

- электрод-инструмент при электроэррозионной обработке. // Электрофизикохимическая обработка. Технология, оборудование, станочные системы. Сборник научных трудов под редакцией Б.Х. Мечетнера. ЭНИМС ОНТИ, М. 1987. с. 106-109.
6. Рейбах С.Ю. Повышение точности электроэррозионного вырезания за счёт совершенствования механизма перемотки электрода-проводоки. // А.р. диссертации на соискание учёной степени кандидата технических наук. М. ЭНИМС, 1988. 16 с.
  7. Naotake Mohri, Masayuki Suzuki, Nagao Saito Time dependence of electrode wear in EDM. // Proceedings ISEM-XI, Lausanne, Switzerland 1995. P. 447-454.
  8. Ivano Beltrami, Axel Bertholds, Dirk Dauw Wire-EDM precision improvement by on-line wire position control. // Proceedings ISEM-XI, Lausanne, Switzerland 1995. P. 437-445.

**Определение напряженно-деформированного состояния пластически деформируемого тела применительно к процессам полугорячего прямого выдавливания и редуцирования в конические матрицы**

к.т.н. доц. Пыжов В.В., к.т.н. доц. Шлыкова А.В.

Университет машиностроения

(495) 223-05-23, доб. 1387, [pyjov.56@mail.ru](mailto:pyjov.56@mail.ru), [av64745@comtv.ru](mailto:av64745@comtv.ru)

**Аннотация.** В статье рассматривается необходимость создания надежной методики определения силовых параметров процесса полугорячей объемной штамповки. Сформулирована постановка краевой задачи определения напряженно-деформированного состояния вязкопластически деформируемого тела применительно к процессам полугорячего выдавливания в конические матрицы и определены гипотезы, принятые при её постановке.

**Ключевые слова:** полугорячая объемная штамповка, методика, определение напряженно-деформированного состояния

**Введение**

Одним из наиболее прогрессивных методов получения штамповых заготовок является объемная штамповка выдавливанием – холодная, полугорячая, горячая.

Горячая штамповка позволяет получать штампованные заготовки большой массы, но характеризуется значительным окислением их поверхности. Холодная объемная штамповка характеризуется высоким качеством поверхности и точностью размеров, но не позволяет деформировать изделия из высокоуглеродистых, высоколегированных и труднодеформируемых сталей большой массы и с большими степенями обжатия. Полугорячая объемная штамповка позволяет получать из этих материалов заготовки по размерной точности и чистоте поверхности, близкие к холодной объемной штамповке. Предварительный подогрев (500 -750°C) перед штамповкой снижает сопротивление деформации в 3...4 раза по сравнению с холодной объемной штамповкой, повышает пластичность ввиду появления разупрочняющих процессов и снижает удельные нагрузки на инструмент. Вместе с тем широкое внедрение процессов полугорячей объемной штамповки в производство сдерживается многими факторами и в первую очередь отсутствием надежной методики определения силовых параметров процесса, особенно при многоперходной штамповке. Это обусловлено наличием зависимости сопротивления металла деформации как от степени, так и скорости деформации, необходимостью учета истории нагружения, тепловых эффектов и процессов теплообмена.

Для решения этих задач предлагается разработать экспериментально-аналитическую методику расчета показателей напряженного и деформированного состояния, базирующуюся на положениях теории ползучести и использующую механико-математическую модель вязкопластического тела.

Данная работа посвящена постановке краевой задачи определения напряженно-деформированного состояния пластически деформируемого тела применительно к процессам полугорячего прямого выдавливания и редуцирования в конические матрицы.

### Постановка краевой задачи

Постановка краевой задачи сводится к определению замкнутой системы уравнений и заданию граничных условий. Выбранная замкнутая система уравнений определяет заданную механико-математическую модель, которая характеризует идеализированное тело, механические свойства которого определяются системой исходных предположений, моделирующих реальное поведение материалов при определенных условиях нагрузки и позволяющих выразить математически определяющие уравнения.

#### 1. Система уравнений

Пусть в исследуемой области, ограниченной поверхностью  $S$  (рис.1), напряжения, скорости деформаций, деформации и температура удовлетворяют следующим уравнениям, определяющим модель реономного вязкопластического тела [1]:

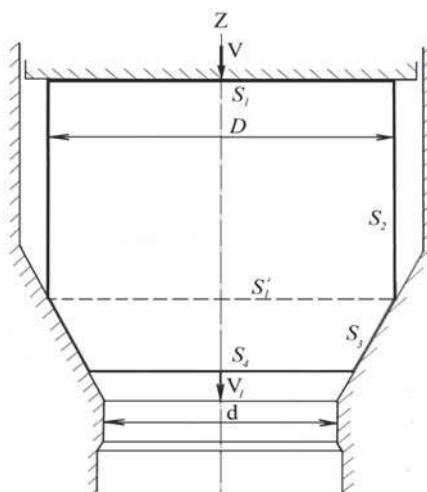
- уравнение движения сплошной среды

$$\operatorname{div} T_\sigma + \rho \cdot \vec{F} = \rho \cdot \frac{d\vec{V}}{dt}, \quad (1)$$

где:  $\operatorname{div} T_\sigma$  – действие внешних сил на выделенный объем сплошной среды,

$\rho \cdot \frac{d\vec{V}}{dt}$  - количество движения объема сплошной среды,

$\rho \vec{F}$  - внешняя массовая сила.



**Рисунок 1. Схема исследуемой области**

Уравнению (1) соответствуют скалярные уравнения:

$$\frac{d\sigma_{ij}}{dx_j} + \rho \cdot F_i = \rho \cdot \frac{dV_i}{dt}. \quad (2)$$

Девиатор напряжений пропорционален девиатору скоростей деформаций:

$$D_\sigma = 2 \cdot g \cdot D_\xi. \quad (3)$$

Интенсивность касательных напряжений:

$$T_i = \sqrt{\frac{S_{ij} \cdot S_{ij}}{2}}. \quad (4)$$

Интенсивность скоростей деформации сдвига:

$$H = \sqrt{2 \cdot \xi_{ij} \cdot \xi_{ij}}. \quad (5)$$

Среднее напряжение пропорционально относительному изменению объема:

$$\sigma_m = k \cdot \Delta. \quad (6)$$

Относительное изменение объема:

$$\Delta = \int_0^t \operatorname{div} \vec{V} dt. \quad (7)$$

Степень деформации сдвига определяется аналогичным интегрированием вдоль траектории движения частицы:

$$\Lambda = \int_0^t H dt, \quad (8)$$

механические уравнения состояния:

$$k = k(T, \Delta, \xi, \Lambda, \dots, t) \neq const, \quad (9)$$

$$g = g(T, H, \Lambda, \Delta, \dots, t) \neq const. \quad (10)$$

Зависимость  $k$  и  $g$  от времени  $t$  предполагает учет наследственных свойств материала, причем допускается, что эта зависимость может иметь сравнительно сложный характер.

Кинематические соотношения для деформаций и скоростей деформаций:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}}{2}, \quad (11)$$

$$\xi_{ij} = \frac{\frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t_i} + \frac{\partial \varepsilon_{ji}}{\partial t}}{2}, \quad (12)$$

где:  $\partial u_{ij}$  – приращение перемещений,

$\partial \varepsilon_{ij}$  – приращение деформаций.

Уравнение теплопроводности:

$$\rho \cdot c \cdot \frac{dT}{dt} = div(k \cdot grad T) + q_g''' , \quad (13)$$

где:  $T$  – температура материальной частицы выделенного объема,

$k$  – коэффициент теплопроводности,

$q_g'''$  – интенсивность внутреннего тепловыделения,

$\rho, c$  – плотность и теплоемкость сплошной среды.

## 2. Начальные и граничные условия

К начальным условиям относим распределение температур, давлений и деформаций в начальный момент времени.

Принимаем в качестве начальных условий:

- 8) равномерное распределение температур по сечению заготовки;
- 9) тело находится в покое.

Температурные граничные условия описывают тепловое взаимодействие выделенного объекта исследования с окружающей средой. На поверхностях  $S_1$  и  $S_3$  устанавливаются граничные условия четвертого рода, описывающие взаимодействие на границе контакта твердых тел. На поверхности  $S_1$  тепловыделение не происходит, тепловые потоки с обеих сторон равны, граничные условия записываются двумя соотношениями

$$q_n = \left( -k_1 \cdot \frac{\partial T_1}{\partial n} \right) = \left( -k_2 \cdot \frac{\partial T_2}{\partial n} \right); \quad q_n = \frac{T_2 - T_1}{R_{конт}}, \quad (14)$$

где:  $q_n$  – тепловой поток на поверхности;

$k_1, k_2$  – теплопроводность деформируемого материала и окружающей среды (инструмента);

$n$  – нормаль к поверхности раздела;

$R_{конт}$  – контактное термическое сопротивление.

На поверхности  $S_3$  граничные условия устанавливаются с учетом тепловых источников, наличие которых обусловлено активным трением на контакте:

$$k_1 \cdot \frac{\partial T_1}{\partial n} + k_2 \cdot \frac{\partial T_2}{\partial n} = -q_g''' , \quad (15)$$

где:  $q_g'''$  – интенсивность источников тепла.

На поверхностях  $S_2$  и  $S_4$  устанавливаются смешанные граничные условия второго и третьего рода.

Граничные условия второго рода задают плотность теплового потока в каждой точке поверхности тела как функцию времени. При охлаждении тела в результате лучистого теплообмена они записываются в следующем виде:

$$q_n = \beta \cdot c \cdot (T_1^4 - T_2^4), \quad (16)$$

где:  $\beta$  – постоянная Стефана-Больцмана;

$c$  – постоянный коэффициент, учитывающий условия теплообмена;

$T_1, T_2$  – абсолютная температура поверхности тела и среды.

Граничные условия третьего рода определяют закон конвективного теплообмена поверхности тела с окружающей средой:

$$k \cdot \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha \cdot (T_1 - T_2), \quad (17)$$

где:  $\alpha$  – коэффициент теплообмена;

$T_1, T_2$  – температура поверхности и окружающей среды соответственно.

Смешанные граничные условия второго и третьего рода на поверхностях  $S_2$  и  $S_4$  можно свести к граничным условиям третьего рода, учитывая, что соотношение (14) можно применить и для охлаждения тела лучеиспусканием. В этом случае коэффициент лучистого теплообмена запишется следующим образом:

$$\alpha_n = \varepsilon_{np} \cdot C_0 \cdot \frac{\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4}{T_1 - T_2}, \quad (18)$$

где:  $C_0$  – константа излучения;

$\varepsilon_{np}$  – приведенная степень излучения, равная:

$$\varepsilon_{np} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}, \quad (19)$$

где:  $\varepsilon_1$  – степень черноты излучающего тела;

$\varepsilon_2$  – степень черноты окружающей среды;

$T_1, T_2$  – температура поверхности и окружающей среды соответственно.

Граничные условия на поверхностях  $S_1$  и  $S_3$  предусматривают решение ещё одной задачи – анализа распределения температуры в окружающей среде. Значения теплофизических констант поверхностного теплообмена, с учетом наличия на поверхности слоя окислов и смазки, известны лишь приближенно. В этой ситуации удобнее будет свести граничные условия к граничным условиям третьего рода:

$$\frac{\partial T}{\partial n} = h \cdot (T_1 - T_2), \quad (20)$$

где:  $h$  – относительный коэффициент теплообмена, равный:

$$h = \alpha \cdot \frac{b_1 + b_2}{k_1 \cdot b_2}, \quad (21)$$

а температуру окружающей среды определяет формула:

$$T_2 = \frac{T_c \cdot b_1 + T_u \cdot b_2}{b_1 + b_2}, \quad (22)$$

где:  $T_c, T_u$  – усредненная начальная температура обрабатываемого металла и инструмента;

$b_1, b_2$  – коэффициенты тепловой активности металла и инструмента, равные

$$b_1 = \sqrt{k_1 \cdot c_1 \cdot \rho_1}; \quad b_2 = \sqrt{k_2 \cdot c_2 \cdot \rho_2}, \quad (23)$$

где:  $k_1, k_2$  – коэффициенты теплопроводности;

$c_1, c_2$  – теплоемкость;

$\rho_1, \rho_2$  – плотность среды.

Для границы  $S_3$ , с учетом выделения тепла трения между контактными поверхностями, граничные условия третьего рода запишутся в следующем виде:

$$\frac{\partial T}{\partial n} = h \cdot (T_1 - T_2'), \quad (24)$$

где:

$$T_2' = T_2 + \frac{q_g''' \cdot b_1}{h \cdot (b_1 + b_2)}, \quad (25)$$

$$h = \frac{\alpha \cdot (b_1 + b_2)}{k_1 \cdot b_2}, \quad (26)$$

где:  $q_g'''$  – интенсивность тепловых источников на границе тела.

Для фиксированного времени  $t$  рассмотрим механические граничные условия на поверхности деформируемого тела. Поверхность  $S_1'$  отделяет очаг деформации от жесткой области. На этой поверхности должно выполняться условие сопряжения – непрерывнойстыковки движения «жесткой» области с полем скоростей в области пластического течения. Предполагаем, что жесткая зона совершает поступательное движение, как абсолютно твердое тело. Для жесткой области задана скорость перемещения  $\vec{V}$  и равнодействующая внешних сил  $\vec{P}$ .

На поверхности  $S_2$  задан вектор поверхностных напряжений  $\vec{\sigma}_n$ . На контактной поверхности  $S_3$  заданы: нормальная составляющая скорости и касательная составляющая напряжений  $\vec{\tau}$ , направленная в сторону, противоположную вектору относительного скольжения частиц металла по поверхности инструмента. Закон трения на поверхности  $S_3$  примет следующий вид:

$$\vec{\tau} = \tau \cdot \vec{e}_v, \quad \vec{e}_v = -\frac{\Delta \vec{V}}{\Delta V}, \quad (27)$$

где:  $\Delta \vec{V}$  – вектор скорости скольжения на  $S_3$ .

Для  $\tau$  примем закон трения, отвечающий условию Зибеля:

$$\tau = \mu \cdot \sigma_s \quad (28)$$

На поверхности  $S_1$ :

$$\iint_{S_1} \vec{\sigma}_n \cdot dS = \vec{P}. \quad (29)$$

На поверхности  $S_4$  задана скорость перемещения  $\vec{V}_1$ .

Уравнения (1...29) определяют краевую задачу. Для её решения необходимо разработать процедуру, позволяющую для любого момента времени исследуемого интервала определить конфигурацию деформируемого тела, границы жесткой области, температурное поле, параметры напряженно-деформированного состояния и все параметры, входящие в определяющие уравнения.

Для разработки данной процедуры введем ряд гипотез, упрощающих решение поставленной задачи.

### 3. Гипотезы, принятые при постановке краевой задачи

В уравнениях движения (2) инерционными членами вследствие их небольшой величины пренебрегаем. При этом уравнения движения (2) становятся уравнениями равновесия:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho \cdot F_1 = 0. \quad (30)$$

Массовыми силами пренебрегаем. Уравнения равновесия примут следующий вид:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0. \quad (31)$$

Принимаем гипотезу об осевой симметрии, что вполне отвечает схемам прямого выдавливания и редуцирования в конические матрицы. Выбираем цилиндрическую систему координат  $r, z, \Theta$ , которая позволяет исключить из рассмотрения угловую координату  $\Theta$  и оставляет существенными только координаты  $r$  и  $z$ . При этом все уравнения и формулы, дающие решения, будут инвариантны относительно поворотов на любой угол вокруг оси  $z$ .

Принимаем гипотезу о неизменности плотности деформируемой среды, т.е.

$$\rho = const, \frac{d\rho}{dt} = 0. \quad (32)$$

При этом уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \cdot \operatorname{div} \vec{V} = 0. \quad (31)$$

превращается в условие:

$$V_{ii} = 0, \quad (32)$$

которое называют условием несжимаемости или постоянства объема. Левая часть формулы (32) - это скорость относительного изменения объема. Для осесимметричной задачи в цилиндрической системе координат условие несжимаемости можно записать в следующем виде:

$$\varepsilon_i^i = \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{zz} + \varepsilon_{\Theta\Theta} = 0, \quad (33)$$

$$\xi_i^i = \xi_{rr} + \xi_{zz} + \xi_{\Theta\Theta} = 0, \quad (34)$$

где:  $\varepsilon_i^i$  - относительное изменение объема;

$\xi_i^i$  - скорость относительного изменения объема.

Предполагаем, что деформируемая среда изотропна. Упругими деформациями пренебрегаем.

### Выводы

В данной работе сформулирована постановка краевой задачи определения напряженно-деформированного состояния вязкопластически деформируемого тела применительно к процессам полугорячего выдавливания в конические матрицы и определены гипотезы, принятые при её постановке.

Для решения поставленной краевой задачи необходимо разработать процедуру, позволяющую определить в области течения функции  $\varepsilon_{ij}, \xi_{ij}, \sigma_{ij}, \dots$ , удовлетворяющие граничным условиям и обращающие уравнения (1...29) в тождества по независимым переменным  $x_i$ .

С этой целью предлагается:

- 1) создать экспериментально-аналитическую методику расчета показателей напряженного и деформированного состояния, базирующуюся на положениях теории наследственности и использующую модель вязкопластического тела;
- 2) разработать экспериментальные методы определения пластических характеристик металла при различных температурных условиях нагружения;
- 3) провести экспериментально-аналитическое исследование зависимости напряженно-деформированного состояния от температурно-скоростных параметров процесса прямого полугорячего выдавливания через конические матрицы;
- 4) разработать и реализовать алгоритм для численной реализации данной методики на компьютере;
- 5) провести экспериментальную проверку достоверности методики.

**Литература**

- Гун Г.Я. Теоретические основы обработки металлов давлением: Теория пластиичности. / Под редакцией П.И. Полухина. - М.: Металлургия, 1980. 456 с.
- Головин В.А., Брылеев В.Н., Пыжов В.В. Повышение технологической деформируемости заготовок при холодной и полугорячей объемной штамповке. / Разработка и совершенствование ресурсосберегающих технологических процессов производства заготовок и деталей. М.: МАМИ, 1987. с. 12 – 19.

**Упругий изгиб биметаллического листа**

к.т.н. доц. Типалин С.А., к.т.н. проф. Шпунькин Н.Ф., Колесов А.В.

*Университет машиностроения  
(495) 223-05-23 доб. 1113, ti@mami.ru*

**Аннотация.** Рассмотрен упругий изгиб листа с различными свойствами слоев. Выведена зависимость для определения расстояния от нейтрального слоя до границы раздела металлических слоев. Графически представлено изменение относительной величины нейтрального слоя в зависимости от свойств слоев материала и разной толщины слоев деформируемого листа.

**Ключевые слова:** биметалл, упругий изгиб металла, модуль упругости, нейтральный слой, свойства металла

Целесообразность использования биметаллов все шире подтверждается современным производством, ориентированным на выпуск конкурентоспособной продукции. Способность биметаллов сочетать в себе преимущества двух разнородных материалов способствует расширению их сфер применения [2-4, 6, 7, 11 - 13].

Детали из биметаллов в процессе обработки претерпевают различную деформацию в упругой и пластической областях. Однако из-за разности в свойствах материалов и соединительного слоя необходимо, чтобы возникающие в полученных деталях напряжения не превышали допустимые значения.

Изгиб материала является одной из самых распространенных операций в области обработки металлов давлением [1, 5, 8-10]. В процессе упругого изгиба биметаллического материала его продольные волокна испытывают растягивающие и сжимающие деформации, величина которых вычисляется по формуле

$$\varepsilon_\theta = \ln \frac{\rho}{\rho_h}, \quad (1)$$

где:  $\rho_h$  - радиус слоя имеющего первоначальную длину  $\ell$ .

Если изгиб происходит в однородном материале, то нейтральный слой с радиусом  $\rho_h$  в упругой области находится посередине листа:

$$\rho_h = \rho_{cp} = r + \frac{s_0}{2}$$

Однако если лист имеет неоднородную структуру по толщине, то положение этого слоя изменяется

$$\rho_h = r + \frac{s_0}{2} + e, \quad (2)$$

где:  $e$  – смещение нейтрального слоя.

Величина  $e$  может принимать как положительное, так и отрицательное значение.

В зависимости от свойств материала в упругой области и соотношения толщин составляющих биметаллического листа будут изменяться компоненты окружных деформаций  $\varepsilon_\theta$ , напряжений  $\sigma_\theta$  и, как следствие, изгибающий момент  $M$ , требующийся для изгиба листа по данному радиусу