

### Литература

1. Евстратов В.А. Анализ процессов выдавливания с использованием модели вихревого течения / В.А. Евстратов, Г.А. Кротенко, В.Н. Левченко // Кузнечно-штамповочное производство. – 2010. – №4. – С. 3 – 10.
2. Рябичева Л.А. К определению противодействия при прямом выдавливании порошковых пористых заготовок / Л.А. Рябичева, Д.А. Усатюк // Ресурсозберігаючі технології виробництва та обробки тиском матеріалів у машинобудуванні. – Луганськ: СНУ ім. В. Даля, 2012. №1 (13). – С. 211 – 219.
3. Евстратов В.А. Принцип расширения очага пластической деформации/ В.А. Евстратов // Удосконалення процесів та обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні: Зб. наук. пр. – Краматорськ, 2006. – С. 256 – 258.
4. Штерн М.Б. Феноменологические теории прессования порошков / Штерн М.Б. [и др.] - К.: Наукова думка, 1982. – 140 с.
5. Огородников В.А. Энергия. Деформации. Разрушение / В.А. Огородников, В.Б. Киселев, И.О. Сивак. – Винница: УНІВЕРСУМ – Вінниця, 2005. – 204 с.

### Критерий поврежденности для проектирования процессов ОМД

д.т.н. проф. Трофимов В.Н., Кузнецова Т.В.

*Пермский национальный исследовательский политехнический университет*  
89124823470, [tvn\\_perm@mail.ru](mailto:tvn_perm@mail.ru)

*Анотация.* При проектировании процессов обработки металлов давлением широкое применение получила линейная модель накопления поврежденности и скалярный критерий разрушения. Процесс пластической деформации можно описать кинетическим уравнением нелинейной динамики для систем с сильной положительной связью. Получены критерий разрушения и условие деформирования без разрушения при многоэтапном процессе пластической деформации. Проверка применимости критерия показала, что он может быть использован для решения практических задач обработки металлов давлением.

*Ключевые слова:* пластическая деформация, поврежденность, критерий разрушения, обработка металлов давлением

Одной из основных задач при проектировании технологических процессов ОМД является получение изделий с нормируемым уровнем поврежденности структуры микротрещинами и микропорами. Это позволяет исключить разрушение изделия при последующей обработке, а также обеспечить требуемые характеристики при его эксплуатации.

Для решения указанной задачи широко используют скалярные критерии поврежденности и разрушения [1,2].

Для получения таких критериев авторы работ [1,2] разработали феноменологические линейные и нелинейные модели накопления поврежденности  $\Psi$  с использованием кинетических уравнений, описывающих зависимость изменения величины  $\Psi$  от достигнутой степени пластической деформации сдвига  $\Lambda$ . Критериальное уравнение – критерий разрушения, имеет вид  $\Psi \leq \Psi_{кр}$ , где  $\Psi_{кр}$  – предельное значение величины поврежденности, зависящее от напряженно-деформированного состояния металла в очаге пластической деформации. Для практического применения критерия  $\Psi$  авторами получены диаграммы пластичности  $\Lambda_p = \Lambda_p(k, \mu_\sigma)$  для многих металлов и сплавов, где  $\Lambda_p$  – критическое значение степени деформации сдвига, соответствующее моменту разрушения;  $k$  – показатель напряженного состояния;  $\mu_\sigma$  – показатель Лоде.

Экспериментальная проверка моделей [1,2] показала, что при проектировании процессов ОМД лучшие результаты дает нелинейная модель, основанная на степенной зависимости поврежденности  $\Psi$  от степени деформации сдвига  $\Lambda$ . Однако для практического использо-

вания нелинейной модели необходимо дополнительно определять ряд эмпирических коэффициентов, что является весьма трудоёмкой задачей.

В данной работе предлагается критерий поврежденности на основе нелинейной модели для процессов холодной пластической деформации, позволяющий использовать экспериментальные диаграммы пластичности, полученные в работах [1,2].

Для получения критерия использована модель, основанная на следующих положениях:

- в качестве величины поврежденности примем плотность микротрещин  $D$ , а в качестве кинетического параметра - степень деформации сдвига  $\Lambda$ ;
- процесс накопления поврежденности структуры металла при пластической деформации является нелинейным и автомодельным, то есть принимается, что поврежденность  $D$ , достигнутая на данном этапе пластической деформации, влияет на процесс накопления поврежденности на последующих этапах деформирования [3];
- разрушение происходит путем лавинообразного роста плотности микротрещин и образования макротрещины при достижении критических значений  $D$  и  $\Lambda$ .

Автомодельный процесс изменения величины  $D$ , когда наблюдается её медленный рост и лавинообразное увеличение при достижении критического значения  $\Lambda$ , может быть описан кинетическим уравнением для систем с сильной положительной связью [4]

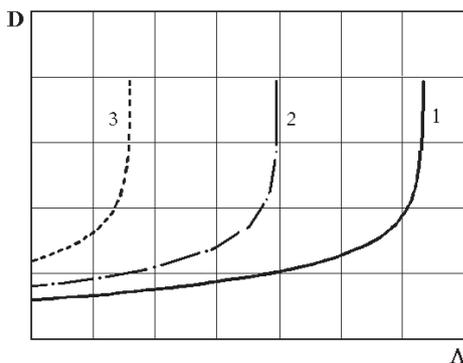
$$dD/d\Lambda = D^\beta, \quad \beta > 1, \quad (1)$$

Решение уравнения (1) при условии  $D|_{\Lambda=0} = D_0$  имеет вид

$$D(\Lambda) = [(\beta - 1) \cdot (\Lambda_p - \Lambda)]^{1/(1-\beta)},$$

где  $\Lambda_p = D_0^{1-\beta} / (\beta - 1)$ .

Типичное решение уравнения (1) в полулогарифмических координатах для разных значений  $D_0$  приведено на рисунке 1.



**Рисунок 1. Решение уравнения (5) в зависимости от величины  $D_0$ :**

$$D_0(3) > D_0(2) > D_0(1)$$

В момент разрушения, когда  $\Lambda = \Lambda_p$ , наблюдается бесконечно быстрый рост величины  $D$ . Поведение решений, при которых исследуемая величина за малое конечное время возрастает до бесконечности, называются *режимами с обострением*. Вплоть до момента  $\Lambda_p$  для решения уравнения (4) удовлетворяются условия теоремы существования и единственности [4]. Характерной особенностью решения является то, что  $\Lambda_p$  зависит от начального значения  $D_0$  и коэффициента  $\beta$ . Таким образом, уравнение (1) соответствует принятым выше положениям.

Процесс пластической деформации сопровождается не только изменением геометрии деформируемого тела, что учитывает величина  $\Lambda$ , но и изменением энергетического состояния металла, связанного с накоплением латентной энергии. Поэтому в качестве кинетического параметра используем величину, которая удовлетворяет следующим требованиям:

- определяет изменение энергетического состояния деформированного металла;
- отражает влияние изменения структуры на процесс пластической деформации;
- содержит параметры, отражающие изменение геометрии деформируемого тела.

Указанным требованиям удовлетворяет безразмерный параметр  $\bar{u}$ , определяемый как нормированная величина удельной энергии [5],

$$\bar{u} = u_V / u_0 = \bar{m} \Lambda^{2n},$$

где  $u_V = (\sigma_S - \sigma_{S0})^2 / 2E$ ;  $u_0 = \sigma_{S0}^2 / 2E$ ;  $\bar{m} = (m / \sigma_{S0})^2$ ;  $m$  и  $n$  – коэффициенты в уравнении

кривой упрочнения  $\sigma_S = \sigma_{S0} + m\Lambda^n$  или  $\tau_S = \tau_{S0} + m\Lambda^n$ . Величина  $\bar{u}$  изменяется от 0 при  $\Lambda = 0$  до некоторого значения  $\bar{u}_{кр}$  при  $\Lambda = \Lambda_p$ .

Отметим, что коэффициент  $n$  является структурно-чувствительным фактором, то есть отражает влияние структуры на процесс деформирования металла.

Рассмотрим процесс многоэтапной пластической деформации, для которого в пределах каждого этапа коэффициент  $\beta$  остается постоянным.

Для  $i$ -го этапа деформирования кинетическое уравнение имеет вид

$$dD_i / d\bar{u} = D_i^{\beta_i}. \quad (2)$$

Решение уравнения (2) с учетом выражения начального условия  $D_i|_{\Lambda_i=0} = D_{0i}$  имеет вид

$$D_i = D_{0i} \cdot \left[ 1 - \frac{\bar{m}(\beta_i - 1)}{D_{0i}^{1-\beta_i}} \Lambda_i^{2n} \right]^{1/(1-\beta_i)}, \quad (3)$$

где  $D_{0i}$  - начальная плотность микротрещин.

Из уравнения (3) определим значение  $\Lambda_{pi}$ , соответствующее моменту разрушения на  $i$ -ом этапе деформирования

$$\Lambda_{pi} = \left( \frac{D_{0i}^{1-\beta_i}}{(\beta_i - 1)\bar{m}} \right)^{1/2n}. \quad (4)$$

Анализ зависимости (4) показывает, что с ростом  $\beta$  при высоких значениях  $D_{0i}$  величина  $\Lambda_p$  резко уменьшается и для достижения практически значимых величин  $\Lambda$  необходимо уменьшать коэффициент  $\beta$  и величину  $D_{0i}$ . В процессах ОМД это достигается выбором термомеханических параметров процесса деформации.

Преобразуем уравнение (3) с учетом выражения (4)

$$D_i = D_{0i} \cdot \left[ 1 - \left( \Lambda_i / \Lambda_{pi} \right)^{2n} \right]^{1/(1-\beta_i)}. \quad (5)$$

Из (5) следует, что для исключения режима обострения должно выполняться условие

$$1 - (\Lambda_i / \Lambda_{pi})^{2n} > 0.$$

Обозначая поврежденность символом  $\bar{D}$  получим условие деформирования без разрушения (критерий поврежденности)

$$\bar{D}_i = \Lambda_i / \Lambda_{pi} < 1. \quad (6)$$

Полученный критерий подобен критериям, предложенным в работах [1,2], однако отличается от них тем, что поврежденность определяется не из условия суммирования поврежденности на всех этапах деформирования, а из условия  $\bar{D}_i \leq 1$ , проверяемого на каждом этапе.

Определим пределы изменения величины  $D$  и коэффициента  $\beta$ , которые необходимы для использования критерия (6).

Оценим диапазон изменения величины  $D$ .

Эксперименты показывают, что моменту разрушения соответствует плотность микротрещин  $D$  равная  $10^{17} \div 10^{18} \text{ м}^{-3}$  [6]. Сведения о плотности микротрещин в недеформированных образцах отсутствуют. На основании экспериментальных данных по определению поверхностной плотности микротрещин [3] можно предположить, что плотность микротрещин в недеформированном отожженном металле не превышает  $10^4 \div 10^5 \text{ м}^{-3}$ . Таким образом, можно принять:  $10^4 \leq D \leq 10^{18} \text{ м}^{-3}$ .

Из формулы (4) следует, что коэффициент  $\beta$  определяет предельную степень деформации сдвига  $\Lambda_p$ . Так как предельная степень деформации сдвига  $\Lambda_p$  зависит от двух неза-

висящих параметров - показателя напряженного состояния  $k = \sigma/T$  и коэффициента Надаи-Лоде  $\mu_\sigma$  [1,2], то очевидно, что должна существовать зависимость вида  $\beta = \beta(k, \mu_\sigma)$ .

Для получения зависимости  $\beta = \beta(k, \mu_\sigma)$  учтем связь величин  $k$  и  $\mu_\sigma$  [7]

$$k = \frac{\sigma}{T} = \frac{3 + \mu_\sigma}{\sqrt{3}\sqrt{3 + \mu_\sigma^2}} + \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3 + \mu_\sigma^2}} \frac{\sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}.$$

Авторы работы [7] экспериментально проверили и подтвердили возможность использования полученной формулы при плоском напряженном состоянии ( $\sigma_2 = 0$ ). Полагая, что такая зависимость существует и при объемном напряженном состоянии и величина  $\mu_\sigma$  оказывает влияние на процесс разрушения через величину  $k$ , определим зависимость  $\beta = \beta(k)$ .

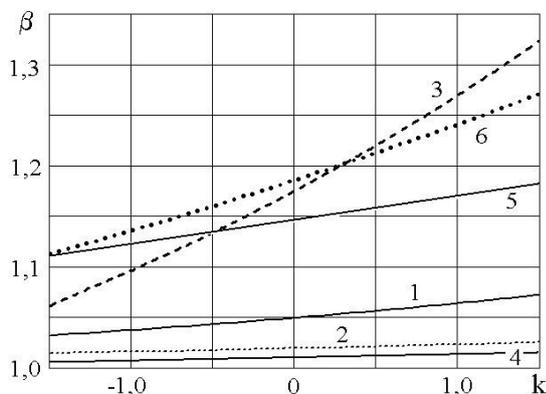
Порядок получения зависимости  $\beta = \beta(k)$  следующий:

1. По данным работ [1,2] определяем зависимость  $\Lambda_p = \Lambda_p(k)$ .
2. Для данного металла определяем зависимость  $\sigma_s - \Lambda$ .
3. Для принятого значения  $D_0$  и полученных значений  $\bar{m}$  и  $n$  строим график зависимости  $\Lambda_p = \Lambda_p(\beta)$ .
4. По графикам  $\Lambda_p = \Lambda_p(\beta)$  и  $\Lambda_p = \Lambda_p(k)$  строим график  $\beta = \beta(k)$ .
5. Задаем функцию, описывающую график  $\beta = \beta(k)$ , и с помощью метода наименьших квадратов определяем неизвестные коэффициенты функции.

Обработка экспериментальных данных работ [1,2] показала, что для описания функции  $\beta = \beta(k)$  наиболее универсальной является экспоненциальная зависимость вида

$$\beta = E_1 \cdot \exp(E_2 \cdot k) + E_3,$$

где  $E_1, E_2, E_3$  – коэффициенты аппроксимации.



**Рисунок 2. Зависимость  $\beta = \beta(k)$  для разных металлов ( $D_0 = 10^4 \text{ м}^{-3}$ ): 1- сталь X18Н10Т; 2 – медь; 3 – молибден; 4 – никель; 5 – сталь 20А; 6 - сталь 45**

На рисунке 2 приведены результаты расчета  $\beta = \beta(k)$  для ряда металлов по экспериментальным данным работы [1]. Видно, что для рассмотренных диапазонов изменения величины  $k$  ( $-1,5 \leq k \leq 1,5$ ) коэффициент  $\beta$  находится в интервале  $1,005 \div 1,32$ .

### Выводы

В статье предложена нелинейная модель накопления поврежденности при пластической деформации и получен критерий разрушения при многоэтапном пластическом деформировании. Полученная модель и критерий предлагается использовать для проектирования многоэтапных процессов ОМД.

### Литература

1. Колмогоров В.Л., Напряжения. Деформации. Разрушение. М.: Металлургия, 1970. - 229 с.
2. Богатов А.А., Мижирицкий О.И., Смирнов С.В. Ресурс пластичности металлов при обработке давлением. - М.: Металлургия, 1984. - 144 с.
3. Рыбин В.В. Большие пластические деформации и разрушение металлов. - М.: Металлургия, 1986.-224 с.
4. Малинецкий Г.Г. Хаос. Структуры. Вычислительный эксперимент: Введение в нелинейную динамику. – М.: Эдиториал УРСС, 2000. – 256 с.
5. Трофимов В.Н. О возможности использования механических характеристик прочности материала для оценки разрушения. //Известия вузов. Черная металлургия. №5. 2002. С. 24-28.

6. Скуднов В.А. Пределные пластические деформации металлов. - М.: Металлургия, 1989. - 176 с.
7. Челышев Н.А., Люц В.Я., Червов Г.А. Показатель напряженного состояния и параметр Надаи-Лоде. //Известия вузов. Черная металлургия. № 4. 1983. С.50-53.

### **К вопросу об определении напряженно-деформированного состояния пластически деформируемого тела применительно к процессам полугорячей штамповки**

к.т.н. доц. Пыжов В.В.  
Университет машиностроения  
(495) 223-05-23, доб. 1346, [pyjov.56@mail.ru](mailto:pyjov.56@mail.ru)

*Аннотация.* В статье рассматривается вариант методики решения краевой задачи определения напряженно-деформированного состояния вязкопластически деформируемого тела применительно к процессам полугорячей объемной штамповки с использованием положения теории наследственности, которая устанавливает взаимосвязь между напряжением и деформацией с учетом скорости и истории протекания процесса нагружения.

*Ключевые слова:* полугорячая объемная штамповка, методика, определение напряженно-деформированного состояния, теория наследственности, тепловыделение.

#### **Введение**

В работе [1] сформулирована постановка краевой задачи определения напряженно-деформированного состояния вязко-пластически деформируемого тела применительно к процессам полугорячего выдавливания в конические матрицы и определены гипотезы, принятые при её постановке.

Для решения этой задачи предлагается экспериментально-аналитическая методика расчета показателей напряженного и деформированного состояния, базирующаяся на положениях теории наследственности и использующая модель вязкопластического тела.

#### **Описание методики**

В данной работе предлагается методика, позволяющая установить функциональную зависимость

$$\sigma = F[\varepsilon(t), T(t)]. \quad (1)$$

Согласно нелинейной теории наследственности данную зависимость можно представить в следующем виде:

$$\sigma(t) = \varphi[\varepsilon, T] - \int_0^t R(t-\tau) \cdot \varphi[\varepsilon(\tau), T(\tau)] d\tau, \quad \sigma = F[\varepsilon(t), T(t)], \quad (2)$$

где  $\varphi[\varepsilon, T]$  - функция, определяющая сопротивление деформации при температуре  $T$  и деформации при мгновенном (с технически возможной скоростью) нагружении;

$R(t-\tau)$  - ядро релаксации, функция, определяющая изменение сопротивления деформации в зависимости от времени протекания процесса нагружения.

Функция  $\varphi[\varepsilon, T]$  определяет мгновенную термомеханическую поверхность и может быть определена из опытов на динамическое нагружение при различных фиксированных температурах. Функцию  $R(t-\tau)$  предлагается находить из диаграмм релаксации при динамическом нагружении до фиксированных значений деформаций при заданных температурах. Как показывают опыты и литературные источники, эти функции хорошо аппроксимируются следующими зависимостями: