Общий метод построения кусочно-линейной разделяющей поверхности для множеств объектов, заданных точками в пространстве признаков

д.т.н. проф. Гданский Н.И, асп. Крашенинников А.М.
Университет машиностроения, Российский государственный социальный университет
8(905)7658738, al-kp@mail.ru

Аннотация. В статье дан общий метод построения разделяющей поверхности для множеств точек-прецедентов в пространстве значений признаков, основанный на использовании гиперплоскостей, нормальных к межцентровым векторам множеств.

Ключевые слова: *разделяющая поверхность, классификация.*

Геометрическая интерпретация объектов из некоторого однотипного набора реализуется при помощи задания точек в многомерных пространств значений характеристических признаков объектов. В общем случае сложной задачей является не только построение разделяющих поверхностей для произвольных множеств точек-прецедентов, но и получение алгоритмов разделения, эффективных в вычислительном плане, т.е. не требующих больших вычислительных затрат при классификации новых точек.

Для упрощения вида получаемых условий разделения вместо обычного вектора координат точек $\bar{x}$ в пространстве признаков использованы однородные координаты вида $\bar{x}_p = (1, \bar{x})$, у которых на начальной позиции к $\bar{x}$ добавлена единица. Условие отделения для отдельной точки с однородными координатами $\bar{x}_p$ принимает вид:

$$(\bar{C}^{i}{}_{1k}, \bar{x}_p) \geq 0. \qquad (1)$$

Предложено строить разделяющие поверхности в виде совокупностей гиперплоскостей – простейших поверхностей в рассматриваемых пространствах. Поскольку в общем случае проблема построения оптимальной разделяющей плоскости является сложной переборной задачей, то для упрощения данной задачи для пары множеств точек предложено использовать гиперплоскости фиксированного вида – нормальные по отношению к межцентровому вектору множеств. Получаемая в итоге построения графо-аналитическая структура названа *нормальным классификатором (НК)*.

Для каждого отделяемого множества A_i итоговый НК содержит две основные компоненты.

1. Бинарное дерево T_i, задающее структуру множества A_i, в котором узлам nti ($1\leq nti \leq nE_i$) дерева T_i, практически соответствуют подмножества A_{ij} исходного множества A_i (в частности, корню (nti =0) соответствует все A_i), а программная модель узла может содержать 0,1 или 2 ссылки на левый и правый потомки узла. Пустые ссылка в узле дерева обозначаются значением (-1).

2. Каждому узлу nti дерева T_i, (и соответствующему подмножеству $A_{nti} \in A_i$) может соответствовать одна гиперплоскость H_{nti}, заданная множеством ее коэффициентов $\bar{C} = (C_0, C_1, \ldots, C_n)$ и описывающая геометрическое условие, проверяемое для подмножества A_{nti} для его отделения. Если узлу дерева T_i соответствует своя гиперплоскость, его назовем *разделяющим*. В противном случае - *проходным*.

В процессе построения НК двух множеств A_1 и A_2 необходимо использовать дополнительную промежуточную информацию и структуры для ее эффективного хранения и преобразования. Для подмножеств A_{nt1} и A_{nt2}, используемых при разделении обоих исходных множеств A_1 и A_2 предложено дополнительно использовать массивы координат точек, длин подмножеств, координат их центров тяжести, радиусов, а также номеров подмножеств

Фактически, в процессе построения НК$_1$ $\{nE_1, T_1, TT_1, H_1\}$ и НК$_2$$\{nE_2, T_2, TT_2, H_2\}$ используется общая структура S=$\{T, TT_1, TT_2, H_1, H_2, AS1, AS2, L1, L2, C1, C2, R1, R2, N1, N2\}$, включающая в себя общее дерево T. После завершения разделения по ней строятся искомые НК$_1$и НК$_2$.

Обозначим координаты центров тяжести классов A_1,A_2 через $\bar{C}_1$ и $\bar{C}_2$, радиусы их (расстояния от центра до максимально удаленной точки) – через R_1, R_2.

Межцентровым назван вектор $\bar{C}_{12}$, соединяющий $\bar{C}_1$ и $\bar{C}_2$: $\bar{C}_{12} = \bar{C}_2 - \bar{C}_1$. Длина вектора $\bar{C}_{12}$ (межцентровое расстояние множеств A_1,A_2) обозначена ρ_{12}. Гиперплоскости, нормальные к вектору $\bar{C}_1C_2$. Для краткости они названы *нормальными*. Уравнение нормальной плоскости имеет простой вид:

$$N_{12}(\bar{x}, C_0) = (\bar{C}_{12}, \bar{x}_1) + C_0 = 0. \quad (2)$$

Нормально разделимыми названа такая пара классов A_1,A_2, для которых существует единственная разделяющая их нормальная гиперплоскость. Условием разделения точек классов A_1 и A_2 гиперплоскостью H_{12} с вектором коэффициентов $\bar{C}$ является следующая пара неравенств:

$$H_{12}(\bar{x}_p, \bar{C}) \geq 0, \text{ если } \bar{x} \in A_1, \qquad H_{12}(\bar{x}_p, \bar{C}) < 0, \text{ если } \bar{x} \in A_2. \quad (3)$$

Для нормально разделимых классов доказаны две теоремы.

Теорема 1. Если для классов A_1,A_2, имеющих радиусы R_1, R_2, а также межцентровое расстояние ρ_{12}, выполняется условие

$$\rho_{12} \geq R_1 + R_2, \quad (4)$$

то данные классы нормально разделимы и, в частности, классификатором будет являться опорная нормальная гиперплоскость $H_{12}(\bar{x}_p, \bar{C})$, у которой свободный коэффициент C_0 принимает следующее значение:

$$\bar{P}_0 = \bar{C}_1 + \bar{C}_{12} \cdot R_1/(R_1 + R_2),\ C_0 = -(\bar{C}_{12}, \bar{P}_0) = -(\bar{C}_{12}, \bar{C}_1 + \bar{C}_{12} \cdot R_1/(R_1 + R_2)). \quad (5)$$

Теорема 1 задает простейшее по форме достаточное, но не являющееся необходимым, условие нормальной разделимости классов. Для краткости такой вариант разделимости назовем *шаровым*. Введя безразмерный параметр, названный *степенью разделимости*

$$\lambda = \rho_{12}/(R_1 + R_2),$$

условие (4) можно представить в эквивалентной форме как: $\lambda \geq 1$.

Для исследования более сложных случаев нормальной разделимости введены вспомогательные понятия. Рассмотрим плоскость $\pi(\bar{P}_0, \bar{V}_j)$, проходящую через точку $\bar{P}_0$ перпендикулярно вектору $\bar{V}_j$. *Позицией точки* $\bar{x}(a_{1i})$ из класса A_1 с центром $\bar{C}_1$ относительно плоскости $\pi(\bar{P}_0, \bar{V}_j)$ названа величина

$$p(\bar{x}(a_{1i}), \bar{C}_1, \pi(\bar{P}_0, \bar{V}_j)) =$$
$$\rho(\bar{x}(a_{1i}), \pi(\bar{P}_0, \bar{V}_j)) \cdot \mathrm{sign}(F(\bar{x}(a_{1i}), \pi(\bar{P}_0, \bar{V}_j)))\ \mathrm{sign}(F(\bar{C}_1, \pi(\bar{P}_0, \bar{V}_j))). \quad (6)$$

Позицией множества A_1 с центром $\bar{C}_1$ относительно плоскости $\pi(\bar{P}_0, \bar{V}_j)$ назовем величину $p(A_1, \pi(\bar{P}_0, \bar{V}_j)) = \min\{p(\bar{x}(a_{1i}), \bar{C}_1, \pi(\bar{P}_0, \bar{V}_j))\}$, где $a_{1i} \in A_1$.

Доказан критерий нормальной разделимости в следующей форме.

Теорема 2. Классы A_1,A_2 с межцентровым вектором $\bar{C}_{12}$ нормально разделимы тогда и только тогда, когда относительно какой-либо опорной нормальной плоскости $\pi(\bar{P}_0, \bar{C}_{12})$ для их позиций $\delta_1 = p(A_1, \pi(\bar{P}_0, \bar{C}_{12}))$, $\delta_2 = p(A_2, \pi(\bar{P}_0, \bar{C}_{12}))$ выполняется условие:

$$\delta_1 + \delta_2 \geq 0. \quad (7)$$

Поскольку полная нормальная разделимость не всегда возможна, то для обеспечения практического решения задачи разделения пары множеств произвольного вида в дополнение к полному нормальному разделению предложено использовать две дополнительные операции: 1) отсечение (частичное разделение) и 2) бинарную кластеризацию (внутреннее разделение множества).

Рассмотрим практическую реализацию отсечения. Зафиксируем некоторую опорную нормальную плоскость $\pi(\bar{P}_0, \bar{C}_{12})$ и рассмотрим крайнюю точку $\bar{x}_{2кр}$ множества A_2 (рисунок 1), в которой достигается минимум позиций всех точек A_2, т.е. позиция δ_2 всего A_2. Поскольку множества A_1 и A_2 полностью нормально не разделимы, то из множества A_1 выделим только то подмножество точек $A_{1о} \subset A_1$, которые отделяются точкой $\bar{x}_{2кр}$. По Теореме 2 для всех точек подмножества $A_{1о}$ должно выполняться условие:

$$p(\bar{x}(a_{1i}), \bar{C}_1, \pi(\bar{P}_0, \bar{V}_j)) + \delta_2 \geq 0.$$

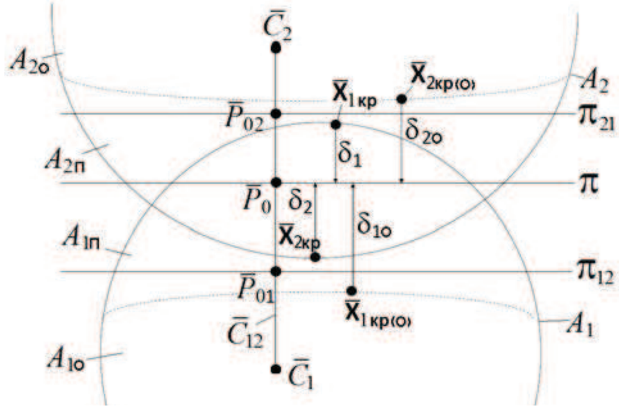

Рисунок 1

В том числе данное условие выполняется для крайней точки $\bar{x}_{1кр(о)}$ из подмножества $A_{1о}$. Ее позицию обозначим как $\delta_{1о}$. Она равна минимуму всех позиций точек из подмножества $A_{1о}$. По Теореме 2 для того, чтобы промежуток между крайними точками множеств $A_{1о}$ и A_2 был разделен пропорционально радиусам множеств, в качестве нормально разделяющей плоскости $\pi'(\bar{P}'_0, \bar{C}_{12}))$ между $A_{1о}$ и A_2 примем нормальную плоскость $\pi_{12} = N_{12}(\bar{x}, C_0)$, у которой точка пересечения $\bar{P}_{01}$ сдвинута относительно крайней точки $\bar{x}_{1кр(о)}$ подмножества $A_{1о}$ по вектору $\bar{C}_{12}$ на расстояние δ_{12} : $\delta_{12} = (\delta_{1о} + \delta_2)\, R_1/(R_1 + R_2)$.

Данную гиперплоскость назовем *отсекающей* для множества A_1, а подмножество $A_{1о}$ - *отсекаемым.* Координаты точки пересечения $\bar{P}_{01}$:

$$\bar{P}_{01} = \bar{P}_0 + (\delta_{12} - \delta_{1о}) \cdot \bar{C}_{12}/\rho_{12}\ .$$

Аналогично по крайней точке $\bar{x}_{1кр}$ множества A_1 можно рассмотреть отсекаемое подмножество точек $A_{2о} \subset A_2$, для позиций которых относительно $\pi(\bar{P}_0, \bar{C}_{12})$ выполняется условие: $\delta_1 + p(\bar{x}(a_{2i}), \bar{C}_1, \pi(\bar{P}_0, \bar{V}_j)) \geq 0$.

Затем определяем крайнюю точку $\bar{x}_{2кр(о)}$ из подмножества $A_{2о}$, ее позицию обозначим как $\delta_{2о}$ (минимум всех позиций точек из $A_{2о}$). По Теореме 2 в качестве нормально разделяющей должна быть принята нормальная плоскость π_{21}, у которой точка пересечения $\bar{P}_{02}$ сдвинута относительно крайней точки $\bar{x}_{1кр}$ множества A_1 по вектору $\bar{C}_{12}$ на расстояние δ_{21}: $\delta_{21} = (\delta_1 + \delta_{2о})\, R_1/(R_1 + R_2)$.

Координаты точки пересечения $\bar{P}_{02}$: $\bar{P}_{02} = \bar{P}_0 + (\delta_{21} - \delta_1) \cdot \bar{C}_{12}/\rho_{12}$.

Знаки коэффициентов в уравнении для плоскости π_{21} необходимо взять со знаком минус, для того, чтобы на подмножестве $A_{2о}$ оно принимало неотрицательные значения.

Плоскости π_1 и π_2 при отсутствии полной нормальной разделимости задают частичное разделение множеств A_1 и A_2.. Принимая $N_{12}(\bar{x}) = \pi_{12}$, $N_{21}(\bar{x}) = \pi_{21}$, получаем выполнение условий их частичного нормального разделения. Часть пространства, лежащая между гиперплоскостями π_{12} и π_{21}, назовем *промежуточным слоем*. В нем одновременно выполняется совокупность двух условий: $N_{12}(\bar{x}) < 0$, $N_{21}(\bar{x}) < 0$.

Обозначим совокупность элементов множества A_1, входящих в промежуточный слой, через $A_{1п}$, а набор элементов множества A_2 в промежуточном слое - через $A_{2п}$. Назовем их *промежуточными подмножествами* исходных множеств. Очевидно, для отсекаемых и промежуточных подмножеств выполняются соотношения: $A_1 = A_{1о} \cup A_{1п}$, $A_2 = A_{2о} \cup A_{2п}$. При этом исследование разделимости исходных множеств A_1 и A_2 сведено к исследованию разделимости их более простых промежуточных подмножеств $A_{1п}$ и $A_{2п}$. Обозначим числа точек в отсекаемых множествах $A_{1о}$ и $A_{2о}$ как $n_{1о}$ и $n_{2о}$. Отсечение множеств будем называть *результативным*, если выполняется условие $n_{1о}+n_{2о} > 0$.

Операция бинарной кластеризации означает такое внутреннее разделение множества точек в пространстве признаков гиперплоскостью, при котором достигается максимум условия оптимальности получаемого разбиения $\{A_1, A_2\}$, которое имеет вид:

$$\lambda\,(A_1, A_2) = \rho_{12}/(R_1 + R_2) \rightarrow \max\,(A_1, A_2). \quad (8)$$

В общем случае глобальный экстремум задачи (8) может достигаться не на единственной паре возможных подмножеств $\{A_1, A_2\}$.Точное решение задачи можно найти перебором всех возможных вариантов разбиения множества на пары непустых подмножеств A_1, A_2 и вычислением для них значения $\lambda(A_1, A_2)$. Однако расчет на вычислительных устройствах средней производительности позволяет практически решать такие задачи размерности не выше 15-18 точек. Разработаны приближенные алгоритмы, позволяющие получать решения, совпадающие либо достаточно близкие к оптимальным, но значительно сокращающие перебор за счет замены требования глобальной оптимальности на локальную [2].

Для того, чтобы общий алгоритм разделения множеств не содержал повторных фрагментов кода, в нем выделен вспомогательный алгоритм BinClast2Set функции кластеризации большего из двух множеств *A*1*T* и *A*2*T* с записью результатов во все массивы структуры S.

На основе рассмотренных выше трех базовых операций полного и частичного нормального внешнего разделения множеств и их бинарной кластеризации (внутреннего разделения), реализованного в алгоритме BinClast2Set, предложен следующий общий алгоритм разделения двух множеств.

1. Исходные данные:

– n – размерность пространства U,

– n_1,n_2,nmax – числа точек в исходных множествах A1,A2 и максимум из (n_1,n_2),

– векторы A1T[n1*n],A2T[n2*n] координат точек исходных множеств A1,A2,

– векторы координат центров тяжести текущих множеств C1N, C2N,

– радиусы текущих множеств R11;R22.

2. *Решаемые задачи.* Определение:

– общего числа nE узлов в общем дереве T,

– векторы T1[V*2],T2[V*2], задающие структуру деревьев T1,T2 множеств A1,A2,

– векторы TT1[V]; TT2[V], задающие типы узлов в деревьях T1,T2,

– итоговые массивов H1[V*(n+1)],H2[V*(n+1)] коэффициентов разделяющих гиперплоскостей для узлов деревьев T1,T2.

3. *Вспомогательная информация*:

– массивы векторов NT1[V];NT2[V],задающие номера подмножеств A1,A2, соответствующие узлам в общем дереве T,

– массивы AS1[V*nmax*n]; AS2[V*nmax*n] координат всех подмножеств из A1,A2,

– массивы длин L1[V];L2[V] подмножеств множеств A1,A2,

– массивы координат центров тяжести всех множеств C1[V*n];C2[V*n],

– массивы радиусов всех множеств R1[V];R2[V],

– V – начальная оценка возможного числа узлов общегодерева T,

– номер nt текущего узла T и текущие номера nA1, nA2 подмножеств из A1,A2.

Общий алгоритм разделения двух множеств Separate2Set.

Шаг 1. Начальные присваивания:

Шаг 1.1. Расчет вспомогательныхвеличин:

CR1=0.001*RMIN; CR5=0.5*RMIN; nmax=max(n1;n2); $V=2^{nmax}$.

Шаг 1.2. Начальные засылки в массивы NT1[0]=0;NT2 и числа подмножеств:

NT1[0]=0;NT2[0]=0;nA1=1;nA2=1.

Шаг 1.3. Начальные засылки в массивы AS1; AS2:

Помещение координат точек множества A1 в начало массива AS1;

Помещение координат точек множества A2 в начало массива AS2.

Шаг 1.4. Расчет параметров новых помножеств A21[n21], A22[n22]:

CalcParam(2,n,n21,A21,C1N,R1N); if(R1N<CR1)R1N=CR5;

CalcParam(2,n,n22,A22,C2N,R2N); if(R2N<CR1)R2N=CR5.

Шаг 1.5. Запись параметров A21[n21], A22[n22] в массивы SA2,R2,L2,C2.

Шаг 1.6. Запись пустых ссылок в узел 0 дерева T, начальных значений числа его узлов, текущего узла и ключа для перебора узлов T:

T[0]=-1;T[1]=-1; nE=1; nt=-1; keyw=true.

Шаг 2. Цикл while (keyw)по узлам дерева T.

Шаг 2.1. Проверка начала обработки:

Если (nt=-1), то {nt=0; STnA1=-1; STnA2=-1;},

иначе {если (nt<nE-1), то nt+=1;иначе{keyw=false;continue;};};

Шаг 2.2. Определение длины анализируемых подмножеств:

n1=L1[NT1[nt]]; n2=L2[NT2[nt]];

Шаг 2.3. Проверка необходимости и изъятие координат и основных параметров очередного подмножества A1[nt] :

Если (NT1[nt]!=STnA1), то {переписывание подмножества с номером NT1[nt] в массив A1T, его центра тяжести в массив C1N, радиуса - в переменную R11}.

Шаг 2.4. Проверка необходимости и изъятие координат и основных параметров очередного подмножества A2[nt] :

Если (NT2[nt]!=STnA2), то {переписывание подмножества с номером NT2[nt] в массив A2T, его центра тяжести в массив C2N, радиуса - в переменную R22}.

Шаг 2.5. Сохранение прежних номеров множеств для узлов в T:

STnA1=NT1[nt]; STnA2=NT2[nt].

Шаг 2.6. Рачет вектора C12, расстояния R12 и степени разделимости λ:

RQ=0;for(j=0;j<n;j++){Cd=C2N[j]-C1N[j];C12[j]=Cd;RQ=RQ+Cd*Cd;};

R12=sqrt(RQ); λ=R12/(R11+R22).

Шаг 2.7. Обработка вложенных множеств A1 и A2:

Если ($\lambda \leq 0.2$),то {

1) применение алгоритма BinClast2Set выборочной бинарной кластеризации для пары множеств A1T,A2T с записью результатов в массивы структуры S;

2) continue; };

Шаг 2.8. Обработка множеств с шаровой разделимостью:

1) применение алгоритма SphereSeparate к паре множеств A1T,A2T с расчетом опорной плоскости CH и ее точки пересечения P0с межцентровым вектором,

2) если ($\lambda \geq 1$),то {

a)запись векторов коэффициентовразделяющих плоскостей в массивы H1,H2,

b) TT1[nt]=true;TT2[nt]=true;

c) continue; };

Шаг 2.9. Обработка множеств с промежуточным типом разделения:

1) если ($0,2<\lambda<1$),то проверка нормальной разделимости A1T,A2T при помощи алгоритма NormSeparate с расчетом позиций PS1,PS2 их точек относительно опорной плоскости (key=NormSeparate),

2) если есть нормальная разделимость - запись ее результатов:

if(key=true){

a) Запись коэф.разделяющих плоскостей в массивы H1,H2,

b) TT1[nt]=true;TT2[nt]=true;

c) continue; };

3) если нет нормальной разделимости – попытка выполнения отсечения:

a) if(key==false), то {проверка выпронения результативного отсечения подмножеств A1T,A2T при помощи алгоритма SetCut с использованием массивов позиций PS1,PS2 (key1= SetCut),

b) если отсечение A1T,A2T результативно (key1= true), то {

- запись коэф.разделяющих плоскостей в массивы H1,H2,
- присваивание: TT1[nt]=true; TT2[nt]=true;
- формирование узлов T, соответствующих промежуточным множествам: T[nt*2+1]=nE; T[nE*2]=-1;T[nE*2+1]=-1;
- если (n1M<n1), то {NT1[nE]=nA1; Запись координат точек промежуточного множества A1M в элемент nA1 массива AS1; расчет основных параметров A1M и запись из на места nA1в массивы структуры S; nA1:= nA1+1};
- если (n1M=n1), то {NT1[nE]=NT1[nt];T[nE*2]=-2;};
- если (n2M<n2), то {NT2[nE]=nA2; Запись координат точек промежуточного множества A2M в элемент nA2 массива AS2; расчет основных параметров A2M и запись их на места nA2в массивы структуры S; nA2:= nA2+1};
- если (n2M=n2), то {NT2[nE]=NT2[nt];T[nE*2]=-3;};
- continue;

};

c) если отсечение A1T,A2T нерезультативно (key1= false), то {

- применение алгоритма BinClast2Set выборочной бинарной кластеризации для пары множеств A1T,A2T с записью результатов в массивы структуры S;
- continue;

};

};//Завершение цикла while (keyw)

Шаг 3. Формирование НК1 и НК2:

Шаг 3.1. Формирование деревьевT1 и T2 – запись в цикле по i от 0 до nE-1: {T1[2*i]= T[2*i]; T2[2*i]= T[2*i];

если (T1[2*i]=-2), то {T1[2*i]=0; T2[2*i]=-1;};

T1[2*i+1]= T[2*i+1]; T2[2*i+1]= T[2*i+1];

};

}// Завершение работы алгоритма Separate2Set.

Пример 1. Рассмотрим разделение пары множеств точек в двухмерном пространстве, показанных на рисунке 2 (n_1 = 10; n_2 = 3; A_1[10] = {(1,0;1,0), (1,0;2,0), (1,0;3,0), (2,0;1,0), (2,0;4.0), (3,0;1,0), (3,0;4,0), (4,0;1,0), (5,0;2,0), (5,0;3,0)}; A_2[3] = {(2,0;2,0), (3,0;2,0), (2,0;3,0)}). Разделение осложняется тем, что одно множество лежит внутри другого.

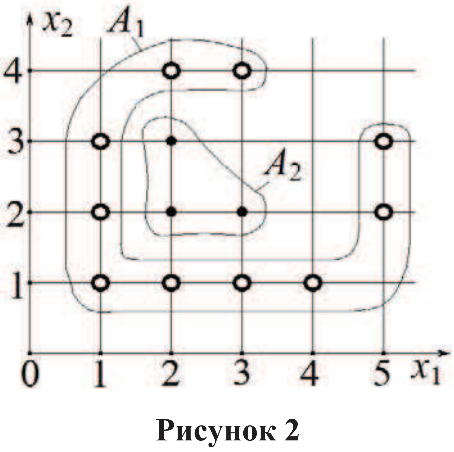

Рисунок 2

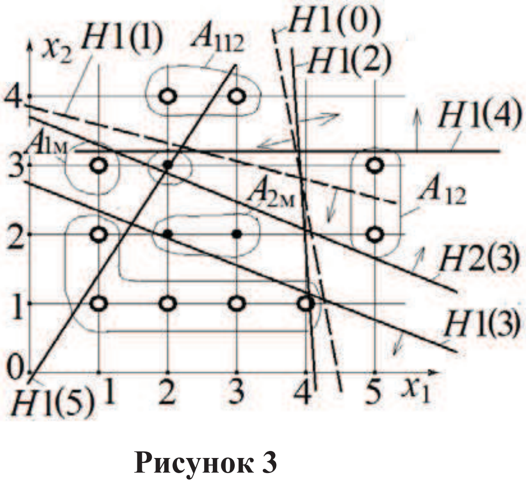

Рисунок 3

Применение вышеизложенного алгоритма дает в итоге следующие НК$_1$ и НК$_2$:

НК$_1$ $\{nE_1, T_1, TT_1, H_1\}$: nE_1=6,

nt=0;T$_1$[0;L]=1;T$_1$[0;R]=2; TT$_1$[0]=1; H$_1$[0]=(16.51; -3.75; -0.75);

nt=1; T$_1$[1;L]=3; T$_1$[1;R]=4; TT$_1$[1]=1; H$_1$[1]=(10.59; -0.75; -2.75);

nt=2; T$_1$[2;L]=-1; T$_1$[2;R]=-1; TT$_1$[2]=1; H$_1$[2]=(-10.884; 2.67; 0.17);

nt=3; T$_1$[3;L]=-1; T$_1$[3;R]=5; TT$_1$[3]=1; H$_1$[3]=(2.29;-0.33;-0.83);

nt=4; T$_1$[4;L]=-1; T$_1$[4;R]=-1; TT$_1$[4]=1; H$_1$[4]=(-6.39;-0.00;2.00);

nt=5; T$_1$[5;L]=-1; T$_1$[5;R]=-1; TT$_1$[5]=1; H$_1$[5]=(0.13; -1.50;1.00).

НК$_2$ $\{nE_2, T_2, TT_2, H_2\}$: nE_1=6,

nt=0; T$_2$[0;L]=1; T$_2$[0;R]=2; TT$_2$[0]=0; H$_2$[0] = ∅;

nt=1; T$_2$[1;L]=3; T$_2$[1;R]=4; TT$_2$[1]=0; H$_2$[1] = ∅;

nt=2; T$_2$[2;L]=-1; T$_2$[2;R]=-1; TT$_2$[2]=1; H$_2$[2] = (10.884; -2.67; -0.17);

nt=3; T$_2$[3;L]=-1; T$_2$[3;R]=5; TT$_2$[3]=1; H$_2$[3] =(-0.08;0.33; 0.83);

nt=4; T$_2$[4;L]=-1; T$_2$[4;R]=-1; TT$_2$[4]=1; H$_2$[4] = (6.39;0.00;-2.00);

nt=5; T$_2$[5;L]=-1; T$_2$[5;R]=-1; TT$_2$[5]=1; H$_2$[5] = (-0.13;1.50; -1.00).

Положение разделяющих гиперплоскостей (при n =2 – прямых) показано на рисунке 3. Стрелками дополнительно указаны положительные полуплоскости.

Построенный общий алгоритм разделения пары множеств может быть применен к решению задачи классификации произвольного числа множеств, заданных наборами своих характерных объектов - прецедентов. Данный алгоритм не требует выполнения большого числа циклов обучения и эффективно за один проход решает довольно сложные задачи разделения, аналогичные рассмотренному выше примеру.

Созданная библиотека расчетных программ практически позволяет применять разработанный метод классификации к любым множествам точек в многомерных пространствах признаков.

Литература

1. Ясницкий Л.Н. Введение в искусственный интеллект. –1-е. // Издательский центр «Академия», 2005. с. 176.
2. Гданский Н.И., Крашенинников А.М. Бинарная кластеризация объектов в многомерных пространствах признаков. Труды Социологического конгресса. РГСУ, 2012. –7 с.

Использование алгоритма суперпозиционного микроимпульсного освещения при культивировании фототрофных микроорганизмов

д.т.н. проф. Бирюков В.В., в.н.с. Макеев П.П., к.т.н. доц. Мальцевская Н.В.

Университет машиностроения

birval@rambler.ru

Аннотация. Проведён анализ источников света и режимов освещение для культивирования фототрофов. Проведены предварительные исследования по применению суперпозиционного режима освещения.

Ключевые слова: фототрофы, прерывистое освещение, энергосбережение

Большая часть используемых на практике источников энергии сопровождается выделением углекислого газа. Проблема чрезмерной концентрации CO_2 и снижения её уровня в атмосфере привлекает все больше внимания.

Для решения этой проблемы был предложен ряд методов абсорбции углекислого газа из атмосферы, часть проектов была успешно реализована, но поглощение, транспортировка и хранение CO_2 оказываются весьма затратными и подрывают всякую рентабельность данных проектов. Привлекательным выглядит метод биологического поглощения CO_2 через фотосинтез. Одним из методов утилизационного фотосинтеза для сокращения уровня CO_2 являет-