

Оригинальное исследование

DOI: <https://doi.org/10.17816/2074-0530-678804> EDN: PZKYUF

## Оптимальное проектирование трансформатора малой мощности

*В.Н. Чичерюкин*

*Московский политехнический университет, Москва, Россия*

### АННОТАЦИЯ

**Обоснование.** Трансформатор малой мощности — пожалуй, одно из самых распространённых электромагнитных устройств. Он применяется как в установках специального назначения (летательных, космических или подводных аппаратах, портативной технике и т.п.), так и в стационарных установках и устройствах бытового назначения. При этом требования, предъявляемые к трансформаторам, сильно различаются. Поэтому их оптимальное проектирование является актуальной задачей.

**Цель работы** — обоснованный выбор критерия оптимизации при проектировании трансформаторов малой мощности по минимальной массе или по минимальной цене.

**Материалы и методы.** Оптимальные значения критериев получены методами математического анализа. Если не учитывать массу и стоимость изоляционных материалов, то трансформатор состоит из двух компонентов: ферромагнитного (стального) сердечника и медных (иногда алюминиевых) обмоток. С другой стороны, из закона электромагнитной индукции следует, что произведение числа витков обмоток на площадь поперечного сечения ферромагнитного сердечника — величина постоянная, поскольку задана техническим заданием. Эти два соотношения можно использовать для получения оптимальных значений выбранных критериев. Составлены уравнения от двух переменных, решение которых позволило получить оптимальное соотношение массы ферромагнитного сердечника и массы обмоток.

**Результаты.** В результате анализа для минимальной массы трансформатора получено оптимальное соотношение массы сердечника и массы обмоток, как 1:1. Для минимальной стоимости трансформатора получено оптимальное соотношение массы сердечника и массы обмоток, которое зависит от цены на соответствующие материалы, и оно обратно пропорционально соотношению цены на материал сердечника и цены на материал обмоток.

**Заключение.** Практическая ценность исследования состоит в возможности оптимально проектировать трансформаторы малой мощности для разных случаев применения.

**Ключевые слова:** трансформатор; критерии оптимизации; минимальная масса; минимальная стоимость.

### КАК ЦИТИРОВАТЬ:

Чичерюкин В.Н. Оптимальное проектирование трансформатора малой мощности // Известия МГТУ «МАМИ». 2025. Т. 19, № 2. С. *x–y*. DOI: [10.17816/2074-0530-678804](https://doi.org/10.17816/2074-0530-678804) EDN: PZKYUF

## Optimal Design of a Low Power Transformer

*Viktor N. Chicheryukin*

*Moscow Polytechnic University, Moscow, Russia*

### ABSTRACT

**BACKGROUND:** A low power transformer is one of the most common electromagnetic devices. They are used in special installations: aircraft, space or underwater vehicles, portable equipment, etc., as well as in stationary units and household devices. At the same time, the requirements for transformers vary greatly. Therefore, their optimal design is a relevant task.

**AIM:** Justified selection of optimization criteria when designing low-power transformers with minimum weight or minimum price.

**METHODS:** The optimal values of the criteria are obtained with mathematical analysis methods. If the weight and cost of insulating materials are not considered, a transformer consists of two components: a ferromagnetic (steel) core and copper (in some cases aluminum) windings. On the other hand, according to the law of electromagnetic induction, that the product of the number of windings turns and the cross-sectional area of the ferromagnetic core is constant, since it is specified by the technical specification. These two ratios can be used to obtain optimal values for the selected criteria. Equations from two variables were compiled, the solution of which made it possible to obtain the optimal ratio of the mass of the ferromagnetic core and the mass of the windings.

**RESULTS:** As a result of the analysis, for the minimum mass of the transformer, the optimal core and windings masses ratio was obtained as 1:1. For the minimum cost of the transformer, the optimal core and windings masses ratio depends on the price of the corresponding materials, and it is inversely proportional to the core and windings materials cost ratio.

**CONCLUSION:** The practical value of the research lies in the ability to design low-power transformers optimally for various applications.

**Keywords:** transformer; optimization criteria; minimum mass; minimum cost.

### TO CITE THIS ARTICLE:

Chicheryukin VN. Optimal Design of a Low Power Transformer. *Izvestiya MGTU «MAMI»*. 2025;19(2):x–y. DOI: [10.17816/2074-0530-678804](https://doi.org/10.17816/2074-0530-678804) EDN: PZKYYF

## ВВЕДЕНИЕ

Трансформатор малой мощности — пожалуй, одно из самых распространённых электромагнитных устройств. Поэтому их оптимальное проектирование является актуальной задачей. Оптимизация любых устройств при проектировании требует формирования критериев оптимизации. В настоящее время чаще всего используется оптимизация трансформатора по минимальной массе или по минимальной стоимости. Первый вариант имеет смысл при проектировании трансформаторов для устройств специального назначения — летательных, космических или подводных аппаратов, портативной техники и т.п. Второй вариант предпочтителен для стационарных установок и устройств бытового назначения.

В качестве критерия оптимизации используется коэффициент  $\alpha$ , равный отношению массы  $M_C$  стального (ферромагнитного) сердечника к массе  $M_M$  обмоток (как правило, медных) (рис. 1):

$$\alpha = \frac{M_C}{M_M}. \quad (1)$$

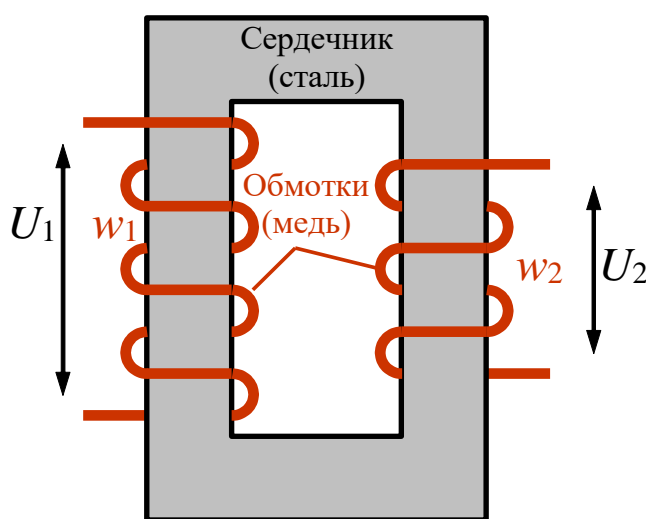


Рис. 1. Стержневой трансформатор малой мощности.

Fig. 1. Low-power core-type transformer.

В известной литературе [1, 6] рекомендуется выбирать  $\alpha = 2...3$  при проектировании на минимум массы, и  $\alpha = 4...6$  при проектировании на минимум стоимости.

Основным уравнением, описывающим работу трансформатора, является закон электромагнитной индукции, который при постоянстве числа витков  $w$  во времени  $t$  выглядит следующим образом [2]:

$$e = -w \frac{d\Phi}{dt}. \quad (2)$$

Если токи  $I$ , напряжения  $U$ , ЭДС  $e$  и магнитный поток  $\Phi$  изменяются по синусоидальному закону, то закон электромагнитной индукции примет вид [3]:

$$E = 4,44 \cdot w \cdot f \cdot \Phi_M, \quad (3)$$

где  $E$  — действующее значение ЭДС;  $f$  — частота тока;  $\Phi_M$  — амплитудное значение магнитного потока.

В соответствии со вторым законом Кирхгофа для первичной обмотки трансформатора соотношение ЭДС  $E$  и напряжений определяется уравнением [2, 3]:

$$U_1 = -E_1 + I_1 \cdot Z_1. \quad (4)$$

Здесь слагаемое  $I_1 \cdot Z_1$  — падение напряжения на первичной обмотке составляет обычно только несколько процентов от напряжения питания  $U_1$ . Таким образом, ЭДС  $E_1$  лишь немного меньше напряжения питания  $U_1$ .

Кроме того, амплитуда магнитного потока  $\Phi_M$  зависит от амплитудного значения индукции  $B_M$  и площади поперечного сечения сердечника  $S_C$ :

$$\Phi_M = B_M \cdot S_C. \quad (5)$$

В свою очередь, индукция  $B_M$  не может быть больше индукции насыщения сердечника [4], поэтому задаётся свойствами материала сердечника. Таким образом, магнитный поток  $\Phi_M$  в (3) определяет массу сердечника  $M_C$ .

Площадь поперечного сечения обмоточного провода определяется током, который задан в техническом задании. Тогда масса обмоток  $M_M$  (меди) пропорциональна числу витков  $w$  в (3). Кроме того, заданы частота  $f$  и первичное напряжение  $U_1$ , которое мало отличается от  $E_1$  [5, 7]. Принимая во внимание вышесказанное, из уравнения (3), с учётом (4) и (5), получим:

$$M_M \cdot M_C = A, \quad (6)$$

где  $A = \text{const}$  — константа для трансформатора.

### ОПТИМИЗАЦИЯ ПО МИНИМАЛЬНОЙ МАССЕ

Общая масса трансформатора (без учёта изоляционных материалов) состоит из массы сердечника и массы обмоток. В этом случае с учётом (6) получим:

$$M = M_M + M_C = M_M + \frac{A}{M_M},$$

или:

$$M = M_M + M_C = \frac{A}{M_C} + M_C.$$

Находим экстремум (минимум массы трансформатора), приравняв нулю производную. Для массы обмоток (меди):

$$M' = \left( M_M + \frac{A}{M_M} \right)' = 1 - \frac{A}{M_M^2} = 0,$$

Для массы сердечника:

$$M' = \left( M_C + \frac{A}{M_C} \right)' = 1 - \frac{A}{M_C^2} = 0.$$

Корни двух последних уравнений соответствуют минимуму массы трансформатора:

$$M_{M.MIN} = \sqrt{A}$$

и

$$M_{C.MIN} = \sqrt{A}.$$

Оптимальное значение  $\alpha$  по минимуму массы трансформатора равно:

$$\alpha_{MIN.MAS} = \frac{M_{C.MIN}}{M_{M.MIN}} = 1,$$

а минимальная масса всего трансформатора (без учёта массы изоляционных материалов) равна:

$$M_{MIN} = M_{M.MIN} + M_{C.MIN} = \sqrt{A} + \sqrt{A} = 2\sqrt{A}.$$

Тогда масса трансформатора при любом значении  $\alpha$  в относительных единицах (относительно минимальной массы трансформатора  $M_{MIN}$ ) в зависимости от  $\alpha$ :

$$\frac{M}{M_{MIN}} = \frac{M_M + \alpha \cdot M_M}{2\sqrt{A}} = \frac{M_M(1+\alpha)}{2\sqrt{M_M + \alpha \cdot M_M}} = \frac{1+\alpha}{2\sqrt{\alpha}}$$

Масса обмоток (меди) при любом значении  $\alpha$  в относительных единицах (относительно минимальной массы трансформатора  $M_{MIN}$ ) в зависимости от  $\alpha$ :

$$\frac{M_M}{M_{MIN}} = \frac{M_M}{2\sqrt{A}} = \frac{M_M}{2\sqrt{M_M \cdot \alpha \cdot M_M}} = \frac{1}{2\sqrt{\alpha}}$$

Масса сердечника (стали) при любом значении  $\alpha$  в относительных единицах (относительно минимальной массы трансформатора  $M_{MIN}$ ) в зависимости от  $\alpha$ :

$$\frac{M_C}{M_{MIN}} = \frac{\alpha \cdot M_M}{2\sqrt{A}} = \frac{\alpha \cdot M_M}{2\sqrt{M_M \cdot \alpha \cdot M_M}} = \frac{\sqrt{\alpha}}{2}$$

По этим зависимостям построены графики на рис. 2.

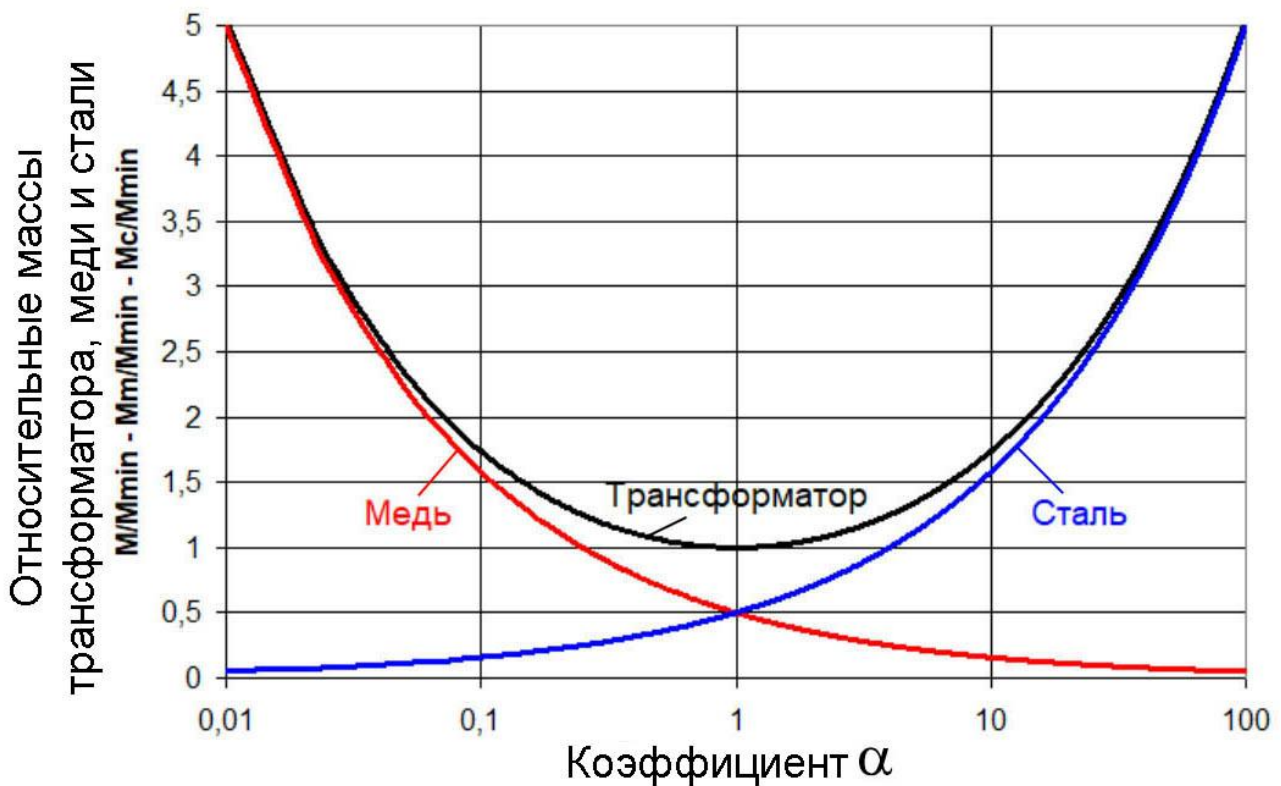


Рис. 2. Зависимости относительных масс трансформатора, обмоток (меди) и сердечника (стали) от коэффициента  $\alpha$ .

Fig. 2. Dependences of the relative masses of the transformer, windings (copper) and core (steel) on the coefficient  $\alpha$ .

Из графика по рис. 2 видно, что минимум массы трансформатор имеет при  $\alpha = 1$ .

### ОПТИМИЗАЦИЯ ПО МИНИМАЛЬНОЙ СТОИМОСТИ

Общая стоимость  $P$  и цена  $p$  за 1 кг материала (меди или стали) — величины не постоянные и изменяются во времени в зависимости от конъюнктуры рынка. Поэтому и соотношение цены за 1 кг листовой или ленточной электротехнической стали  $p_C$  и цены за 1 кг обмоточного провода из меди  $p_M$  или алюминия может со временем изменяться. Это соотношение обозначим  $\beta$ :

$$\beta = \frac{p_C}{p_M}$$

Стоимость материалов трансформатора без учёта изоляционных материалов:

$$P = M_M \cdot p_M + M_C \cdot p_C = M_M \cdot p_M + \frac{A}{M_M} p_C,$$

или:

$$P = M_M \cdot p_M + M_C \cdot p_C = \frac{A}{M_C} \cdot p_M + M_C \cdot p_C$$

Находим экстремум (минимум стоимости трансформатора). Для массы обмоток (меди):

$$P' = (M_M \cdot p_M + \frac{A}{M_M} p_C)' = p_M - \frac{A}{M_M^2} p_C = 0$$

Из последнего уравнения находим минимум

$$M_{M.MIN} = \sqrt{\frac{p_C}{p_M} A} = \sqrt{A \cdot \beta}$$

Экстремум для сердечника (стали) вычисляется из уравнения:

$$P' = (M_C \cdot p_C + \frac{A}{M_C} p_M)' = p_C - \frac{A}{M_C^2} p_M = 0 \quad (7)$$

Корень уравнения (7):

$$M_{C.MIN} = \sqrt{\frac{p_M}{p_C} A} = \sqrt{A/\beta}$$

Последнее означает, что минимум стоимости достигается при:

$$M_{C.MIN} = \sqrt{A/\beta}$$

Оптимальное значение  $\alpha$  по минимуму стоимости трансформатора:

$$\alpha_{MIN.P} = \frac{M_{C.MIN}}{M_{M.MIN}} = \frac{\sqrt{A/\beta}}{\sqrt{A \cdot \beta}} = \frac{1}{\beta}$$

Стоимость трансформатора при любом значении  $\beta$  в относительных единицах (относительно минимальной стоимости трансформатора  $P_{MIN}$ ) в зависимости от  $\alpha$  и  $\beta$ :

$$\frac{P}{P_{MIN}} = \frac{M_M \cdot p_M + \alpha \cdot M_M \cdot p_C}{p_M \sqrt{A \cdot \beta} + p_C \sqrt{A/\beta}} = \frac{1 + \alpha \cdot \beta}{2\sqrt{\alpha \cdot \beta}}$$

Стоимость материала обмоток (меди) при любом значении  $\beta$  в относительных единицах (относительно минимальной стоимости трансформатора  $P_{MIN}$ ) в зависимости от  $\alpha$  и  $\beta$ :

$$\frac{P_M}{P_{MIN}} = \frac{M_M \cdot p_M}{p_M \sqrt{A \cdot \beta} + p_C \sqrt{A/\beta}} = \frac{1}{2\sqrt{\alpha \cdot \beta}}$$

Стоимость материала сердечника (стали) при любом значении  $\beta$  в относительных единицах (относительно минимальной стоимости трансформатора  $P_{MIN}$ ) в зависимости от  $\alpha$  и  $\beta$ :

$$\frac{P_C}{P_{MIN}} = \frac{\alpha \cdot M_M \cdot p_C}{p_M \sqrt{A \cdot \beta} + p_C \sqrt{A/\beta}} = \frac{\alpha \cdot \beta}{2\sqrt{\alpha \cdot \beta}} = \frac{1}{2} \sqrt{\alpha \cdot \beta}$$

Для примера, в 2024 году электротехническая сталь марки NV23S-110 с толщиной листа 0,15...0,3 мм стоит около 130 руб/кг.

Обмоточный провод в ПЭТВ-2 с диаметром по меди 0,6 мм стоит около 2 300 руб/кг.

$$\beta = \frac{p_c}{p_m} = \frac{130}{2300} = 0,05652$$

Тогда оптимальное значение  $\alpha$  по минимуму цены трансформатора:

$$\alpha = \frac{1}{\beta} = 17,7$$

Именно по той причине, что медь дороже электротехнической стали, выбираем  $\alpha = 17,7$ , т.е. у трансформатора масса меди должна получиться в 17,7 раз меньше, чем масса стали. В этом случае получим наименьшую стоимость трансформатора. Однако следует учитывать, что при этом общая масса трансформатора увеличится в 2,1 раза (см. рис. 2). Такой вариант имеет смысл в том случае, если проектируется стационарный трансформатор, и его масса не ограничена техническим заданием.

Графики зависимостей относительных стоимостей трансформатора, обмоток (меди) и сердечника (стали) от  $\alpha$  при  $\beta = 17,7$  показаны на рис. 3.

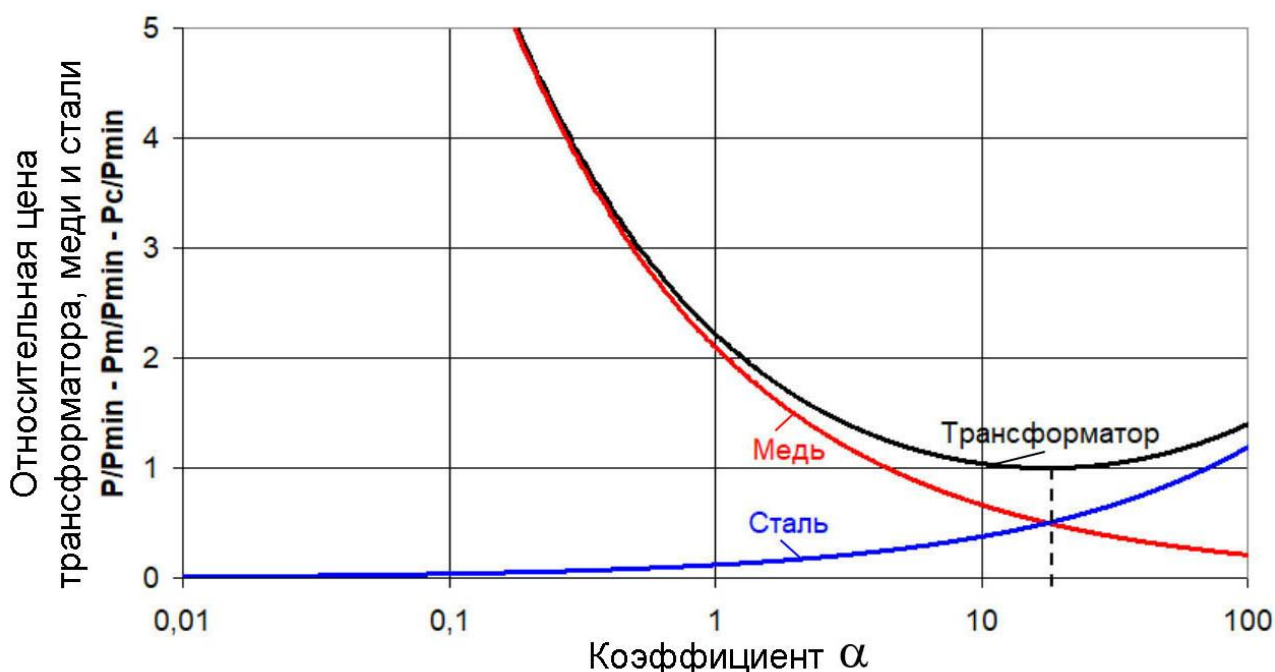


Рис. 3. Зависимости относительных стоимостей трансформатора, обмоток (меди) и сердечника (стали) от коэффициента  $\alpha$  при  $\beta = 17,7$ .

Fig. 3. Dependences of the relative costs of the transformer, windings (copper) and core (steel) on the coefficient  $\alpha$  at  $\beta = 17.7$ .

## ВЫВОДЫ

Для минимальной массы трансформатора без учёта стоимости следует выбирать  $\alpha=1$ .

Для минимальной стоимости трансформатора без учёта массы следует выбирать  $\alpha=1/\beta$ .

При увеличении  $\alpha$  от 1 до 2 масса трансформатора  $M$  увеличивается всего на 6%, а стоимость снижается на 25% (рис. 4). Из чего следует, что если мы проектируем трансформатор по минимальной массе, то можно  $\alpha$  увеличить до 2, поскольку стоимость всё же имеет важное значение практически в любом случае.

Если стоимость имеет такое же значение, как и масса, то следует выбирать  $\alpha$  от 2 до 3, поскольку здесь масса трансформатора  $M$  увеличивается уже на 9%, а стоимость снижается только на 14% (рис. 4).

При  $4 < \alpha < (1/\beta)$  масса растёт быстрее, чем снижается стоимость, и этот диапазон следует выбирать, если проектируется трансформатор по минимальной стоимости, но всё же с учётом массы в некоторой степени.

Следует отметить также, что проведённый анализ не учитывал изоляционные материалы (каркас катушек и межслойную и межобмоточную изоляцию). При заданной и неизменной технологии производства это обстоятельство не повлияет на оптимальные значения коэффициента  $\alpha$ , но при изменении технологии и цены на материалы рекомендации могут отличаться.

Результаты проведённого исследования могут быть полезными при проектировании трансформаторов малой мощности, поскольку трансформаторы большой мощности имеют существенные конструктивные отличия, при которых изоляционные материалы занимают большое пространство в окне магнитопровода.

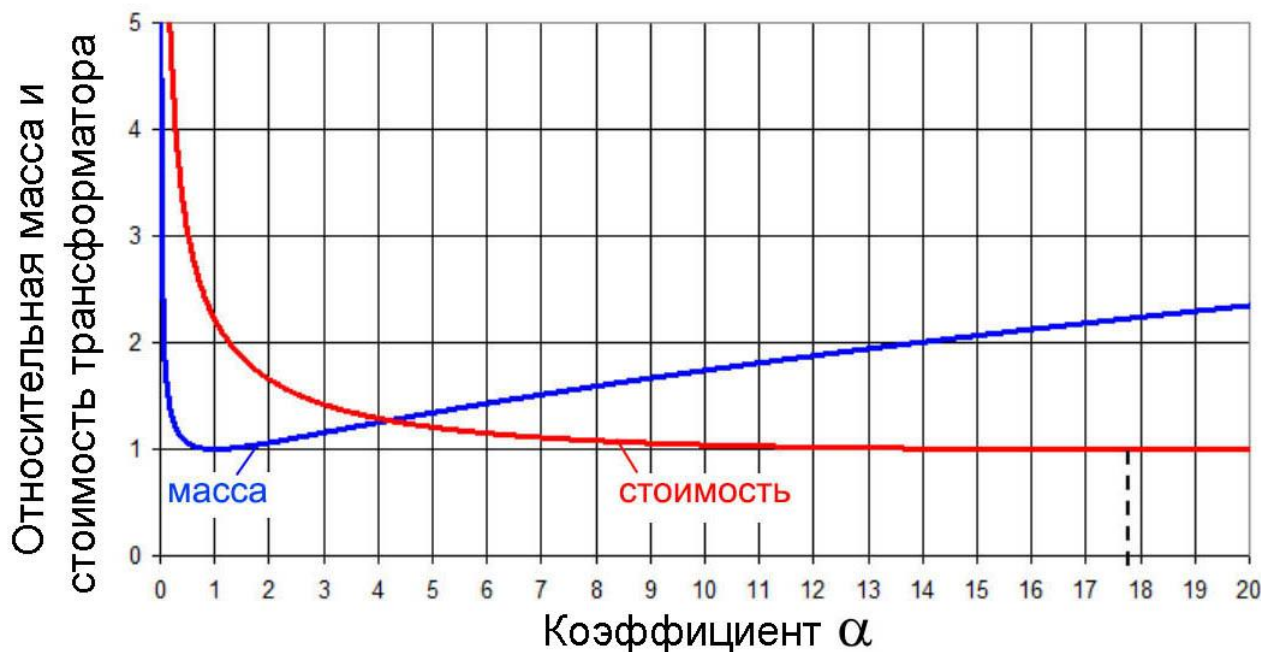


Рис. 4. Зависимости относительных массы и стоимости трансформатора от коэффициента  $\alpha$  при  $\beta=17,7$ .

Fig. 4. Dependences of the relative mass and cost of the transformer on the coefficient  $\alpha$  at  $\beta = 17.7$ .

## ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

**Вклад автора.** Автор одобрил рукопись (версию для публикации), а также согласился нести ответственность за все аспекты работы, гарантируя надлежащее рассмотрение и решение вопросов, связанных с точностью и добросовестностью любой её части.

**Этическая экспертиза.** Неприменимо.

**Источники финансирования.** Отсутствуют.

**Раскрытие интересов.** Автор заявляет об отсутствии отношений, деятельности и интересов за последние три года, связанных с третьими лицами (коммерческими и некоммерческими), интересы которых могут быть затронуты содержанием статьи.

**Оригинальность.** При создании настоящей работы автор не использовал ранее опубликованные сведения (текст, иллюстрации, данные).

**Доступ к данным.** Редакционная политика в отношении совместного использования данных к настоящей работе не применима, новые данные не собирали и не создавали.

**Генеративный искусственный интеллект.** При создании настоящей статьи технологии генеративного искусственного интеллекта не использовали.

**Рассмотрение и рецензирование.** Настоящая работа подана в журнал в инициативном порядке и рассмотрена по обычной процедуре. В рецензировании участвовали два внешних рецензента, член редакционной коллегии и научный редактор издания.

## ADDITIONAL INFORMATION

**Author contribution:** The author approved the version of the manuscript to be published and agreed to be



accountable for all aspects of the work, ensuring that issues related to the accuracy or integrity of any part of the work are appropriately investigated and resolved.

**Ethics approval:** Not applicable.

**Funding sources:** No funding.

**Disclosure of interests:** The author has no relationships, activities, or interests for the last three years related to for-profit or not-for-profit third parties whose interests may be affected by the content of the article.

**Statement of originality:** No previously obtained or published material (text, images, or data) was used in this study or article.

**Data availability statement:** The editorial policy regarding data sharing does not apply to this work as no new data was collected or created.

**Generative AI:** No generative artificial intelligence technologies were used to prepare this article.

**Provenance and peer review:** This paper was submitted unsolicited and reviewed following the standard procedure. The peer review involved two external reviewers, a member of the editorial board, and the in-house scientific editor.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ | REFERENCES

1. Ermolin NP. *Calculation of low-power transformers*. Leningrad: Energiya; 1969. (In Russ.)
2. Bessonov LA. *Theoretical foundations of electrical engineering*. Moscow: Vysshaya shkola Publ.; 1986. (In Russ.)
3. Kopylov IP. *Electric machines*. Moscow: Energoatomizdat; 1986. (In Russ.)
4. Chicheryukin VN. *Electromechanical systems: An educational and methodical manual*. Moscow: MSIU; 2009. (In Russ.)
5. Ivanov-Smolensky AV. *Electric machines: textbook for universities*. In 2 vols. Moscow: MPEI; 2006;3. (In Russ.)
6. Serebryakov A.S. *Transformers*. Moscow: Izdatelskiy dom MEI; 2013. (In Russ.)
7. Sotnikov V.V. *Electrical Machines: In 2 parts. Part 1. Transformers. General Questions of Electrical Machines Theory. Induction Motors*. Belgorod: Izd-vo BGTU; 2019. (In Russ.)

## ОБ АВТОРЕ / AUTHOR'S INFO

**Чичерюкин Виктор Николаевич,**

канд. техн. наук, доцент, старший научный сотрудник,

доцент кафедры «Промышленная теплоэнергетика»;

адрес: Россия, 107023, Москва, ул. Большая Семёновская, д. 38;

ORCID: 0009-0006-9452-8819;

eLibrary SPIN: 7887-1200;

e-mail: chic-kin@mail.ru

**Viktor N. Chicheryukin,**

Cand. Sci. (Engineering), Assistant Professor, Senior Research Associate,

Assistant Professor of the Heat Power Engineering Department;

address: 38 Bolshaya Semenovskaya st, Moscow, Russia, 107023;

ORCID: 0009-0006-9452-8819;

eLibrary SPIN: 7887-1200;

e-mail: chic-kin@mail.ru