

Строгальщиков Д.С.
МГУ им. М.В. Ломоносова
8 (495) 939 55 39, d_strog@mail.ru

Аннотация. Данная статья является логическим продолжением статей [1] и [2]. В первой из статей [1] приведена постановка задачи о флаттере полосы при продольном обтекании в рамках линеаризованной теории сверхзвукового потенциального течения, во второй [2] - показано асимптотическое сходство точной и поршневой теории при больших сверхзвуковых скоростях. В данной статье решается задача о флаттере полосы при продольном обтекании в рамках точной теории для умеренных и малых сверхзвуковых скоростях - в режимах обтекания, где правомерность использования поршневой теории не является доказанной.

Ключевые слова: обтекание полосы, линеаризованная теория сверхзвукового потенциального течения, флаттер

Рассматривается полоса, занимающая в пространстве xuz область $z = 0$, $0 < y < \ell$, $|x| < \infty$. Со стороны $z > 0$ полоса обдувается потоком газа с невозмущенным вектором скорости $V_0 = (V_x; V_y; 0)$.

Уравнение колебаний полосы постоянной толщины записывается в виде:

$$D\Delta^2 w + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \Delta p_0. \quad (1)$$

Подставляем в уравнение следующие соотношения, соответствующие режиму критического обтекания для точной постановки (см. [1]):

$$w = W(y) \exp(i(\omega_0 t - \alpha x))$$

$$\Delta p_0 = -\frac{\rho_0 a_0^2 (\Omega_0 - \alpha M_x)}{\ell} \left[\int_0^y K_0(a(y-\tau)) W(\tau) d\tau + \int_y^1 K_0(a(\tau-y)) W(\tau) d\tau \right].$$

Уравнение колебаний полосы, полученное в рамках линеаризованной теории сверхзвукового потенциального течения, принимает вид:

$$\frac{\partial^4 W}{\partial y^4} - 2\alpha^2 \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \alpha^4 W - a_{11} \Omega_0^2 W + A(\Omega_0 - \alpha M_x)^2 \times$$

$$\times \left[\int_0^y K_0(a(y-\tau)) W(\tau) d\tau + \int_y^1 K_0(a(\tau-y)) W(\tau) d\tau \right] = 0. \quad (2)$$

Здесь под x и y обозначены безразмерные параметры x/ℓ и y/ℓ ;

$$A = 12(1 - v^2) \frac{\rho_0 a_0^2}{E} \frac{\ell^3}{h^3}, a_{11} = 12(1 - v^2) \frac{\rho_0 a_0^2}{E} \frac{\ell^2}{h^2}, a^2 = \alpha^2 - (\Omega_0 - \alpha M_x)^2, \Omega_0 = \frac{\omega \ell}{a_0}.$$

Рассматривается случай шарнирного опирания полосы:

$$W(0) = W(1) = W''|_{y=0} = W''|_{y=1} = 0.$$

Решение ищется приближенно методом Бубнова-Галеркина. Система базисных функций для $W(y)$, удовлетворяющая граничным условиям, - система функций $f_k(y) = \sin(k\pi y)$. Основной сложностью задачи в данной постановке является вычисление интегралов вида:

$$\int_0^1 \sin(\ell \pi y) \times \left[\int_0^y K_0(a(y-\tau)) \sin(\ell \pi \tau) d\tau + \int_y^1 K_0(a(\tau-y)) \sin(\ell \pi \tau) d\tau \right] dy.$$

Данные интегралы рассчитываются численно, функция Бесселя аппроксимируется кусочно-линейной функцией. Также стоит отметить, что значения интегралов зависят от параметра волнообразования α , поскольку параметр a , входящий в подынтегральные выражения, задается соотношением $a^2 = \alpha^2 - (\Omega_0 - \alpha M_x)^2$.

В первом приближении имеем $W(y) = c_1 \sin(\pi y)$. После подстановки прогиба в данном виде в уравнение колебаний получаем:

$$c_1 \left[(\alpha^2 + \pi^2)^2 \sin(\pi y) - a_{11} \Omega_0^2 \right] \sin(\pi y) + c_1 A (\Omega_0 - \alpha M_x)^2 \times \\ \times \left[\int_0^y K_0(a(y-\tau)) \sin(\pi \tau) d\tau + \int_y^1 K_0(a(\tau-y)) \sin(\pi \tau) d\tau \right] = 0 \quad (3)$$

Из условия нетривиальной неразрешимости уравнения получаем следующее соотношение, связывающее скорость набегающего потока M_x , параметр волнообразования α и частоту колебаний Ω_0 :

$$\left[(\alpha^2 + \pi^2)^2 \sin(\pi y) - a_{11} \Omega_0^2 \right] \sin(\pi y) + c_1 A (\Omega_0 - \alpha M_x)^2 \times \\ \times \left[\int_0^y K_0(a(y-\tau)) \sin(\pi \tau) d\tau + \int_y^1 K_0(a(\tau-y)) \sin(\pi \tau) d\tau \right] = 0 \quad (4)$$

К данному соотношению добавляется условие $\alpha(M_x - 1) < \Omega_0 < \alpha(M_x + 1)$ (см. [2]).

Дальнейший анализ проводится по следующей итерационной схеме:

1. Для расчетов используются безразмерные коэффициенты $\nu = 0,3$, $\frac{a_0}{c_0} = \frac{1}{15}$, $\frac{\ell}{h}$ получается из условия равенства критической скорости флаттера для шарнирного закрепления в рамках классической теории некоторому наперед заданному числу $M_{critical-classic}$.
2. Из решения задачи о продольном обтекании полосы в рамках классической поршневой теории вычисляем критический параметр волнообразования $\alpha_{critical-classic} = \pi$.
3. Выбираем значение параметра волнообразования Ω'_0 из интервала $[\alpha_{critical-classic}(M_{critical-classic} - 1), \alpha_{critical-classic}(M_{critical-classic} + 1)]$.
4. Для выбранных $\alpha_0 = \alpha_{critical-classic}$, $M_0 = M_{critical-classic}$ и Ω'_0 вычисляется параметр a . Особо подчеркнем, что параметры α_0 , M_0 фиксируются только для вычисления интегралов. Ω'_0 фиксируется как для вычисления интегралов, так и вне интегральных выражений.

5. Вычисляем интеграл $Int(\alpha_{critical-classic}, \Omega'_0, M_{critical-classic}) =$

$$= \int_0^1 \sin(\pi y) \left[\int_0^y K_0(a(y-\tau)) \sin(\pi \tau) d\tau + \int_y^1 K_0(a(\tau-y)) \sin(\pi \tau) d\tau \right] dy \quad \text{при значении параметра } a \text{ из предыдущего пункта.}$$

6. После подстановки параметров из предыдущего пункта в уравнение колебаний и вычисления интегралов - уравнение колебаний, спроецированное на $\sin(\pi y)$, связывает только скорость потока M_x и параметр волнообразования α . Критическая скорость для данной частоты колебаний находится как $M' = \min_{\alpha} M(\alpha)$, значение критического параметра волнообразования для данной частоты колебаний равно α' .
7. Возвращаемся в пункт 3 и подставляем новое значение Ω'_0 из интервала $(\alpha_{critical-classic}(M_{critical-classic} - 1), \alpha_{critical-classic}(M_{critical-classic} + 1))$. Последовательно пробегаем все значения Ω'_0 из данного интервала, критическая скорость данной итерации рассчитывается как $M_1 = \min_{\Omega_0} (\min_{\alpha} M(\alpha)|_{\Omega_0'=\Omega_0})$.
8. Подставляем значения скорости флаттера и параметра волнообразования M_1 и α_1 , найденные в пункте 7, в пункты 2-3, вычисляем интегралы при новых значениях α_1 и M_1 и повторяем пункты 4-7 для новой итерации.
9. Данный итерационный процесс заканчивается, когда выполнено два условия $|M_k - M_{k+1}| < \varepsilon$ и $|\alpha_k - \alpha_{k+1}| < \varepsilon$, где ε - наперед заданное малое число.

Ниже приводится сравнительный анализ решений, полученных для различных значений параметра ℓ/h в рамках классической поршневой теории и в рамках линеаризованной теории сверхзвукового потенциального течения:

ℓ/h	$M_{critical-classic}$	$M_{critical-precise}$
28.23	1.03	1.01
25.93	1.1	1.075
25.93	1.5	1.455
14.26	2	1.915

Как видно из полученных решений, применение поршневой и точной теорий дает очень схожие результаты не только для больших сверхзвуковых скоростей, но и для низких сверхзвуковых скоростей. Результаты отличаются лишь на 2-3% - отсюда следует правомерность использования классической теории для задачи о продольном обтекании в случае низких сверхзвуковых скоростей потока.

Литература

1. Кийко И.А., Показеев В.В. К постановке задачи о колебаниях и устойчивости полосы в сверхзвуковом потоке газа // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2009, №1, с. 159-166.
2. Строгальщиков Д.С. О флаттере упругой полосы при продольном сверхзвуковом обтекании // Вестник Московского Университета. 2014. №4

Исследование адсорбционных закономерностей анионов на поверхности красного шлама

Терехова М.В., к.х.н. Русакова С.М.

Университет машиностроения

8(495)223-05-23, mashavasiljeva@yandex.ru

Аннотация. В работе исследована возможность красного шлама (отход алюминиевого производства) адсорбировать фосфат-, молибдат и дихромат-ионы из водных растворов. Изучена зависимость адсорбции исследуемых ионов от pH и начальной концентрации ионов в анализируемом растворе. Разработан способ активации поверхности красного шлама.

Ключевые слова: красный шлам, адсорбция, молибдат-ионы, фосфат-ионы, дихромат-ионы

Любое промышленное производство, особенно металлургия, сопряжено с экологическими рисками, среди которых преобладают выбросы загрязняющих веществ в атмосферу, а также образование и складирование вредных отходов. Не является исключением и алюминиевое производство.

При производстве алюминия по методу Байера (процесс получения чистого оксида алюминия) образуется красный бокситовый шлам. На каждую тонну полученного оксида алюминия приходится в среднем от 360 до 800 кг шлама. Из-за отсутствия эффективных технологий переработки основная масса красных шламов не используется и складывается в специальных шламохранилищах, которые оказывают отрицательное воздействие на окружающую среду. Площадь одного такого шламохранилища составляет обычно 100-200 га, что практически равно территории алюминиевого завода. Несмотря на то, что шламохранилища обустраивают таким образом, чтобы содержащиеся в отходах щелочи не могли проникнуть в грунтовые воды, они в любом случае представляют угрозу как для окружающей среды, так и непосредственно для организма человека.

Вопреки устоявшемуся стереотипу, многие специалисты сегодня не считают красный шлам отходом, так как он содержит значительное количество железа и алюминия, и может служить сырьем для получения различных продуктов. В России красных шламов накопилось более 100 млн. т. Поэтому вопросы его использования в качестве сырья, а также полной его утилизации с каждым днем становятся все более актуальными. Благодаря наличию в составе красного шлама оксидов алюминия, железа, титана, кремния и др. одним из перспективных путей утилизации данного отхода является создание на его основе сорбентов для очистки различных объектов от загрязняющих веществ.

Исследуемые в данной работе молибдат-, фосфат-, дихромат-ионы являются одними из распространенных и представляющих экологическую опасность веществ.

Молибден является одним из загрязняющих объектов водных сред. В поверхностных водах он находится в основном в форме молибдат-иона. Загрязнение окружающей среды обусловлено как потерей молибдена на разных этапах переработки сырья, так и выносом тяжелых металлов из отвалов рудника. При этом возможно отравление не только работающего персонала, но и жителей близлежащих территорий.

Проблема выбросов хрома в окружающую среду становится все более актуальной. Однако главный источник поступления антропогенного хрома – обработка металлов. Неконтролируемые выбросы представляют большую опасность загрязнения поверхностных вод относительно токсичной формой Cr^{6+} .

Фосфаты широко используются в сельском хозяйстве для удобрения почв. Вынос растворимых форм фосфора в грунтовые воды происходит регулярно, поэтому проблема очистки вод от растворимого фосфора всегда остается актуальной.

В зарубежной и отечественной литературе накоплен экспериментальный материал по данной проблеме, который требует проведения систематических исследований в этом

направлении, что позволит детально изучить адсорбционные свойства красного шлама и выявить оптимальные условия для адсорбции на нем анионов [1-8].

Качественный и количественный состав красных шламов значительно отличается и зависит от состава исходного сырья и технологии его переработки, поэтому созданию эффективных адсорбентов на основе отходов алюмосиликатного производства должны предшествовать экспериментальные исследования адсорбционных закономерностей конкретных образцов красного шлама.

Цели работы

- Получение активированной формы красного шлама путем промывки его соляной кислотой.
- Исследование возможности использования красного шлама для адсорбции фосфат-, молибдат- и дихромат-ионов из водных растворов;
- Определение влияния pH и концентрации в растворе ионов на эффективность их адсорбции.

Объект исследования

В данном исследовании использовался красный шлак, являющийся отходом переработки алюминийсодержащего сырья на Уральском алюминиевом заводе (УАЗ). Компонентный и минеральный состав красного шлама (после предварительной обработки известью, промывки и фильтрации) приведен в таблице 1. Анализ был выполнен в лаборатории ОП ООО «РУСАЛ-ИТЦ» в г. С. Петербург.

Таблица 1.

Состав красного шлама

Компонентный состав		Минеральный состав	
Компонент	Содержание, %	Минерал	Содержание, %
Al_2O_3	11.9	Диаспор	0.43
Fe_2O_3	40.9	Алюмогетит	1.85
SiO_2	9.5	Гематит	31.19
CaO	21	Анализ	0.59
TiO_2	4.1	Кальцит	5.27
Na_2O	0.71	Гидрогранат	36.39
MgO	0.4	Шамозит	12.93
K_2O	0.15	Перовскит	5.97
MnO	0.25	ГАСН	2.03
P_2O_3	0.68		
ППП	11.3		

Методика проведения эксперимента

Активацию красного шлама проводили в следующей последовательности: шлак дважды промывали бидистиллированной водой и обрабатывали декантацией раствором соляной кислоты с концентрацией 0,1 моль/л, при этом уровень pH промывных вод снизился с 12 до 8. Далее образцы отфильтровывали и сушили в муфельной печи при температуре 110°С. Полученные образцы измельчали в ступке до порошкообразного состояния и без дальнейших изменений использовали в последующих экспериментах.

Адсорбционные исследования проводили при разной начальной концентрации исследуемых анионов в растворе (таблица 2.) при постоянной концентрации фонового электролита NaCl с концентрацией 0,1 моль/л. Масса адсорбента во всех случаях была равной 1 грамм, время контакта его с раствором составляло 1 час при непрерывном перемешивании с исполь-

зованием магнитной мешалки (частота вращения 350 об/мин).

Таблица 2.

Начальные концентрации исследуемых анионов

Исследуемый ион	Начальная концентрация аниона, моль/л		
	0,0015	0,002	0,004
MoO_4^{2-}	0,0015	0,002	0,004
$\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$	0,0015	0,002	0,0025
PO_4^{3-}	0,0015	0,025	0,005

Эксперименты проводили при различных значениях pH (в диапазоне от 3 до 10). Необходимого уровня pH раствора достигали добавлением концентрированной соляной кислоты, значения pH измеряли с помощью прибора pH-метр Эксперт-001.

Для получения кривых адсорбции использовали метод отдельных навесок. Концентрацию анионов в растворах определяли по методикам, изложенным в [9]. Измерения оптической плотности испытуемых растворов по отношению к нулевому раствору проводили на спектрофотометре СФ-56.

Величину адсорбции определяли по разности начальной и конечной концентраций ионов, отнесенной к единице массы адсорбента и вычисляли по формуле:

$$\Gamma = \frac{C_{\text{исх.}} - C_{\text{кон.}}}{m},$$

где: Γ – адсорбция, моль/г·л, $C_{\text{исх.}}$ – концентрация хромат-ионов в исходном растворе, моль/л, $C_{\text{кон.}}$ – концентрация хромат-ионов в растворе после адсорбции, моль/л, m – масса адсорбента, г.

Результаты и их обсуждение

Экспериментально изучена адсорбция фосфат-, молибдат- и дихромат-ионов на активированном красном шламе при различных значениях начальных концентраций раствора. Установлено, что адсорбционная способность красного шлама значительно зависит от значений pH раствора (рисунки 1-3). Очевидно, что адсорбция этих анионов наиболее эффективна в кислой среде, а с увеличением pH она уменьшается. Так, при значении pH больше 5 удаление анионов из раствора незначительно.

Из рисунков 1 и 2 видно, что максимальная адсорбция достигается при pH=4. Предельная адсорбция не зависит от pH и при значении меньше 4 практически не изменяется. На рисунке 3 видно, что при значении pH больше 10 удаление фосфатов из раствора происходит незначительно и наибольшее значение адсорбции наблюдается при pH в диапазоне 3–4.

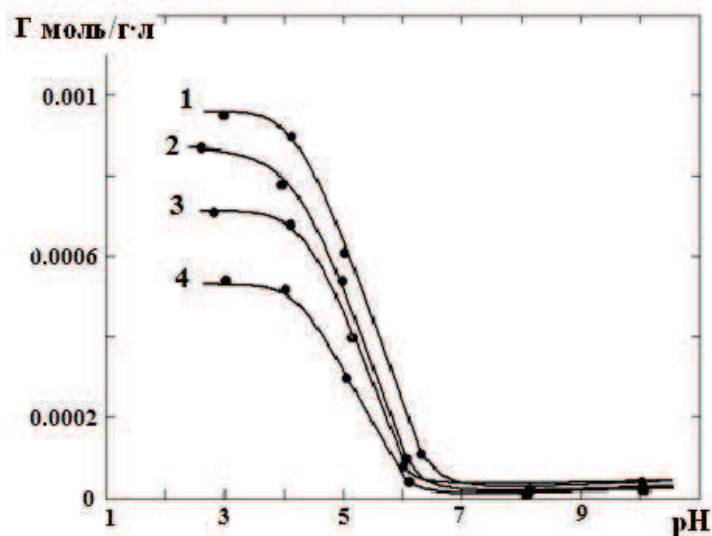


Рисунок 1. Адсорбция дихромат-ионов на красном шламе от pH при разных начальных концентрациях раствора:
1 – 0,003; 2 – 0,0025; 3 – 0,002; 4 – 0,0015 моль/л

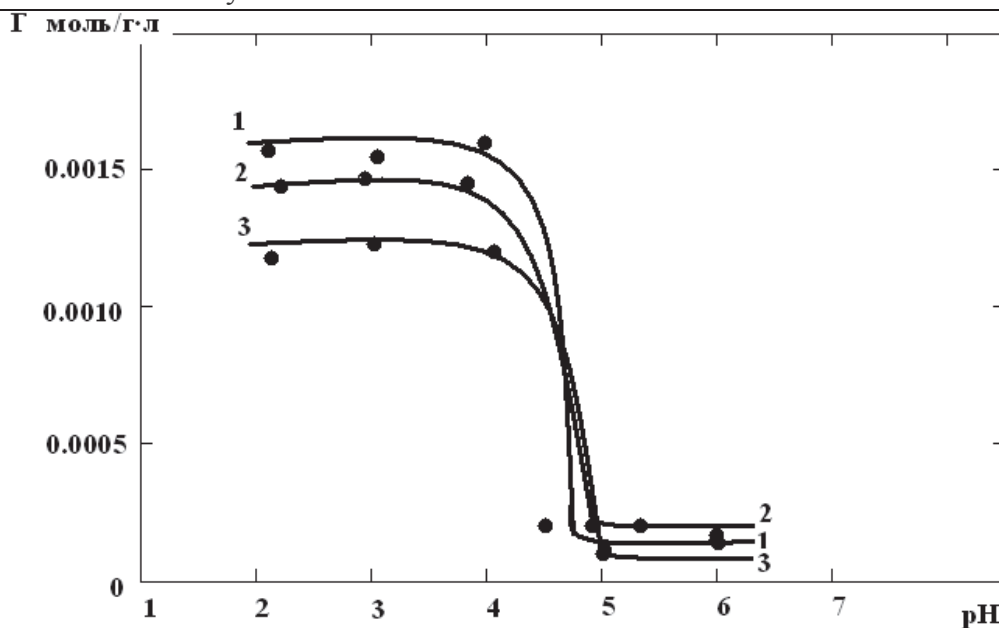


Рисунок 2. Зависимость адсорбции молибдат-ионов на активированном красном шламе от pH при разных начальных концентрациях раствора:
1 – 0,004; 2 – 0,002; 3 – 0,0015 моль/л

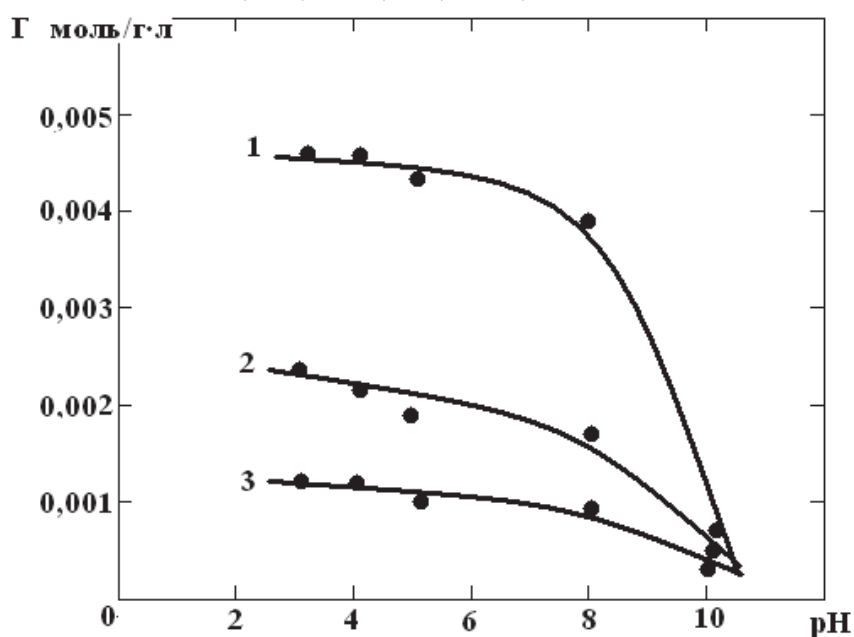


Рисунок 3. Зависимость адсорбции фосфат-ионов на активированном красном шламе от pH при разных начальных концентрациях раствора:
1 – 0,005; 2 – 0,0025; 3 – 0,0015 моль/л

Выводы

- С увеличением pH адсорбция анионов из растворов уменьшается.
- Оптимальное значение pH для максимальной адсорбции анионов на красном шламе находится в диапазоне от 3 до 5.
- С увеличением равновесной концентрации анионов в исходном растворе их адсорбция возрастает.
- Для описания адсорбционных закономерностей применима кислотно-основная модель.
- Результаты экспериментального исследования адсорбционной способности активированного красного шлама по отношению к фосфат-, молибдат- и дихромат-ионам показывают