

О причине возникновения самопроизвольных колебаний.

к.т.н. Выскребцов В.Г.

Университет машиностроения

8(495) 223-05-23, доб. 1318, tm@mami.ru

Аннотация. Рассматривается причина возникновения колебаний или вибраций при различных механических явлениях и процессах: трении двух тел, движении тел в жидкостях и газах при условии установившегося движения (при сохранении средней скорости движения). Показано, что эта задача может быть решена с помощью курса теории так называемых обыкновенных (с одной независимой переменной) уравнений, читаемого во ВТУЗах.

Ключевые слова: сила трения, зависимость силы трения от скорости скольжения одного тела по другому, установившееся движение, автоколебания, линейные дифференциальные уравнения, бурение скважин, гашение автоколебаний.

Самопроизвольное возникновение колебаний сопровождается самыми казальными явлениями. Начинают колебаться твёрдые тела при взаимном скольжении друг относительно друга, например струны скрипок и других аналогичных музыкальных инструментов при постоянной скорости смычка, скрипят петли дверей, скрипят тормоза автомобилей и т.д. Но колебания имеют место не только при контакте твёрдых тел, но и при движении тел в жидкостях и газах.

Например, вот как описываются подобные явления в одном из курсов механики жидкости: «... колебания цилиндра в потоке постоянной скорости, происходящие за счёт внутренних явлений в пограничном слое на поверхности цилиндра, относятся к числу автоколебаний. Их можно наблюдать на всевозможных плохо обтекаемых телах. Возникая в жидкости, эти периодические процессы вызывают вибрации тел, погруженных в жидкость. Известны автоколебания фабричных труб и высотных зданий во время ветра, причём частота этих колебаний не связана с частотой порывов ветра, как это имело бы место при вынужденных колебаниях. Аналогичные автоколебания совершают перископ подводной лодки, трубки конденсатора паровой турбины и др.

Чешский физик Струхал ещё в последней четверти девятнадцатого века изучал колебания струн в однородном потоке воздуха (подобные вибрациям телеграфных проводов в ветреную погоду) и по высоте звука определял частоту колебаний $N = 1/T$ (где T – период колебаний). Он первый заметил, что одночленная комбинация частоты колебаний N , диаметра струны d и скорости набегающего потока V , ныне называемая числом Струхала: $Sh = N \cdot d / V$, сохраняет определённое постоянное значение, близкое к 0,2» [1, с. 420].

Особенно важное значение самопроизвольные колебания имеют в области автотехники и авиации, где автоколебания отдельных элементов конструкции приобрели даже специальные названия. Например: «Шимми - интенсивные колебания в системе управляемых колёс и передней подвески автомобиля при движении по неровной дороге или носового колеса трёхколёсного шасси самолёта при разбеге, пробеге или рулёжке. Может привести к аварии» [2]. Или: «Флаттер – сочетание изгибных и крутильных колебаний крыльев, оперения и др. элементов конструкции самолёта. При неправильном выборе конструкции может привести к разрушению самолёта» [2].

Приведём ещё пример из области процесса бурения скважин в земле при разведке и добыче нефти и газа, где автоколебания колонны бурильных труб по существу ограничивают глубину скважин и делают невозможным достижения глубин свыше двенадцати километров даже в гранитах и базальтах. Официально достигнутая глубина при бурении так называемой экспериментальной Кольской сверхглубокой скважины равна 12 262 метра, бурение было

прекращено вследствие резкого роста аварий по достижении глубин 7 – 8 км. Процесс бурения сопровождался интенсивными вибрациями колонны бурильных труб [3, 6].

Автоколебания проявляются в самых различных областях, причём в одних случаях их стараются усилить (для чего, например, смычок скрипки натирают канифолью), а в других – ослабить (для чего, например, смазывают петли дверей маслом). Далее будет изложен упрощённый математический анализ явления автоколебаний, позволяющий, несмотря на относительную простоту, уловить суть дела и, соответственно, определить пути влияния на этот процесс в различных случаях.

Сравнительно давно установлено, что при взаимном трении двух поверхностей твёрдых тел возникает сила сопротивления F , которая в первом приближении пропорциональна прижимающей друг к другу поверхности силе (так называемая сила нормального давления N) и постоянному, но зависящему от вида трущихся материалов и скорости скольжения коэффициенту (так называемому коэффициенту трения f). Количественная модель $F = N \cdot f$ (закон Амонтона, указанный им в письме во Французскую Академию наук в 1699 году, называемый иногда также законом Амонтона – Кулона, был установлен фактически на двести лет ранее Леонардом да Винчи в форме $F/N = \text{const}$) и с большим приближением соответствует действительности.

В инженерных расчётах приходится учитывать тот факт, что коэффициент трения покоя f_0 обычно заметно больше, чем в движении и поэтому применяют зависимости, учитывающие уменьшение значения коэффициента трения от скорости. Например, применительно к торможению железнодорожных вагонов формулу Боше: $f = f_0 / (1 + 0,03 V)$, где V – скорость (в м/сек). Или формулу Франке: $f = f_0 \exp(-c \cdot V)$, где c – коэффициент, различный для разных пар металлов [4].

С ростом скорости скольжения твёрдых тел обычно наблюдается сначала уменьшение, а потом увеличение величины коэффициента трения. Трение жидкостей значительно меньше, чем в контакте твёрдых тел, но характеризуется увеличением сил жидкостного трения с увеличением скорости скольжения жидких слоёв относительно друг друга. Поэтому если в контакт трущихся поверхностей подаётся смазка, то с ростом скоростей скольжения наблюдается возрастание, причём почти линейное, как коэффициента трения, так и силы трения. При чисто жидкостном трении коэффициент трения покоя обычно (для так называемых ньютоновских жидкостей) равен нулю.

На рисунке 1 приведена обобщённая зависимость коэффициента сухого трения (и, соответственно, силы трения) от скорости скольжения. Положение минимума на кривой зависит от давления и твёрдости каждого из трущихся тел: чем выше твёрдость поверхности тела, тем ближе к началу координат располагается минимум, который иногда так близок, что не регистрируется в недостаточно тщательных опытах.

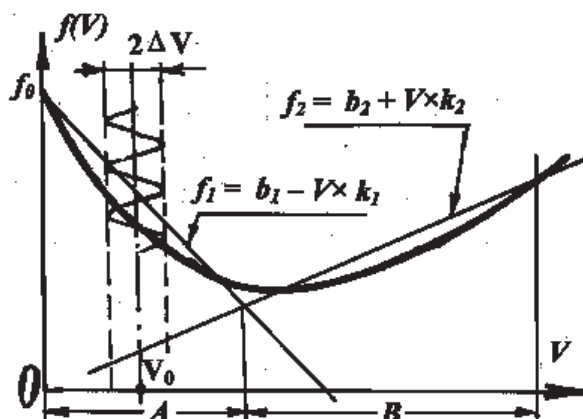


Рисунок 1. Характер зависимости коэффициента сухого трения $f(V)$ от скорости скольжения V в контакте трущихся тел: f_1 – участок понижения силы трения (и коэффициента трения). f_2 – участок повышения силы трения

Общей зависимости для коэффициента трения для разных материалов для любых трущихся пар нет. Для разных условий используют экспериментальные зависимости коэффициента трения от скорости скольжения, справедливых для конкретных условий (например, сухое трение: сталь – чугун, сталь – дерево и т.д.).

Для дальнейшего существенно, что зависимость силы трения от скорости в контакте трущихся поверхностей имеет, как правило, два участка: участок «А» уменьшения коэффициента (и, соответственно, силы) трения и участок «В» увеличения силы трения (рисунок 1).

На каждом из двух участков зависимость коэффициента трения (или силы трения) от скорости $f(V)$ может быть в первом приближении (можно представлять весь диапазон изменения скоростей и большим числом участков) представлена двумя прямыми линиями в виде: $f_1 = b_1 - V \cdot k_1$ и $f_2 = b_2 + V \cdot k_2$. Здесь b_1 ; b_2 ; k_1 ; k_2 – постоянные величины (причём существенно, что $k_1 > 0$, $k_2 > 0$), определяемые согласно экспериментальной кривой, аналогичной приведенной, например, на рисунке 1. Обычно можно считать, что b_1 равно коэффициенту трения покоя.

Пусть теперь на равномерную скорость скольжения V_0 накладывается по какой-то причине переменная составляющая скорости с амплитудой ΔV , т.е. одна из трущихся поверхностей вибрирует. Но величина амплитуды вибраций ΔV существенно меньше средней скорости скольжения V_0 , так что скорость скольжения в режиме вибрации остаётся в пределах одного из указанных выше участков (рисунок 1).

Сначала рассмотрим автоколебания, возникающие при чисто сухом трении при малых скоростях скольжения, для которых типична характеристика трения начального участка, где $f_1 = b_1 - V \cdot k_1$. Схематически представим процесс трения как трение твёрдого тела массой m , которое поджимается силой N к вращающемуся с постоянной угловой скоростью ω цилиндру радиуса R и удерживается в равновесии пружиной жёсткостью λ (рисунок 2) [3, 8, 9]. Пусть значение скорости $V_0 = \omega \cdot R$ вращения цилиндра таково, что в диапазоне колебаний коэффициент трения определяется падающей зависимостью f_1 (рисунки 1 и 2).

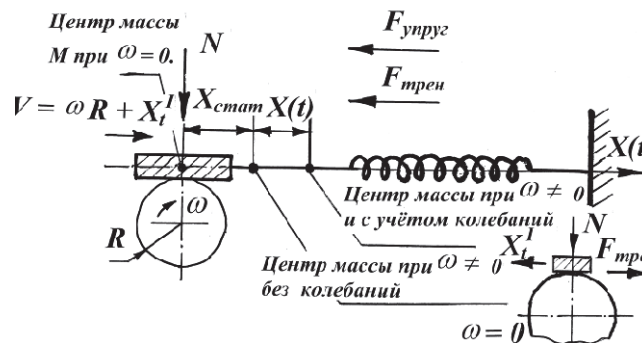


Рисунок 2. Расчётная схема развития автоколебаний: 1 – масса m , поджимаемая силой N к поверхности цилиндра радиуса R , вращающегося с постоянной скоростью ω .

Масса m удерживается в положении равновесия пружиной жёсткостью λ

Среднее значение (при отсутствии колебаний) смещения центра массы m от положения равновесия при вращении цилиндра обозначим через $X_{\text{стат}}$, а текущее, отсчитываемое от этого среднего $X_{\text{стат}}$, – через $X(t)$. Согласно уравнению Ньютона, учитывая только силы инерции, силы упругости $F_{\text{упруг}}$ пружин и силы $F_{\text{трени}}$ трения в контакте тела с цилиндром, получим следующее соотношение:

$$m \cdot X'' = F_{\text{упруг}} + F_{\text{трени}} \quad (1)$$

Здесь: X'' – вторая производная по времени t от перемещения центра массы от положения равновесия на расстояние $X(t)$. $F_{\text{упруг}} = -\lambda X(t)$, $F_{\text{трени}} = -N f_1 = -N(b_1 - k_1 V)$.

Существенно, что сила трения всегда направлена против скорости скольжения внешнего относительно поверхности тела массой m , поэтому при учёте силы трения следует считать, что она направлена в отрицательном направлении, как это показано на рисунке 2 в

предположении, что $\omega = 0$.

Кроме того, следует также учесть, что скорость скольжения V складывается из средней скорости скольжения, определяемой скоростью вращения $V_0 = R \cdot \omega$, и скорости скольжения за счёт вибраций X_I (это первая производная от $X(t)$ – величина перемещения от положения равновесия).

С учётом всего сказанного уравнение (1) можно переписать в виде:

$$m \cdot \ddot{X} = F_{\text{упруг}} + F_{\text{тр}} = -\lambda X(t) - N(b_1 - k_1 V) = -\lambda X(t) - N b + N k_1 (\omega R + \dot{X}^{(1)}).$$

Записывая это дифференциальное уравнение в каноническом виде, получим:

$$\ddot{X} - N k_1 \dot{X}^{(1)} / m + \lambda X(t) / m = N k_1 \omega R / m - N b / m \quad (2)$$

Уравнение (2) представляет собой обыкновенное (от одной неизвестной X с одной независимой переменной t) неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами. Решение этого уравнения, согласно учебнику для ВУЗов [7], имеет следующий вид:

$$X(t) = \exp(N k_1 / (2m) \cdot t) \cdot \{ C_1 \cdot \sin(D \cdot t) + C_2 \cdot \cos(D \cdot t) \} + X_0 \quad (3)$$

Здесь $\exp()$ – символ показательной функции, C_1 и C_2 – произвольные постоянные, определяемые из дополнительных условий, $D_2 = -[(N k_1 / (2m))^2 - \lambda \cdot m]$ – отрицательная при малых λ (при малых силах упругости по сравнению с силами трения) величина квадрата дискриминанта так называемого характеристического алгебраического уравнения дифференциального уравнения (3). $X_{\text{стат}} = [N(k_1 \omega R - b_1) / m]$ – величина статического смещения массы от положения равновесия без учёта колебаний (обычно $b_1 \approx f_0$).

Из вида решения (3) следует, что если вследствие случайных причин колебание возникает, то, поскольку коэффициент $N k_1 / (2m)$ больше нуля, а показательная функция, определяющая в данном случае амплитуду колебаний, $\exp(N k_2 / (2m) \cdot t)$ при положительном аргументе возрастает очень быстро, амплитуда колебаний самопроизвольно также быстро возрастает. Теоретически рост этой амплитуды не ограничен, но на практике при большой амплитуде область скоростей движения в контакте трения уже не позволяет считать зависимость линейной согласно рисунку 1. Учёт нелинейности, хотя он и возможен [8], но заметно усложняет картину, выводя её из области линейных дифференциальных уравнений, при этом не даёт качественно новых результатов.

В соответствии с полученным решением (3) можно сделать вывод, что самопроизвольные колебания (обычно в технике крайне нежелательные) не могут возникнуть в той области изменения коэффициента трения, где он возрастает при росте скорости, т.к. при этом значение аргумента экспоненциальной $\exp(-N k_2 / (2m) \cdot t)$ функции оказывается меньше нуля (т.к. согласно рисунку 1 $k_2 > 0$). На практике исключение автоколебаний при сухом трении добиваются путём смазывания трущихся поверхностей жидкостью.

Но в некоторых областях техники (например, при бурении скважин) трущиеся поверхности постоянно находятся в жидкости, и, несмотря на это, мощные автоколебания колонны бурильных труб возникают [3, 5, 6, 9]. В таких случаях, чтобы по мере сил избежать аварий, приходится либо менять скорость вращения бурового долота (что не просто, особенно для глубоких скважин), либо менять тип долота и нагрузку на него, либо даже просто прекращать бурение и переходить к бурению скважин в другом месте.

Поэтому представляет интерес определить мощность автоколебаний, которая отбирается из мощности, подводимой к рабочему органу, и преобразуется в итоге не в полезную работу разрушения горной породы, а в тепло. Рассмотрим один колебательный цикл. В течение одного цикла процесс автоколебаний можно считать установившимся. При этом, поскольку представляет интерес лишь относительное движение трущихся поверхностей, можно считать, что одна из поверхностей только вибрирует, а другая движется с постоянной скоростью V_0 .

В координатах $V(t)$ – $X(t)$ полный цикл одного колебания записывается согласно (3). По-

лагая, что за время одного колебания его амплитуда неизменна, получим, что: $X(t) = C \sin(Dt)$, где $C = \text{const}$. Графически это колебание можно описать замкнутой фигурой «1 – 2 – 3 – 4» (рисунок 3).

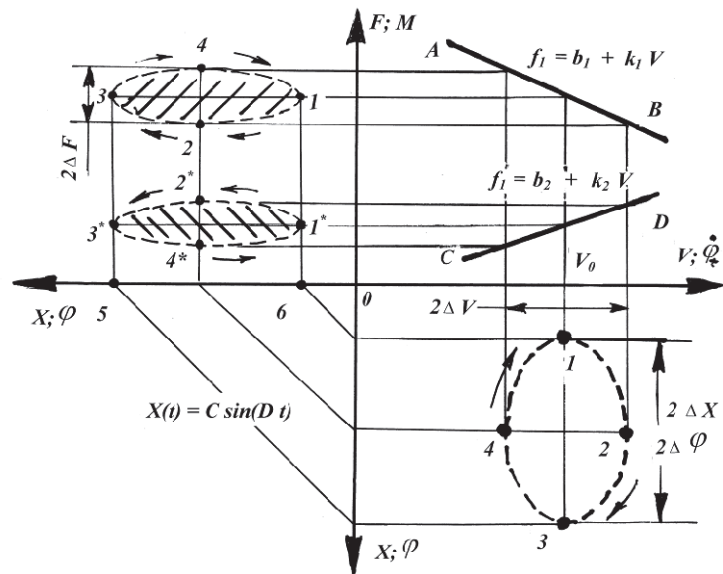


Рисунок 3. К расчёту величины поглощаемой и переводимой в тепло энергии W за один цикл колебания при автоколебательном режиме (линейном или крутильном)

Стороны этой фигуры есть верхняя и нижняя ветви синусоиды (предполагаем для простоты, что вибрации происходят по гармоническому закону и не представляют собой спектра разных частот). В координатах $V(t) - X(t)$ один полный цикл колебаний описывается замкнутой фигурой «1 – 2 – 3 – 4», обходимой по часовой стрелке, ввиду того что в одном полупериоде скорость скольжения в контакте выше средней скорости V_0 и равна $V_0 + X_t^{(1)}$, а при обратном ходе - ниже средней скорости V_0 и равна $V_0 - X_t^{(1)}$. Если зависимость между силой трения и скоростью скольжения имеет падающий вид (как это представлено на первом участке рисунок 1, а на рисунке 3 участком А – В), то в координатах «сила трения (момент трения при вращательном движении), т.е. $F_{\text{тр}} (или M_{\text{тр}})$ – расстояние (угол поворота при вращении), т.е. X или φ » один полный цикл колебаний также описывается замкнутой фигурой, также обходимой по часовой стрелке. Существенно, что площадь рассматриваемой фигуры в координатах « $F - X$ », где F – сила трения, есть работа сил трения. Площадь криволинейного четырёхугольника «1 – 6 – 5 – 3» есть работа сил трения при одном цикле перемещения тела из одного крайнего положения в другое, а площадь четырёхугольника «3 – 4 – 1 – 6 – 5» – это работа сил трения при возвратном движении. Разность площадей этих фигур определяется площадью фигуры «1 – 2 – 3 – 4» (заштрихована на рисунке 3) и представляет собой работу сил трения за один цикл колебания. Как следует из построения (рисунок 3), площадь фигуры «1 – 2 – 3 – 4», а с ней и работа сил трения положительна. Другими словами, падающий характер зависимости силы трения от скорости скольжения приводит к тому, что возникающие по любой причине колебания за каждый цикл увеличивают свою энергию и являются поэтому незатухающими.

Если же зависимость сил сопротивления от скорости носит возрастающий характер (как это представлено на рисунке 3 участком «С-Д»), то те же построения приводят к выводу, что при прямом ходе (из начального положения «1» в промежуточное положение «2» и далее) силы сопротивления больше, чем в обратном, т.е. работа сил трения в колебательном режиме в каждом цикле становится отрицательной. Энергия колебаний уменьшается за каждый цикл на площадь фигуры «1* – 2* – 3* – 4*». Колебания в этом случае затухающие. Если нет специального генератора колебаний, их не наблюдается вовсе.

Поскольку доля W энергия, на которую автоколебания увеличивают свою энергию за

цикл, равна площади фигуры «1 – 2 – 3 – 4», её можно подсчитать. Приближённо полагая участок характеристики «сила трения – скорость скольжения» линейным и используя известное выражение площади половины синусоиды, получим:

$$W = 8 \cdot (k_1 \cdot \Delta V_0) \cdot \Delta X_0 / \pi = 8 \cdot \Delta M \cdot \Delta \varphi / \pi \quad (4)$$

Здесь: ΔV_0 – амплитуда колебания скорости, ΔX_0 – линейная амплитуда колебания, ΔM – амплитуда колебания вращающего момента за цикл при рассмотрении вращательного движения, $\Delta \varphi$ – амплитуда углового колебания при рассмотрении вращательного движения.

Отметим, что предыдущий анализ позволяет обобщение, т.к. относится к довольно широкому классу явлений, в которых силы сопротивления имеют «падающие» участки. Например, помимо зависимости коэффициента сухого трения, падающую характеристику имеют резисторы с так называемым «отрицательным» сопротивлением в электрических цепях, используемые в электрических генераторах колебаний. Но в данной статье рассматриваются исключительно механические колебания. В механике возникновение самопроизвольных колебаний под действием фрикционных сил иногда называют «эффектом Ван-дер Поля» [8].

Для количественной оценки энергии механических автоколебаний можно использовать эмпирическую характеристику $F_{\text{тр}}(V)$ конкретного технического процесса. В качестве такового можно использовать, например, процесс бурения горных пород. Изучением формы так называемого «забоя скважины», а также бурением блоков различных горных пород (мрамор, гранит и т.д.) на стендах было установлено, например, что для долота марки 1В-132С (наружный диаметр 132 мм) или долота марки 4В-140С (наружный диаметр 140 мм) при скорости вращения 280 об/мин энергия, преобразуемая в энергию колебаний за один оборот долота, равна около 14 кГм. При отсутствии колебаний энергия, потребляемая долотом, равна примерно 50 кГм. Следовательно, в колебания преобразуется около 30% подводимой долоту энергии [9]. Часть этой энергии расходуется на саморазрушение долота вследствие ударов долота о поверхность забоя. Это объясняет причину того, что иногда проходка скважин совершенно прекращается вплоть до очистки поверхности забоя от металлического скрапа, состоящего из разрушенных элементов ранее использованных долот.

Но избежать самопроизвольных колебаний удаётся далеко не всегда, причём вероятность прекращения проходки и искривления бурящейся скважины возрастает с ростом глубины бурения. Так, например, бурение так называемой Кольской сверхглубокой скважины пришлось в конце концов прекратить, несмотря на многолетние попытки и огромные расходы, так как ствол скважины стал напоминать дерево, перевёрнутое вверх стволом, ввиду того что повторные забуривания основного ствола для выправления его приводили только к появлению нового ствола скважины, уклоняющегося в сторону от основного ствола.

Работы на Кольской сверхглубокой скважине (начало бурения 1970 год, в честь 100-летия со дня рождения Ленина, завершение буровых работ в 1990 году) начинались и велись в режиме полной секретности и научных публикаций по этим работам не было до 1984 года, до «перестройки». Автор статьи в 70-х годах работал в МИНХиГП им. Губкина на кафедре «Бурение» руководителем отраслевой лаборатории «Глубокое бурение». В это время большое политическое значение придавалось лозунгам типа: «Мы первые как в космосе, так и в освоении земных недр».

Впервые информация об этой деятельности в открытой печати появилась в докладе геолога академика В. Белоусова на Всемирном Геологическом Конгрессе в Москве в 1984г, на пресс-конференции которой он, в частности на вопрос о том, что самое главное показала Кольская сверхглубокая скважина, сказал: «Она показала, что мы ничего не знаем о континентальной коре». Он также признал, что чем глубже была скважина, тем меньше образцов горных пород удавалось поднять на поверхность. Фактически образцов пород с глубины более 7 – 8 км получить не удалось. Поднятый, например, с глубины 8 км ожидаемый «базальт» оказывался крошками гранита [10, 11].

Дело в том, что перед бурением Кольской сверхглубокой скважины на основании сейс-

моразведки предполагалось, что на глубине 5 км гранитный массив сменится более прочными базальтами. Однако в кернах (образцах породы) на всей глубине обнаруживались только граниты.

Ввиду важности (по тем временам) достижения больших глубин, в частности для проверки гипотезы о неорганическом происхождении нефти и горючего газа, с 1990 по 1994 год велось бурение сверхглубокой скважины в Баварии (скважина Хаунтборунг), но и на ней по достижении 7 км, несмотря на все меры, ствол пошёл вкось. Приходилось, причём неоднократно, как и на Кольской сверхглубокой, бурить новые стволы. Бесконечные аварии (в том числе с обрывом колонны бурильных труб) наконец заставили прекратить бурение на заявленной глубине 9,1 км. Достаточно много занимались глубоким бурением и в США (так называемый проект «Мохо»), но принципиально других результатов получено не было.

Наблюдаемые вибрации колонны бурильных труб и невозможность их предотвратить приводили к утверждениям, что, например, причиной колебаний являются пустоты в земной коре, в которых и начинает болтаться и вибрировать долото (буровая головка) и другие, по мнению автора, фантастические причины. Однако нигде в технической литературе нет упоминания о борьбе с автоколебаниями в глубоком бурении с помощью специальных гасителей (демпферов) автоколебаний или каким-либо иным способом. Следует отметить, что проходка скважин в СССР и за рубежом велась принципиально разными методами: если в США и Германии для вращения долота вращали всю колонну бурильных труб (так называемое роторное бурение), то в СССР для вращения долота применяли турбину, приводимую во вращение глинистым раствором, закачиваемом для выноса на поверхность разбуриваемой породы (бурением турбобуром). В последнем случае колонна бурильных труб не вращалась, что, возможно, снижало вибрации бурового инструмента и позволило получить достигнутую рекордную глубину.

Изложенное позволяет сделать вывод, что если, как говорят, «на заре развития» в автотехнике, авиации и многих других областях автоколебания представляли когда-то серьёзную проблему, но в настоящее время в этих областях с ними успешно борются и они проблем не создают, то ещё остались области техники, такие как, например, бурение скважин, где проблема автоколебаний ещё не решена, несмотря на её очевидную актуальность.

Литература

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. Издательство «Наука», М, 1973.
2. Советский энциклопедический словарь. М, «Советская энциклопедия», издание четвёртое, 1987.
3. Симонов В.В. Выскребцов В.Г. Работа шарошечных долот и их совершенствование. М, «Недра», 1975.
4. Детали машин. Сборник материалов по расчёту и конструированию. Под редакцией М.А.Саверина. М, МАШГИЗ, 1951.
5. Копылов В.Е. Вибрации в алмазном бурении. М, «Недра», 1967.
6. Тимофеев Н.С. и др. Экспериментальные исследования вибраций низа бурильной колонны в бурящейся скважине. Труды ВНИИБТ. «Техника и технология бурения», выпуск №28. М, 1971.
7. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для ВТУЗОВ. Том второй. М, «Наука», 1976.
8. Пановко Я.Г. Губанова И.И. Устойчивость и колебания упругих систем. М, «Наука», 1967.
9. Выскребцов В.Г. О причине вибраций элементов бурового инструмента. Материалы 1-й Всесоюзной конференции по динамике и прочности нефтепромыслового оборудования. Издание АЗНЕФТЕХИМа, Баку, 1974.
10. Интернет-Энциклопедия «Википедия», статья: Кольская сверхглубокая.
11. Козловский Е.А. Кольская сверхглубокая. Журнал «Наука и жизнь», М, 1985, №11.