

Бифуркация цилиндрической оболочки при сложном докритическом деформировании по криволинейной траектории

д.т.н. проф. Охлопков Н.Л., к.т.н. доц. Соколов С.А., Черемных С.В.
ТвГТУ

8(4822) 52-63-63, stepan_1986@bk.ru

Аннотация. Рассматривается задача бифуркации тонкостенной круговой цилиндрической оболочки при сложном докритическом деформировании по криволинейной траектории постоянной кривизны в девиаторной плоскости $\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3$ А.А. Ильюшина. Учитывается сложный характер нагружения в оболочке в момент потери устойчивости.

Ключевые слова: пластичность, устойчивость, сложное нагружение, бифуркация, оболочка

Используются условия несжимаемости материала и однородности напряженного состояния в оболочке до момента потери устойчивости. Решение строится на основе теории неупругих систем В.Г. Зубчанинова [1].

При сложном докритическом деформировании задача состоит из двух частей: построение образа процесса нагружения материала и собственно решение задачи бифуркации.

Уравнения связи напряжений и деформаций как в момент потери устойчивости оболочки, так и при построении образа процесса нагружения материала принимаем в соответствии с определяющими соотношениями гипотезы компланарности, которые в скоростях принимают вид [2]

$$\dot{S}_{ij} = N\dot{\mathcal{E}}_{ij} + \left(\frac{d\sigma}{dS} - N \cos \vartheta_1 \right) \dot{S} \frac{S_{ij}}{\sigma}, \quad (i, j = 1, 2, 3), \quad (1)$$

где: $\mathcal{E}_{ij} = e_{ij}$; S_{ij} - компоненты тензора-девиатора напряжений; \mathcal{E}_{ij} - компоненты тензора-девиатора деформаций.

Здесь $\frac{d\sigma}{dS}$, N - определяющие функции пластичности, ϑ_1 - угол сближения ($\cos \vartheta_1 = \hat{\sigma} \cdot \hat{p}_1$), S - длина дуги траектории деформации. Символ с точкой наверху означает дифференцирование по обобщенному параметру времени $\frac{d}{dt} = \frac{d}{dS} \cdot \frac{dS}{dt}$.

Для определяющих функций пластичности N и $\frac{d\sigma}{dS}$ принимаем аппроксимации [1].

$$N = 2G_p + [2G - 2G_p] \left(\frac{1 - \cos \vartheta_1}{2} \right)^q, \quad (2)$$

$$\frac{d\sigma}{dS} = 2G_k - [2G + 2G_k] \left(\frac{1 - \cos \vartheta_1}{2} \right)^p,$$

где: G , G_k , G_p - модуль сдвига, касательный и секущий модули сдвига материала соответственно.

Для определения угла сближения ϑ_1 имеем:

$$\dot{\vartheta}_1 = -\frac{\sigma \sin \vartheta_1}{N} - \chi_1, \quad (3)$$

где: σ - модуль вектора напряжений, χ_1 - кривизна траектории.

Уравнения (1) и (3) имеют вид уравнений задачи Коши, которую решаем методом Рунге-Кутты. Зависимость $\sigma = \Phi(\varepsilon) = \Phi(S)$ полагаем универсальной для простого нагружения. За параметр обобщенного времени t на криволинейной траектории постоянной кривизны (рисунок 1) принимаем центральный угол α .

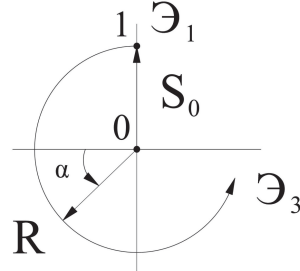


Рисунок 1. Траектории деформирования образцов из стали 45:

R – радиус дуги окружности

Таким образом, в каждой точке траектории деформаций определяем компоненты напряженного состояния и далее решаем бифуркационную задачу.

Цилиндрическую оболочку считаем «длинной», шарнирно подкрепленной по торцам. Решение задачи бифуркации сводим к решению задачи о собственных числах [1]. Основные уравнения и методика решения задачи устойчивости оболочки с учетом сложного характера нагружения в момент бифуркации изложены в [3], при этом в качестве нулевого приближения на каждом этапе нагружения оболочки используется решение при чисто пластической бифуркации, когда излом траектории не учитывается. Расчеты выполнены также на основе теории устойчивости А.А. Ильюшина, в которой используются определяющие соотношения теории квазипростых процессов [1].

Решение бифуркационной задачи позволяет для заданной комбинации полутолщины m , n изогнутого состояния вычислить критическую гибкость оболочки $i=3R/h$ в зависимости от значения модуля вектора напряжений σ в момент потери устойчивости.

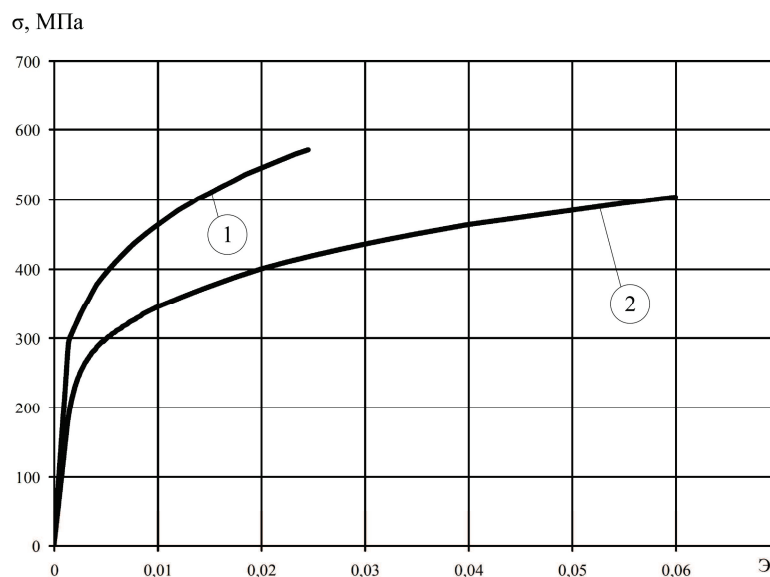


Рисунок 2. Диаграмма деформирования образцов из стали 45 при простых процессах

Расчеты сопоставлены с экспериментальными результатами, полученными на автоматизированном комплексе СМ-ЭВМ в лаборатории кафедры «Сопротивления материалов, теории упругости и пластичности» Тверского государственного технического университета [4]. Эксперименты реализованы на тонкостенных круговых цилиндрических оболочках, изготовленных из стали 45. Диаграмма деформирования материала при простом нагружении показана кривой 1 на рисунке 2.

В качестве примера рассмотрена двузвенная траектория, представляющая собой растяжение до заданного уровня R на первом звене и дальнейший переход на траекторию деформирования постоянной кривизны радиуса R (рисунок 1).

Расчеты выполнены для процесса при $R = 1.5\%$. Как показывают эксперимент и расчеты, при данных параметрах процесса потеря устойчивости оболочки реализуется на криволинейной части траектории, что не выполнялось ранее [3] на оболочках, изготовленных также из стали 45, но другой партии, имеющей существенно меньшее упрочнение (кривая 2 на рисунке 2).

На рисунке 3 представлены графики зависимости критических параметров напряжений от гибкости оболочки, построенные как огибающие кривых устойчивости, вычисленных при различных комбинациях параметров волнообразования m, n .

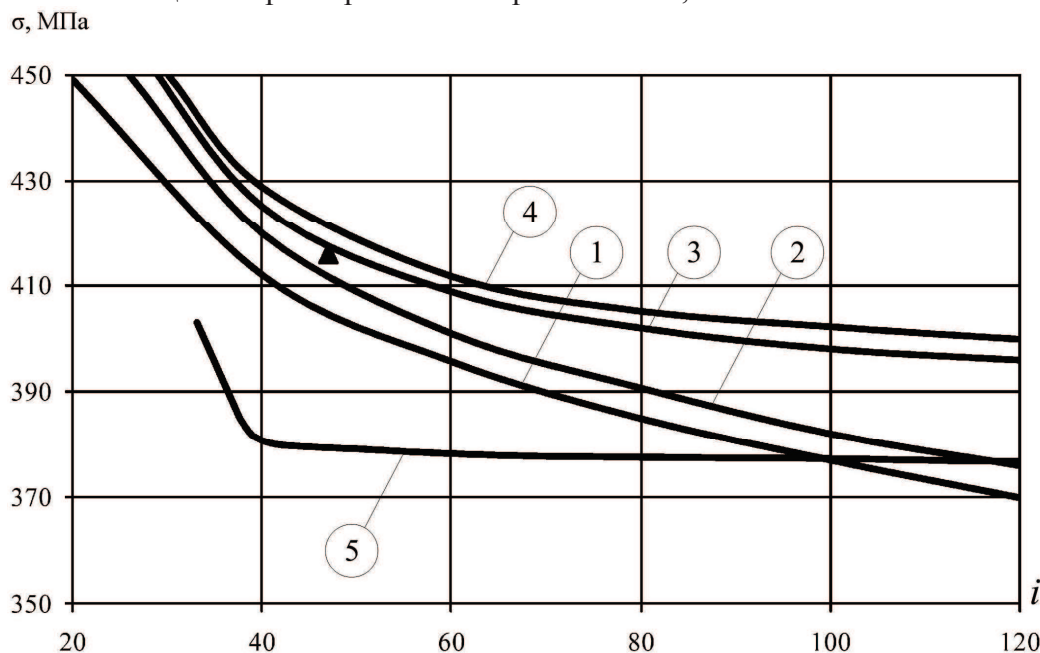


Рисунок 3. Графики наименьшей гибкости оболочки

Цифрами на рисунке обозначено: 1, 2 – расчет по теории устойчивости А.А. Ильюшина при чисто пластической бифуркации и с учетом разгрузки материала соответственно; 3- расчет с учетом сложного нагружения в момент потери устойчивости при использовании для

функции $\frac{d\sigma}{dS}$ аппроксимации (2), а для функции N соотношения $N = 2G(1 - \omega)$, где ω –

параметр пластичности; 4 - расчет с учетом сложного нагружения в момент потери устойчивости при использовании для определяющих функций пластичности аппроксимаций (2) со значениями материальных параметров, входящих в структуру аппроксимаций равными $p=q=1.0$; 5 - то же, при $p=q=0.5$. Треугольником на рисунке отмечены экспериментальные результаты.

На рисунке 4 показана траектория нагружения оболочки, соответствующая реализованной траектории деформирования. Сплошная линия отражает решение задачи построения образа процесса нагружения. Момент потери устойчивости в эксперименте и расчетный (соответствующий графику 4 на рисунке 3 для оболочки гибкости $i=45$) указан на рисунке стрелками.

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод, что определяющие соотношения гипотезы компланарности и аппроксимации определяющих функций пластичности В.Г.Зубчанинова, учитывающие изменение угла сближения в процессе деформирования (2), позволяют получить достоверное решение задачи бифуркации круговой цилиндрической оболочки при сложном докритическом нагружении.

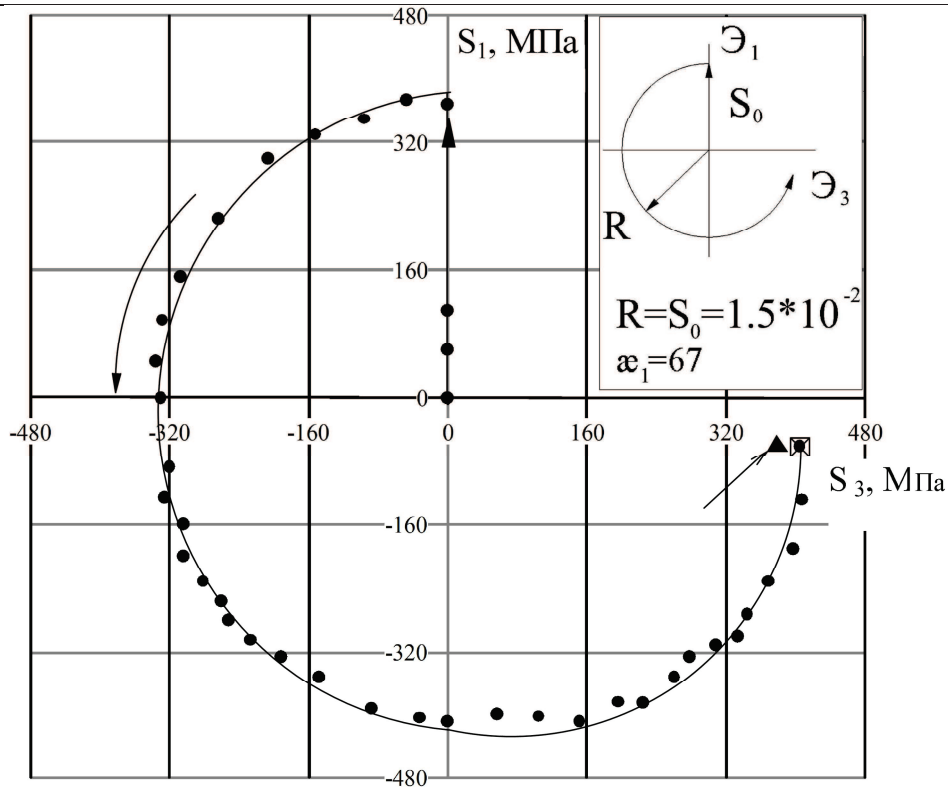


Рисунок 4. Траектория нагружения

На рассмотренных процессах реальный учет сложного характера нагружения оболочки в момент потери устойчивости позволяет уточнить решение, в сопоставлении с расчетами, например, по теории устойчивости А.А. Ильюшина. Полученные результаты в целом согласуются с выполненными ранее расчетами для траекторий сложного докритического деформирования [3, 5].

Литература

1. Зубчанинов В.Г. Устойчивость и пластичность. Т. 1. Устойчивость / В.Г. Зубчанинов. – М.: Физматлит, 2007. – 448 с.
2. Зубчанинов В.Г. Математическая теория пластичности: Монография / В.Г. Зубчанинов. – Тверь: ТГТУ, 2002. – 300 с.
3. Охлопков Н.Л. Решение задачи бифуркации цилиндрической оболочки с учетом сложного характера деформирования в момент потери устойчивости при сложном докритическом нагружении / Н.Л. Охлопков, С.А. Соколов, С.В. Черемных, М.Ю. Александров // Известия МГТУ «МАМИ» № 1 (15), т. 3, 2013.- с. 96-100.
4. Зубчанинов В.Г. Экспериментальная пластичность: Монография. Книга 1. Процессы сложного деформирования / В.Г. Зубчанинов, Н.Л. Охлопков, В.В. Гараников. – Тверь: ТГТУ, 2003. – 172 с.
5. Зубчанинов В.Г. Об устойчивости тонкостенных оболочек при сложном докритическом нагружении / В.Г. Зубчанинов, Н.Л. Охлопков // Известия вузов. Строительство. - 1997. - № 6. - с.27-34.