шеным продуктом, как например выделяемым дрожжами Phaffia rhodozyma (они же – Xanthophyllomyces dendrorhous) каратиноидом астаксантином, который характеризуется насыщенным красным цветом, – целесообразно дополнить схему ещё одним фотоэлементом, снабжённым цветным светофильтром, пропускающим только свет с частотой, соответствующей продукту. В результате представляется возможным оценивать как концентрацию продукта, так и клеток продуцента в режиме on-line. Разумеется, погрешность такого измерения существенно выше, чем у лабораторного анализа, но с учётом его корректировок может быть полезным инструментом.

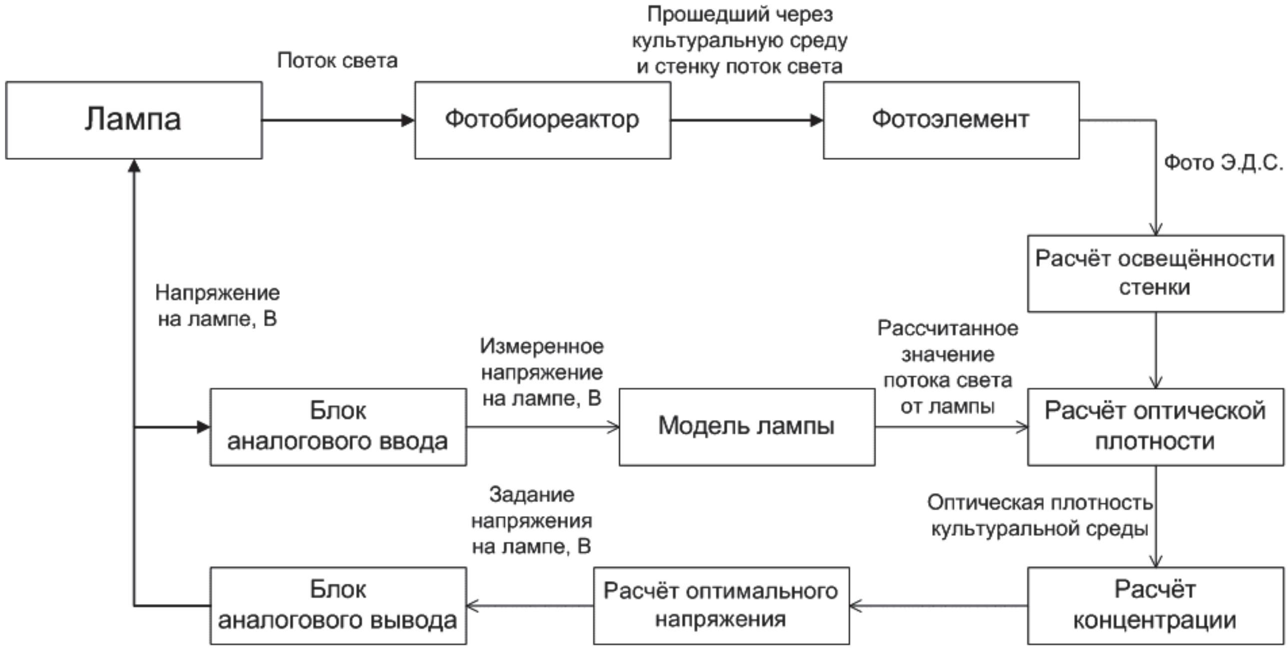

Рисунок 4. Схема управления освещённостью в лабораторном фотобиореакторе

Работа выполнена в рамках выполнения государственного задания высшим учебным заведениям в части проведения научно-исследовательских работ, проект № 7.6102.2011 по теме: «Разработка систем энергоэффективного управления процессами биосинтеза».

Литература

1. Захаров З.В., Герман Л.С., Петрищева О.А., Жарко М.Ю. Культивирование дрожжей Phaffia Rhodozyma при постоянном и периодическом освещении // Известия Московского государственного технического университета МАМИ. 2012. Т. 4. № 2.
2. Мальцевская Н.В., Бирюков В.В. Влияние преры¬вистого освещения на процесс роста фототрофного микроорганизма Chlorella Sp. // Биотехнология, 2011. № 1. с. 47.
3. Зубов Д.В., Строков С.С., Ефремов Д.А. Автоматизация лабораторного стенда для исследования процессов культивирования фотозависимых микроорганизмов // Труды XIX Всероссийской научно-методической конференции Телематика'2012, т.1, с.68-69

Моделирование системы управления с регулятором дробного порядка и исследование её устойчивости

к.т.н. доц. Зубов Д.В., аспирант Студеникин Г.И.
Университет машиностроения
zubov@msuie.ru

Аннотация. Рассмотрена возможность создания систем управления с регуляторами дробного порядка, их преимущества и возникающие при реализации слож-

ности.

Ключевые слова: *дифферинтеграл Римана — Лиувилля, устойчивость систем автоматизации.*

Задачами исследования являются:

– составление передаточной функции регулятора дробного порядка, анализ переходного процесса замкнутой системы;

– анализ устойчивости системы при помощи метода расширенных частотных характеристик;

– вычисление оптимальных настроек регулятора методом незатухающих колебаний.

Одной из актуальных проблем математического моделирования является проблема обеспечения адекватности математических моделей исследуемым объектам. Динамические системы, как объект моделирования, традиционно изучались путем использования классического математического анализа, в частности аппарата интегро-дифференциальных уравнений в обыкновенных и частных производных. Классический анализ предполагает, что интегралы и производные имеют порядки, выражаемые целыми числами.

Между тем, поведение целого ряда объектов и процессов не соответствует в полной мере используемым математическим моделям, необходимо разрабатывать и использовать уточненные модели, в том числе с использованием производной и интеграла нецелых порядков (нецелые порядки могут быть дробными, иррациональными и комплексными числами). Хотя история возникновения и развития дробного исчисления насчитывает уже более трех столетий, прикладное применение усложнялось сложностью вычислений, но при появлении компьютерных программ для математических расчетов данная проблема отпадает.

Важное место в общей теории обработки сигналов, моделировании и автоматическом управлении занимают операционные методы анализа. Преобразование Лапласа является одним из наиболее распространенных операционных методов, который позволяет анализировать динамические системы в переходном режиме. В рамках этого преобразования рассматриваются два пространства: пространство оригиналов (сигнальное пространство) и пространство изображений сигналов (изображение по Лапласу). Математической моделью переходного процесса динамической системы в первом пространстве являются интегро-дифференциальные уравнения. Во втором (преобразованном) пространстве математической моделью переходного процесса являются алгебраические уравнения.

Применения дробного исчисления в автоматическом управлении можно подразделить на две группы. Первую образуют методы математического и компьютерного моделирования систем дробного порядка, в которых проявляются свойства дробной динамики. Ко второй относятся методы использования дробного исчисления для синтеза систем управления динамическими системами как целого, так и дробного порядков, в частности, синтеза контроллеров нецелого порядка.

Математическая модель линейной динамической системы с постоянными параметрами дробного порядка в случае единственной переменной имеет вид:

$$\begin{aligned} & a_n D^{\alpha_n} y(t) + a_{n-1} D^{\alpha_{n-1}} y(t) + \cdots + a_0 D^{\alpha_0} y(t) = \\ & = b_m D^{\beta_m} x(t) + b_{m-1} D^{\beta_{m-1}} x(t) + \cdots + b_0 D^{\beta_0} x(t) \end{aligned} \qquad (1)$$

где: a_i, b_j − коэффициенты уравнения, α_i, β_j − дробные порядки дифференциальных операторов, $y(t)$ − функция выхода динамической системы (функция состояния), $x(t)$− функция входа динамической системы (функция управления). В случае нулевых начальных условий передаточная характеристика динамической системы в области преобразования по Лапласу принимает вид:

$$W(p) = \frac{b_m p^{\beta_m} + b_{m-1} p^{\beta_{m-1}} + \cdots + b_0 p^{\beta_0}}{a_n p^{\alpha_n} + a_{n-1} p^{\alpha_{n-1}} + \cdots + a_0 p^{\alpha_0}} \qquad (2)$$

Для вычисления производных и интегралов дробных порядков в системах управления широко используются различные апроксимационные зависимости, базирующиеся на классической теории дробномерных дифференциальных операторов, построенных на основании частотных методов теории автоматического управления и представляющих собой приближенную динамическую модель звена с дробномерным дифференциальным оператором. Такой подход является приближенными и не имеет строгого математического обоснования. Поэтому для вычисления производных и интегралов дробных порядков чаще используется формула Грюнвальда-Летникова [1], в соответствии с которой дробная производная $p^{\alpha}\eta_1(t)$ определяется следующим образом:

$$p^{\alpha}\eta_1(t) = \lim_{T\to 0}\frac{1}{T^{\alpha}}\sum_{i=0}^{N-1} s_i = \lim_{T\to 0}\frac{1}{T^{\alpha}}\sum_{i=0}^{N-1} D(\alpha,i)\eta_1(t-iT) =$$

$$= \lim_{T\to 0}\frac{1}{T^{\alpha}}\sum_{i=0}^{N-1}(-1)^i \frac{\Gamma(\alpha+1)}{\Gamma(i+1)\Gamma(\alpha-i+1)}\eta_1(t-iT)$$

Также может использоваться дифферинтеграл Римана — Лиувилля:

$$I^{\alpha}(f(x)) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int_a^x f(t)(x-t)^{\alpha-1}dt.$$

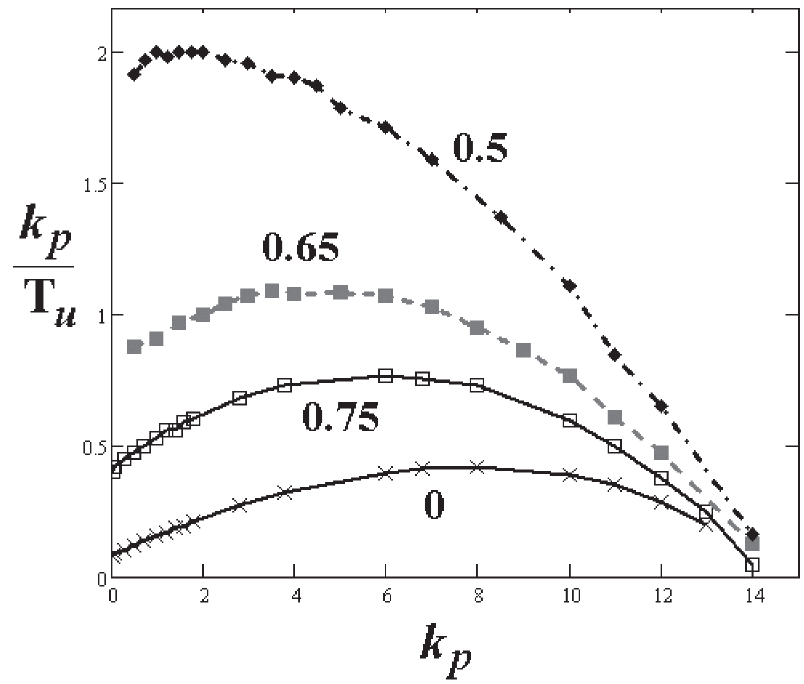

Рисунок 1. Кривые равной колебательности

В качестве объекта исследования было взято апериодическое звено первого порядка с запаздыванием, передаточная функция которого имеет вид:

$$W_o(p) = \frac{k_0 \cdot e^{-\tau p}}{T\cdot p + 1},$$

с параметрами объекта равными: $k_0 = 1.35$, $\tau = 15$, $T = 180$.

В качестве регулятора использовались: обычный ПИ-регулятор, регуляторы дробного порядка ПИ^{0,5} , ПИ^{0,65} , ПИ^{0,75} , ПИ^{0,95} с соответствующими передаточными функциями:

$$R(p) = -k_p \left(1 + \frac{1}{T_u p^{\alpha}} \right)$$

где α – дробный показатель степени (0,5; 0,65; 0,75; 0,95);

k_p – настройки пропорциональной составляющей регулятора;

T_u – настройка интегральной составляющей регулятора.

В результате численного моделирования были построены кривые равной колебательности для систем с регуляторами ПИ^{0,5} , ПИ^{0,65} , ПИ^{0,75} , ПИ^{0,95} (см. рисунок 1) и соответствующие кривые разгона (рисунок 2), найдены оптимальные настройки ПИ-регулятора для различных степеней дробной производной по модульному интегральному критерию.

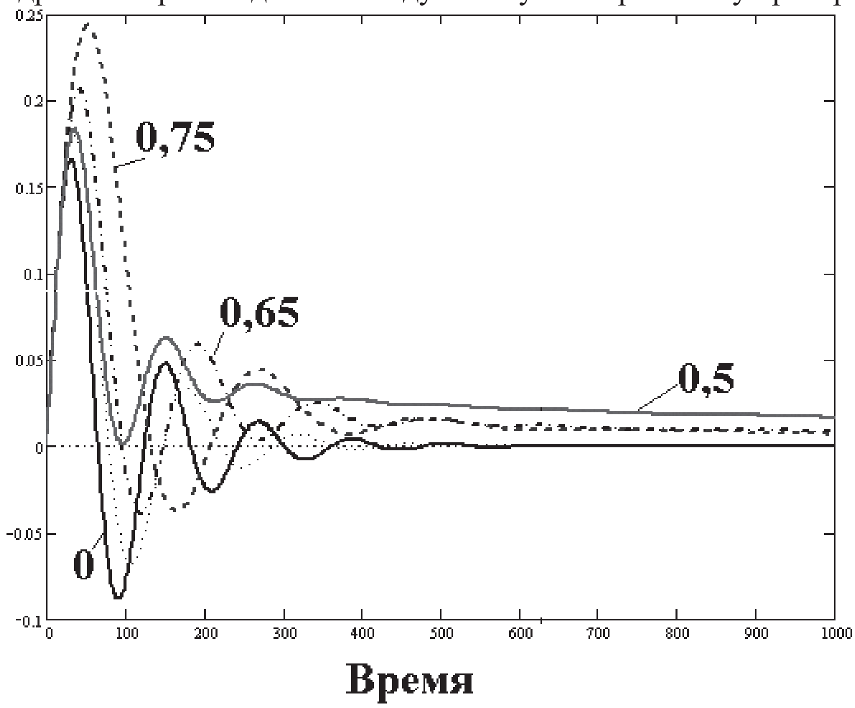

Рисунок 2. Кривые разгона

В результате получено, что при использовании ПИ-регуляторов дробного порядка с объектом целого порялка можно получить больший запас устойчивости, чем с обычным ПИ-регулятором, но при этом неизбежно появление статической ошибки.

Литература

1. ВасильевВ.В., СимакЛ.А. Дробное исчисление и аппроксимационные методы в моделировании динамических систем. -Киев, НАН Украины, 2008. — 256 с.

Изучение процессов снижения содержания азота и фосфора при биологической очистке сточных вод

к.т.н. доц. Поляков А.Н., Смирнова А.С., Щелканова О.Н., Киселева А.С.
Университет машиностроения
nauka@msuie.ru

Аннотация. Исследованы протекающие при очистке сточных вод процессы,