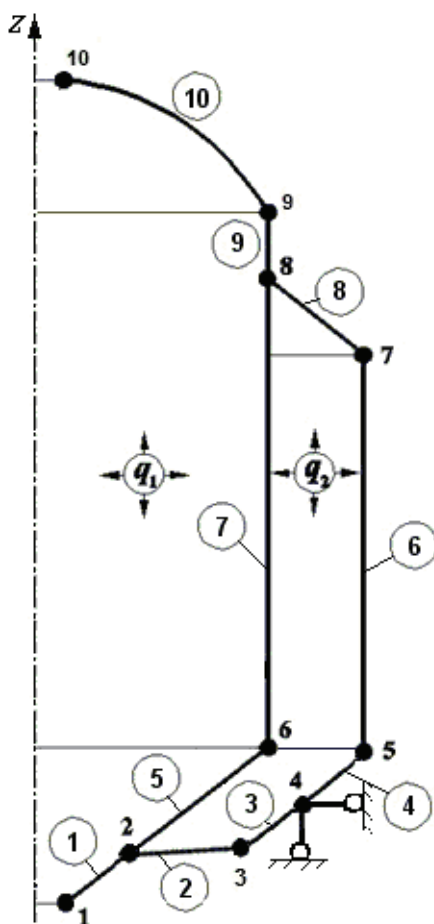


Рисунок 2. Конечно-элементная модель аппарата с рубашкой

Типовой оболочечный элемент (рисунок 3) ограничен двумя узлами с номерами i и j . Каждый узел имеет три степени свободы: осевое перемещение u , радиальное перемещение v , угол поворота нормали ϑ .

Оболочечный элемент нагружен распределенной по срединной поверхности нагрузкой q_n , нормальной к этой поверхности, а также распределенной по срединной поверхности элемента нагрузкой q_r , направленной по касательной к меридиану. Кроме того, элемент нагрет до температуры $T = T_0 + ky$ (y – расстояние от срединной поверхности элемента). Температура срединной поверхности изменяется вдоль меридиана по заданному закону $T_0 = T_0(s)$. По толщине стенки температура изменяется по линейному закону.

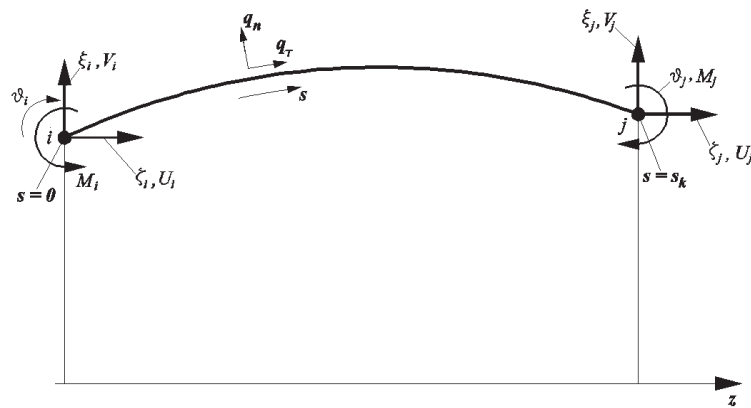


Рисунок 3. Оболочечный элемент

Напряженно-деформированное состояние оболочечного элемента описывается системой дифференциальных уравнений шестого порядка [1]:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{ds} &= r(q_n \cos \varphi - q_\tau \sin \varphi), \\ \frac{dx_2}{ds} &= \frac{\mu \sin \varphi}{r} x_1 + \frac{\mu \cos \varphi}{r} x_2 + \frac{Eh}{r} x_5 - r(q_n \sin \varphi + q_\tau \cos \varphi) - Eh\alpha T_0, \\ \frac{dx_3}{ds} &= -x_1 \cos \varphi + x_2 \sin \varphi + \frac{\mu \cos \varphi}{r} x_3 + D(1 - \mu^2) \frac{x_6}{r} \cos^2 \varphi - D(1 - \mu^2) k\alpha \cos \varphi, \\ \frac{dx_4}{ds} &= \frac{1 - \mu^2}{Ehr} x_1 \sin^2 \varphi + \frac{1 - \mu^2}{Ehr} x_2 \sin \varphi \cos \varphi - \frac{\mu \sin \varphi}{r} x_5 + x_6 \cos \varphi + \alpha T_0 (1 + \mu) \sin \varphi, \\ \frac{dx_5}{ds} &= \frac{1 - \mu^2}{Ehr} x_1 \sin \varphi \cos \varphi + \frac{1 - \mu^2}{Ehr} x_2 \cos^2 \varphi - \frac{\mu \cos \varphi}{r} x_5 - x_6 \sin \varphi + \alpha T_0 (1 + \mu) \cos \varphi, \\ \frac{dx_6}{ds} &= \frac{x_3}{Dr} - \frac{\mu \cos \varphi}{r} x_6 + k\alpha (1 + \mu), \end{aligned} \quad (1)$$

где $x_1 = Ur$, $x_2 = Vr$, $x_3 = Mr$,

x_4 – осевое перемещение точек координатной поверхности оболочки,

x_5 – радиальное перемещение точек координатной поверхности оболочки,

x_6 – угол поворота нормали к срединной поверхности оболочки,

φ – угол между нормалью и осью вращения,

U – осевое усилие в оболочке,

V – радиальное усилие в оболочке,

M – меридиональный изгибающий момент,

r – радиус параллельного круга,

$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \mu^2)}$ – цилиндрическая жёсткость.

Основная задача метода конечных элементов заключается в определении перемещений узлов оболочечной конструкции. Для решения этой задачи необходимо сформировать систему уравнений равновесия всех узлов конструкции:

$$[KG]\{\delta\} = \{F\}, \quad (2)$$

где $[KG]$ – глобальная матрица жесткости всей системы; $\{\delta\}$ – вектор узловых перемещений; $\{F\} = \{R\} + \{FG_{pqT}\}$ – глобальный вектор нагрузки; $\{R\}$ – вектор заданных внешних узловых усилий; $\{FG_{pqT}\}$ – глобальный вектор узловых усилий, обусловленных силовым и температурным воздействием на рассматриваемую конструкцию.

Для построения глобальной матрицы жесткости системы $[KG]$ необходимо предварительно сформировать матрицы жесткости оболочечных элементов. Для формирования матрицы жесткости каждого оболочечного элемента решаем методом ортогональной прогонки последовательность краевых задач для однородной системы дифференциальных уравнений, соответствующей системе (1), с граничными условиями, учитывающими единичные перемещения торцов элемента.

Для построения вектора $\{FG_{pqT}\}$ необходимо сформировать для каждого оболочечного элемента вектор краевых обобщенных усилий $\{F_{pqT}\} = \{\tilde{U}_i \tilde{V} \tilde{M}_i \tilde{U}_j \tilde{V}_j \tilde{M}_j\}^T$, обусловленных поверхностной нагрузкой и температурным воздействием на элемент. Для формирования вектора $\{F_{pqT}\}$ краевых обобщенных усилий для оболочечного элемента решаем методом ортогональной прогонки систему неоднородных дифференциальных уравнений (1) с нулевыми граничными условиями.

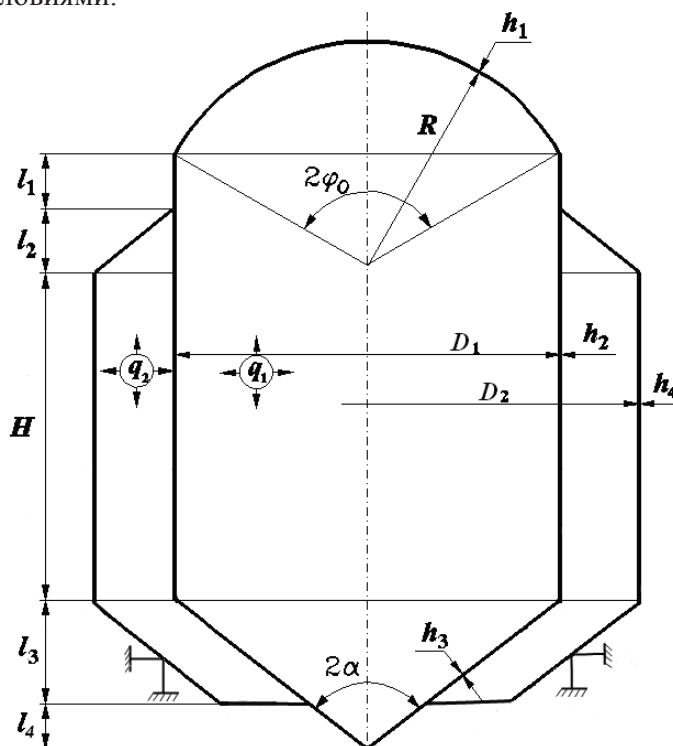


Рисунок 4. Конструктивная схема корпуса аппарата с рубашкой

Применяя операцию составления ансамбля [2], формируем разрешающую систему уравнений метода конечных элементов (2), используя при этом матрицы жесткости и векторы краевых обобщенных усилий $\{F_{pqT}\}$ краевых обобщенных усилий для оболочечных элементов рассматриваемой конструкции.

Наложенные на исследуемую оболочечную конструкцию связи учитываем, выполняя преобразование матрицы жесткости системы $[KG]$ и глобального вектора нагрузки $\{F\}$, получая в результате модифицированную матрицу жесткости $[KG_{\text{мод}}]$ и модифицированный вектор нагрузки $\{F_{\text{мод}}\}$. Выполняя решение модифицированной системы уравнений

$$[KG_{\text{мод}}]\{\delta\} = \{F_{\text{мод}}\},$$

находим компоненты глобального вектора узловых перемещений $\{\delta\}$.

На заключительном этапе выполняем расчет напряженно-деформированного состояния оболочечных элементов конструкции. С этой целью для каждого оболочечного элемента рассматриваемой конструкции методом ортогональной прогонки выполняем решение системы дифференциальных уравнений (1). В качестве граничных условий используем перемещения узлов оболочечных элементов, найденные на предыдущем этапе. Реакции связей, наложенных на заданную оболочечную конструкцию, определяем из немодифицированной системы уравнений (2).

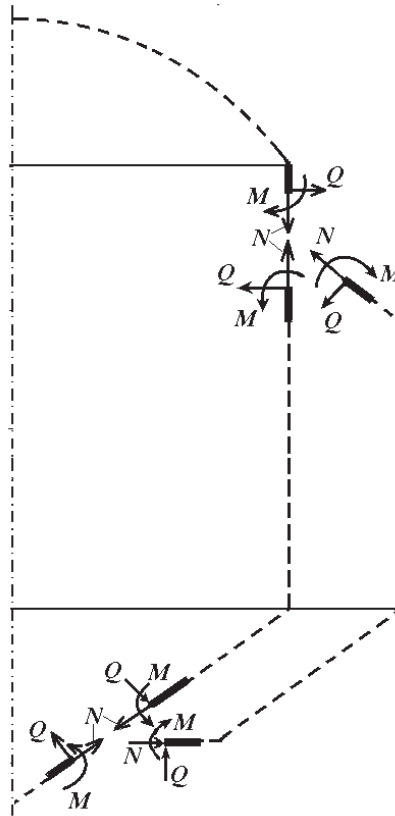


Рисунок 5. Внутренние усилия в оболочечных элементах

Численная реализация изложенного метода и алгоритма автоматизированного расчета аппаратов с рубашками осуществлена в виде программного обеспечения. Программный комплекс имеет модульную структуру, функционирует в операционных системах Windows XP/7, предоставляет пользователю удобный, интуитивно понятный графический интерфейс. Позволяет выполнять численный анализ напряженно-деформированного состояния, прогнозировать работоспособность конструкций, осуществлять поиск оптимальных проектных решений.

В качестве примера выполним расчет и корпуса аппарата с рубашкой (рисунок 4). Корпус аппарата состоит из цилиндрической части, сферической крышки, конического днища и

рубашки.

Конструктивные размеры аппарата:

$D_1=1000$ мм, $D_2=1400$ мм, $H=900$ мм, $h_1=10$ мм, $h_2=h_3=12$ мм, $h_4=8$ мм, $l_1=l_2=200$ мм, $l_3=375$ мм, $l_4=125$ мм, $\varphi_0=45^\circ$, $\alpha=45^\circ$.

Механические характеристики конструкционного материала:

$E=2 \cdot 10^5$ МПа, $\mu=0,3$, $\sigma_T=250$ МПа.

Аппарат работает под внутренним давлением $q_1=1$ МПа.

Давление в рубашке $q_2=0,55$ МПа.

Конечно-элементная модель аппарата показана на рисунке 2.

На рисунке 5 показаны внутренние силовые факторы в оболочечных элементах, примыкающих к узлам 2 и 8: N – меридиональное усилие, Q – поперечное усилие, M – меридиональный изгибающий момент. В таблице 1 приведены их численные значения.

Таблица 1

Внутренние усилия в оболочечных элементах

№ узла	№ элемента	N , Н/мм	Q , Н/мм	M , Н*мм/мм
2	1	93,7	16,9	990,4
	2	0,40	83,6	3155,4
	5	145,6	79,2	2165,0
8	7	151,7	58,5	1519,3
	8	135,2	3,9	83,1
	9	250,0	34,4	1436,2

Непосредственной проверкой можно убедиться в том, что условия равновесия узлов 2 и 8 выполняются.

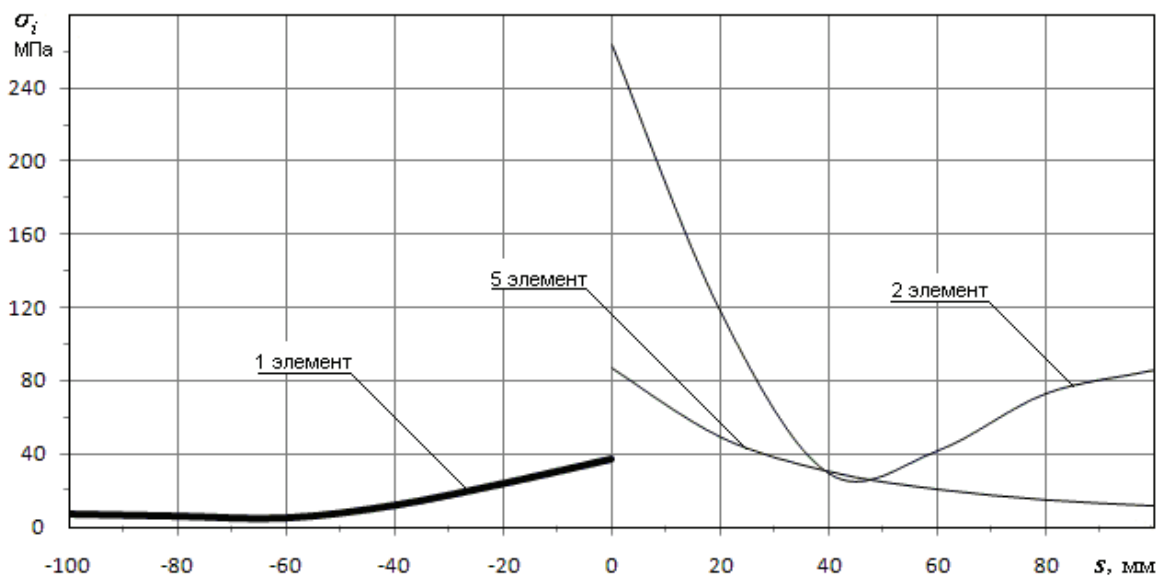


Рисунок 6. Интенсивность напряжений в оболочечных элементах 1, 2, 5

На рисунках 6 и 7 представлены графики интенсивности напряжений на внешних поверхностях оболочечных элементов, примыкающих к узлам 2 и 8.

Результаты численного анализа напряженно-деформированного состояния рассматриваемой оболочечной конструкции показывают, что интенсивность напряжений в узле 2 су-

щественно (более чем в 3 раза) превышает интенсивность напряжений в узле 8. Причина такого состояния заключается в повышенной кольцевой жесткости второго элемента узла 2 (кольцевой пластинки), что приводит к существенному повышению напряжений изгиба в оболочечных элементах этого узла. Это обстоятельство позволяет поставить вопрос о необходимости структурной оптимизации узла 2, заключающейся в замене кольцевой пластинки элементом конической оболочки.

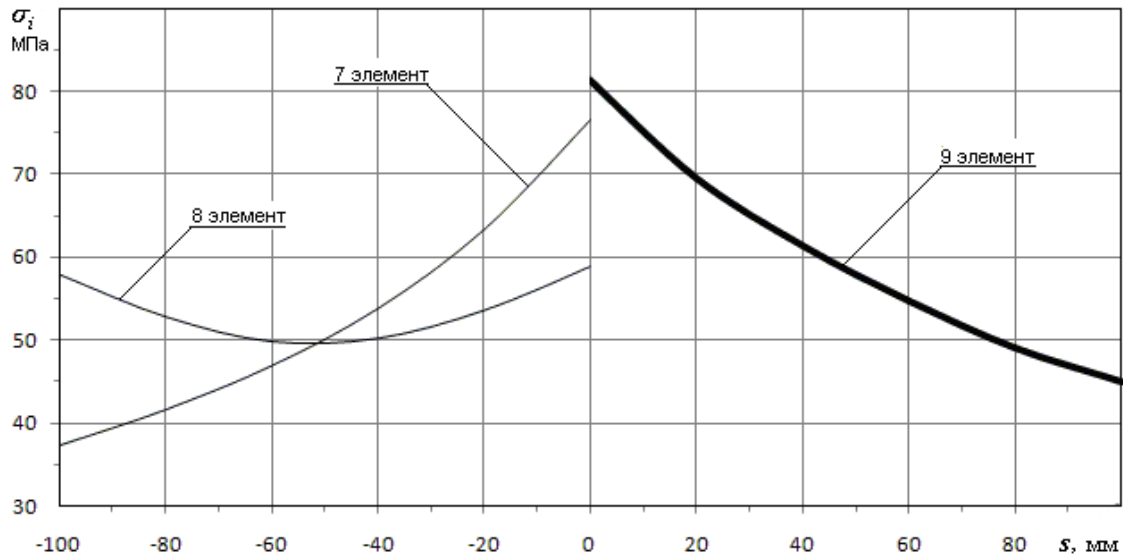


Рисунок 7. Интенсивность напряжений в оболочечных элементах 7, 8, 9

Литература

1. Бидерман В.Л. Механика тонкостенных конструкций. – М.: Машиностроение, 1977. 488 с.
2. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. 544 с.

Упругопластический расчет трубчатых элементов конструкций

д.т.н. проф. Луганцев Л.Д., Кошеев Е.С.
 Университет машиностроения
 8(499)257-16-33

Аннотация. Изложены метод и алгоритм компьютерного анализа напряженно-деформированного состояния трубчатых элементов конструкций в упругопластической стадии работы. Представлены сведения о программной реализации предложенного метода расчета. Приведен пример расчета трубчатых элементов теплообменного аппарата.

Ключевые слова: трубчатый элемент, напряженно-деформированное состояние, упругопластический расчет, компьютерный анализ.

Трубчатые элементы широко применяются в химическом и нефтегазовом оборудовании: кожухотрубчатые теплообменные аппараты (рисунок 1), реакционные трубы печей и т.д. Повышенные термомеханические воздействия, связанные с форсированными режимами эксплуатации, вызывают в ряде случаев упругопластическое деформирование элементов конструкций. В таких условиях традиционные методы расчетов на прочность оказываются недостаточными. Для обоснованной оценки несущей способности конструкций необходимы