Тепловой эффект при соударении капли с высоко нагретой стенкой

д.т.н. проф. Баранов Д.А., к.ф.-м.н. Казенин Д.А., к.ф.-м.н. Скочилова Ю.Н., Трусов М.С.
Университет машиностроения
8(499)2671224, misha-paht@rambler.ru

Аннотация. В статье приведено решение задачи теплопереноса к капле, соударяющейся с высоко нагретой стенкой. Аналитически найдено выражение теплового эффекта единичного взаимодействия соударяющейся со стенкой капли. Проблема важна при расчете процессов охлаждения в криогенной технике, теплосъема в атомной энергетике и процессов закаливания при металлообработке.

Ключевые слова: *число Вебера, температура Лейденфроста, толщина паровой пленки, капля, центр масс капли, капиллярное давление на ободе капли, тепловой эффект единичного взаимодействия соударяющейся со стенкой капли.*

Введение

В данной работе использовались экспериментальные данные работы [1]. При числах Вебера меньше 80 капля испытывает почти упругий отскок, не дробится, несмотря на значительные деформации. Этот эффект возникает ввиду невозможности непосредственного контакта жидкости со стенкой, нагретой выше температуры Лейденфроста. Их взаимодействие осуществляется через разделяющую каплю и стенку паровую пленку, в которой вследствие интенсивного испарения с поверхности капли поддерживается избыточное давление, регулируемое течением пара в пленке.

Постановка задачи

Одной из важнейших величин в нашей задаче является толщина паровой пленки, которая разделяет каплю и стенку. Толщина паровой пленки h существенно меньше радиуса сфероида R, в который превращается деформированная капля. Приближенно моделируя сфероид диском высотой ℓ, можно записать уравнение неразрывности капли (1).

Хотя толщина паровой прослойки h и радиус диска капли являются функциями времени t, течение в пленке на этапе расплющивания будем считать квазистационарным. Кроме того, будем предполагать, что h много меньше радиуса сфероида R, и h = const, а течение в пленке вязкое, ламинарное и безынерционное, а скорость его u существенно выше тангенциального течения жидкости в капле. Оно описывается уравнением движения неразрывности (2). Предполагая, что равновесная форма деформированной капли будет достигнута, когда перепад давления по радиусу капли, определяемый формулой (6) при r = 0 будет уравновешен капиллярным давлением на ободе капли, $2\delta/\ell$. Отсюда с помощью формулы (1) получаем толщину паровой пленки (17).

Исследования и результаты

Приближенно моделируя сфероид диском высотой ℓ, можно записать вследствие неразрывности капли соотношение (1),

$$\frac{\pi}{6}D^3 = \pi R^2 \ell, \tag{1}$$

где D – диаметр капли, r – радиальная координата, y – нормальная координата с начала отсчета на стенке под центром капли, μ, λ, ρ – вязкость, теплопроводность и плотность пара, L – удельная теплота испарения, ΔT =Tw-Tg, Tw – температура стенки под каплей, Tg –температура насыщения при давлении p_0 в окружающей среде.

$$\mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial p}{\partial r},\ u(r,0) = u(r,h) = 0, \tag{2}$$

$$\pi r^2 \frac{\lambda \Delta T}{\rho h L} = 2\pi \int_0^L r u dy . \quad (3)$$

Решение задачи (2) есть уравнение (4):

$$u = \frac{1}{2\mu} y(h - y) \frac{dp}{dy} . \quad (4)$$

Подставляя выражение (4) в уравнение (3) и интегрируя, имеем выражение (5):

$$\frac{dp}{dr} = r \frac{6\mu\lambda\Delta T}{h^4 \rho L} . \quad (5)$$

Учитывая, что p(R) = p_0, получаем уравнение (6):

$$\Delta p = \frac{2\mu\lambda\Delta T}{h^4 \rho L}\left(R^2 - r^2\right). \quad (6)$$

Сила давления, действующая на каплю в направлении стенки, есть (7):

$$F = 2\pi \int_0^R r \Delta p dr = \frac{3\pi}{2} \frac{\mu\lambda\Delta T}{\rho L h^4} R^4 . \quad (7)$$

Эта сила определяет ускорение центра масс капли согласно второму закону Ньютона. Она становится значительной лишь на этапе растекания капли. Действительно, существенная (нелокальная деформация капли, связанная с ее растеканием, происходит, когда разность давлений в лобовой и боковой точках капли превысит капиллярное давление). Время формирования конвективного течения в капле имеет порядок (8):

$$t = \rho W D / \Delta p , \quad (8)$$

где W – начальная скорость капли в направлении стенки, $\delta -$ поверхностное натяжение. Согласно формуле (6) перепад давления пропорционален минус четвертой степени толщины паровой пленки. Таким образом, движение капли схематически можно разделить на два повременных этапа. Приближение недеформированной капли на расстояние h к стенке и деформацию капли при h=const, при этом мы гиперболу четвертой степени приближенно заменяем барьером бесконечной высоты. Следовательно, в выражениях (6) и (7) функцией времени будет считаться лишь радиус сфероида R. Введенная согласно соотношению величина сфероида ℓ при этом также будет функцией времени. Движение центра масс капли на этапе растекания связано с изменением этой функции.

$$\tau = t\rho^{-0,5} D^{-1,5} \delta^{0.5} ,\ \eta(\tau) = \ell / D ,\ K = \frac{\mu\lambda\Delta T D^3}{\rho L \delta h^4} . \quad (9)$$

Используя (9), а также (7) и (1), второй закон Ньютона можно записать в виде:

$$2\ddot{\eta} = k\eta^{-2} , \quad (10)$$

где точка обозначает дифференцирование по времени (τ). Начальные условия для этого уравнения запишутся как (11). Записывая условие τ^* как момент максимальной деформации капли, которое может послужить для определения величин η^*, τ^*. Уравнение (10) яляется нелинейным уравнением Эмдена-Фаулера [2] с известным точным решением. Однако для дальнейшего удобно не выписывать это решение, а понизить порядок рассматриваемого уравнения, производя замену переменной:

$$\eta(0) = 1,\ \dot{\eta}(0) = -(W) , \quad (11)$$

$$\eta(\tau^*) = \eta^*, \dot{\eta}(\tau^*) = 0\,, \tag{12}$$

$$\xi = \dot{\eta}(\tau)\,. \tag{13}$$

При этом, считая ζ функцией η, получим для $\zeta(\eta)$ следующее нелинейное уравнение первого порядка (14). Решение его с учетом (11) есть (15):

$$\xi \frac{d\varsigma}{d\eta} = \frac{k}{2\eta^2}\,, \tag{14}$$

$$\zeta = \tfrac{d\eta}{d\tau} = -\sqrt{W + k - \tfrac{k}{\eta}}\,. \tag{15}$$

Знак минус обусловлен тем, что l, а следовательно и δ, при расплющивании капли убывает. Из соотношений (12) и (15) получаем:

$$\eta^* = k(W + k)^{-1} \tag{16}$$

$$h = \left(\frac{\mu\lambda\Delta T D^3}{4\rho L\delta} \right)^{0,25}. \tag{17}$$

Величина k определяется по формуле (9), если известно h. Сопоставляя (9) и (17), получим k=4. Заметим, несмотря на грубость использованных предположений, формула (17) даёт хорошее совпадение с экспериментальными данными работы [1] ($h \approx 60$ мкм). Предполагая упругость отскока и симметричность во времени функции $R(\tau)$, можно оценить тепловой эффект единичного взаимодействия соударяющейся со стенкой капли (18):

$$Q = 2\lambda \frac{\Delta T}{h} \int_0^{T^*} \pi R^2(\tau) d\tau\,. \tag{18}$$

Переходя с помощью (15) к интегрированию по η, а также используя с помощью (1) связь R^2 с l, получаем, интегрируя и используя формулы (16, 19):

$$Q = \lambda \frac{\Delta T}{h} \frac{\pi D^2}{6} \sqrt{\rho \frac{4D^3}{6(W+4)}} \ln \frac{1+\sqrt{1-4(W+4)}}{1-\sqrt{1-4(W+4)}}\,. \tag{19}$$

Выводы

Формула (19) является выведенным аналитическим выражением для оценки теплового эффекта единичного взаимодействия соударяющейся со стенкой капли. Применяя формулу (17), удалось вычислить толщину паровой пленки (h), и сверить ее с экспериментальными данными работы [1]. В нашем случае h = 60 мкм, что хорошо согласуется с данными работы [1] .

Работа выполнена в рамках выполнения государственного задания высшим учебным заведениям в части проведения научно-исследовательских работ, проект № 7.5903.2011 по теме: «Разработка систем энергоэффективного управления процессами биосинтеза».

Литература

1. Wachters L. H.J., Westerling N.A. Y. Cem. Eng. Sci., 1966, vo1.21, №11
2. Зайцев В.Ф., Полянин А.Д. Справочник по нелинейным обыкновенным дифференциальным уравнениям М.: Факториал. 1997. 512 с.