6. Скуднов В.А. Предельные пластические деформации металлов. - М.: Металлургия, 1989. - 176 с.
7. Челышев Н.А., Люц В.Я., Червов Г.А. Показатель напряженного состояния и параметр Надаи-Лоде. //Известия вузов. Черная металлургия. № 4. 1983. С.50-53.

К вопросу об определении напряженно-деформированного состояния пластически деформируемого тела применительно к процессам полугорячей штамповки

к.т.н. доц. Пыжов В.В.
Университет машиностроения
(495) 223-05-23, доб. 1346, *pyjov.56@mail.ru*

Аннотация. В статье рассматривается вариант методики решения краевой задачи определения напряженно-деформированного состояния вязкопластически деформируемого тела применительно к процессам полугорячей объемной штамповки с использованием положения теории наследственности, которая устанавливает взаимосвязь между напряжением и деформацией с учетом скорости и истории протекания процесса нагружения.

Ключевые слова: *полугорячая объемная штамповка, методика, определение напряженно-деформированного состояния, теория наследственности, тепловыделение.*

Введение

В работе [1] сформулирована постановка краевой задачи определения напряженно-деформированного состояния вязко-пластически деформируемого тела применительно к процессам полугорячего выдавливания в конические матрицы и определены гипотезы, принятые при её постановке.

Для решения этой задачи предлагается экспериментально-аналитическая методика расчета показателей напряженного и деформированного состояния, базирующуюся на положениях теории наследственности и использующая модель вязкопластического тела.

Описание методики

В данной работе предлагается методика, позволяющая установить функциональную зависимость

$$\sigma = F\left[\varepsilon(t), T(t)\right]. \qquad (1)$$

Согласно нелинейной теории наследственности данную зависимость можно представить в следующем виде:

$$\sigma(t) = \varphi[\varepsilon, T] - \int_0^t R(t-\tau)\cdot\varphi\left[\varepsilon(\tau), T(\tau)\right]d\tau, \sigma = F\left[\varepsilon(t), T(t)\right], \qquad (2)$$

где $\varphi[\mathrm{\varepsilon}, \mathrm{T}]$ - функция, определяющая сопротивление деформации при температуре T и деформации при мгновенном (с технически возможной скоростью) нагружении;

$\mathrm{R}(\mathrm{t}\text{-}\tau)$ - ядро релаксации, функция, определяющая изменение сопротивления деформации в зависимости от времени протекания процесса нагружения.

Функция $\varphi[\mathrm{\varepsilon}, \mathrm{T}]$ определяет мгновенную термомеханическую поверхность и может быть определена из опытов на динамическое нагружение при различных фиксированных температурах. Функцию $\mathrm{R}(\mathrm{t}\text{-}\tau)$ предлагается находить из диаграмм релаксации при динамическом нагружении до фиксированных значений деформаций при заданных температурах. Как показывают опыты и литературные источники, эти функции хорошо аппроксимируются следующими зависимостями:

$$R(t-\tau)=(1-k)\cdot\lambda\cdot e^{-\lambda(t-\tau)}, \tag{3}$$

$$\varphi\left[\varepsilon(t),T(t)\right]=\left[a+\varepsilon(b+c\cdot\varepsilon)\right]\cdot\left(W+T^{\mu}\right), \tag{4}$$

где a, b, c, k, μ, λ, W – постоянные параметры, которые определяются из экспериментов на динамическое сжатие и релаксацию.

Зная эти параметры и задаваясь процессами изменения деформации и температуры, используя соотношения (2), (3), (4) и уравнения термомеханической поверхности, можно определить изменение напряжения текучести. В общем случае для этого необходимо помнить всю предысторию деформирования, что требует создания специальной, достаточно сложной процедуры для решения краевой задачи термопластичности. Для устранения этого недостатка предлагается использовать приближенный аналитический метод определения $\sigma(t)$ по известному закону изменения деформации и температуры, не требующий помнить всю предшествующую историю нагружения. Для проведения расчетов используются процедуры, приведенные в работах [2]. Исследуемый процесс нагружения рассматривается как N отдельных последовательных по времени этапов. Для трех каких-либо значений времени t_i, t_{i+1}, t_{i+2} выражение (2) примет следующий вид:

$$\sigma(t_i)=\varphi\left[\varepsilon_i,T_i\right]-\int_0^{t_i}R(t_i-\tau)\cdot\varphi\left[\varepsilon(\tau),T(\tau)\right]d(\tau), \tag{5}$$

$$\sigma(t_{i+1})=\varphi\left[\varepsilon_{i+1},T_{i+1}\right]-\int_0^{t_{i+1}}R(t_{i+1}-\tau)\cdot\varphi\left[\varepsilon(\tau),T(\tau)\right]d(\tau), \tag{6}$$

$$\sigma(t_{i+2})=\varphi\left[\varepsilon_{i+2},T_{i+2}\right]-\int_0^{t_{i+2}}R(t_{i+2}-\tau)\cdot\varphi\left[\varepsilon(\tau),T(\tau)\right]d(\tau), \tag{7}$$

Представив ядра релаксации в уравнениях (6) и (7) в виде рядов Тейлора в окрестности $t = t_i$ и ограничиваясь при этом двумя членами разложения, получим:

$$\begin{aligned}R(t_{i+1}-\tau)&=R(t_i-\tau)+(t_{i+1}-t_i)\cdot\left(\frac{\partial R}{\partial t}\right)_{t=t_i}+\ldots\\ R(t_{i+2}-\tau)&=R(t_i-\tau)+(t_{i+2}-t_i)\cdot\left(\frac{\partial R}{\partial t}\right)_{t=t_i}+\ldots\end{aligned} \tag{8}$$

Подставив эти представления ядер релаксации в соотношения (6) и (7), вычтя из них соотношение (5) и исключив из полученных равенств члены, содержащие интегралы от 0 до t_i, получим:

$$\begin{aligned}\sigma(t_{i+2})=\varphi\left[\varepsilon_{i+2},T_{i+2}\right]+\frac{t_{i+2}-t_i}{t_{i+1}-t_i}\cdot\int_{t_i}^{t_{i+1}}R(t_{i+1}-\tau)\cdot\varphi[\varepsilon(\tau),T(\tau)]d\tau-\int_{t_i}^{t_{i+2}}R(t_{i+2}-\tau)\cdot\varphi[\varepsilon(\tau),T(\tau)]d\tau+\\ +\frac{t_{i+2}-t_{i+1}}{t_{i+1}-t_i}\cdot\left\{\sigma(t_{i+1})-\varphi\left[\varepsilon_{i+1},T_{i+1}\right]\right\}-\frac{t_{i+2}-t_{i+1}}{t_{i+1}-t_i}\cdot\left\{\sigma(t_i)-\varphi\left[\varepsilon_i,T_i\right]\right\}.\end{aligned} \tag{9}$$

При вычислении интегралов, входящих в (9), воспользуемся представлением функций (3) и (4) и предположением о том, что температура T и деформация ε на каждом этапе изменяется по линейному закону

$$\begin{aligned}T(t)&=\alpha_i+l_i\cdot t,\\ \varepsilon(t)&=q_i+d_i\cdot t,\end{aligned}\qquad t_i\le t\le t_{i+1}, \tag{10}$$

где:

$$\alpha_i = \frac{t_{i+1} \cdot T_i - t_i \cdot T_{i+1}}{t_{i+1} - t_i}; \; q_i = \frac{t_{i+1} \cdot \varepsilon_i - t_i \cdot \varepsilon_{i+1}}{t_{i+1} - t_i}; \; l_i = \frac{T_{i+1} - T_i}{t_{i+1} - t_i}; \; d_i = \frac{\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i}{t_{i+1} - t_i}.$$

Тогда на основании (3), (4) и (10) имеем:

$$\varphi\left[\varepsilon(t), T(t)\right] = A_i + B_i \cdot t + C_i \cdot t^2 + D_i \cdot t^3, \quad t_i \le t \le t_{i+1} \qquad , \tag{11}$$

где:

$$\begin{gathered} A_i = \left(\alpha_i + W\right) \cdot \left(a + b \cdot q_i + c \cdot q_i^2\right); \; C_i = d_i\left[c \cdot d_i \cdot \left(W + \alpha_i\right) + l_i \cdot \left(b + 2 \cdot c \cdot q_i\right)\right]; \\ B_i = 2 \cdot c \cdot q_i \cdot d_i \cdot \left(W + \alpha_i\right) + l_i \cdot \left(a + b \cdot q_i + c \cdot q_i^2\right); \; D_i = c \cdot l_i \cdot d_i^2. \end{gathered} \tag{12}$$

Подставив выражение для ядра релаксации (3) и функции (11) в интегралы, входящие в соотношения (9), и произведя интегрирование на соответствующих интервалов времени, получим:

$$\begin{gathered} \int_{t_i}^{t_{i+1}} R\left(t_{i+1} - \tau\right) \cdot \varphi\left[\varepsilon(\tau), T(\tau)\right] d\tau = Q[A_i \cdot L_1\left(t_{i+1} - t_i\right) + \\ + B_i \cdot L_2\left(t_{i+1} - t_i\right) + C_i \cdot L_3\left(t_{i+1} - t_i\right) + D_i \cdot L_4\left(t_{i+1} - t_i\right) \end{gathered} \tag{13}$$

$$\begin{gathered} \int_{t_i}^{t_{i+2}} R\left(t_{i+2} - \tau\right) \cdot \varphi\left[\varepsilon(\tau), T(\tau)\right] d\tau = Q \cdot [A_i \cdot L_1\left(t_{i+2} - t_i\right) + B_i \cdot L_2\left(t_{i+2} - t_i\right) + \\ + C_i \cdot L_3\left(t_{i+2} - t_i\right) + D_i \cdot L_4\left(t_{i+2} - t_i\right) + A_{i+1} \cdot L_1\left(t_{i+2} - t_{i+1}\right) + B_{i+1} \cdot L_2\left(t_{i+2} - t_{i+1}\right) + \\ + C_{i+1} \cdot L_3\left(t_{i+2} - t_{i+1}\right) + D_{i+1} \cdot L_4\left(t_{i+2} - t_{i+1}\right)], \end{gathered} \tag{14}$$

где:

$$Q = 1 - k; \quad L_1\left(t_{i+2} - t_i\right) = e^{-\lambda \cdot \left(t_{i+2} - t_{i+1}\right)} \cdot \left(1 - e^{-\lambda \cdot \left(t_{i+1} - t_i\right)}\right);$$

$$L_2\left(t_{i+2} - t_i\right) = \left\{\left(t_{i+1} - \frac{1}{\lambda^2}\right) - \left(t_i - \frac{1}{\lambda^2}\right) \cdot e^{-\lambda \cdot \left(t_{i+1} - t_i\right)}\right\} \cdot e^{-\lambda \cdot \left(t_{i+2} - t_{i+1}\right)};$$

$$L_3\left(t_{i+2} - t_i\right) = \left\{\left(\frac{2}{\lambda^2} - \frac{2 \cdot t_{i+1}}{\lambda + t_{i+1}^2}\right) - \left(\frac{2}{\lambda^2} - \frac{2 \cdot t_i}{\lambda} + t_i^2\right) \cdot e^{-\lambda \cdot \left(t_{i+1} - t_i\right)}\right\} \cdot e^{-\lambda \cdot \left(t_{i+2} - t_{i+1}\right)}; \tag{15}$$

$$\begin{gathered} L_4\left(t_{i+2} - t_i\right) = \{2 \cdot \left(t_{i+2} - t_{i+1}\right)^3 + t_{i+1} + \frac{3 \cdot [\frac{2}{\lambda^2} - t_{i+1} \cdot \left(t_{i+1} - 2\right)]}{\lambda} - \\ - [2 \cdot \left(t_{i+1} - t_i\right)^3 + t_i^3 + 3 \frac{\cdot \left(\frac{2}{\lambda^2} - t_i \cdot \left(t_i - 2\right)\right)}{\lambda}] \cdot e^{-\lambda \cdot \left(t_{i+1} - t_i\right)}\} \cdot e^{-\lambda \cdot \left(t_{i+2} - t_{i+1}\right)} \end{gathered}$$

Остальные выражения для параметров, входящих в (13) и(14), можно получить из (15) путем замены аргументов. Так, например, $L_1\left(t_{i+2}-t_{i+1}\right)$ получаем из первого равенства(15) заменой в нем t_i на t_{i+1}, а t_{i+1} – на t_{i+2}. Параметры L_2, L_3, L_4 с аргументами, отличными от тех, которые содержатся в выражениях (13) и (14), получаются аналогичным путем. Первые два значения напряжения для моментов времени t_1 и t_2 можно вычислить непосредственно из соотношения (5). При этом интегралы, входящие в это соотношение, можно определить по формулам (10)…(15), полагая в них $i = 0$ и $t_0 = 0$.

Таким образом, зная значение параметров a, b, c, k, μ, λ, w, уравнение мгновенной термомеханической поверхности и изменяя i от 1 до N, можно, пользуясь рекуррентными формулами (9)…(15), определить весь процесс изменения напряжений по известному закону изменения деформации и температуры. Точность расчетов можно повысить, уменьшая величины изменения деформации и температуры на этапе, т.е. разбивая процесс нагружения на большее число этапов. Вместе с тем, большое число этапов приведет к быстрому росту объема математических процедур, что ограничивает область использования данного метода процессами, исследование которых на основе формул (9)…(15) дает приемлемую точность при небольшом количестве этапов. В остальных случаях целесообразно использовать численные методы. В частности, для поставленной краевой задачи термопластичности была разработана экспериментально-аналитическая методика. По этой методике информацию о деформированном состоянии исследуемой области предлагается получать, используя метод муар, который фиксирует только пластические деформации и, следовательно, позволяет выявить область, в которой происходит выделение тепла, обусловленное работой пластической деформации. Базируясь на данных, полученных с использованием метода муар, можно перейти к определению параметров напряженного состояния, учитывая, что теория ОМД устанавливает следующую взаимосвязь между скоростью деформации и компонентами девиатора напряжений:

$$\sigma_z - \sigma_m = 2G'' \cdot \xi_z; \quad \sigma_r - \sigma_m = 2G'' \cdot \xi_r; \quad \sigma_\Theta - \sigma_m = 2G'' \cdot \xi_\Theta; \quad \sigma_{rz} = 2G'' \cdot \xi_{rz}, \tag{16}$$

где: σ_m – гидростатическое давление, $G'' = \dfrac{\sigma_i}{3\xi_i}$.

При наличии только деформационного упрочнения, что характерно для холодной деформации, эти соотношения позволяют, используя гипотезу единой кривой, определить параметры напряженного состояния по кривым упрочнения для исследуемого металла. При полугорячей обработке необходимо учитывать и скоростную зависимость прохождения процессов упрочнения и разупрочнения в деформируемом теле, а также историю всего процесса нагружения. Для установления этой зависимости предлагается использовать положения теории наследственности, которая устанавливает взаимосвязь между напряжением и деформацией с учетом скорости и истории протекания процесса нагружения в виде (2). Ядро релаксации и функцию $\varphi\left[\varepsilon(t), T(t)\right]$ предлагается аппроксимировать в виде (3) и (4). Параметры, входящие в (3) и (4), а также уравнение мгновенной термомеханической поверхности предлагается определять из экспериментов на динамическую осадку и релаксацию. С этой целью были разработаны методики испытаний цилиндрических образцов на динамическую осадку при фиксированных температурах и на динамическую релаксацию при фиксированных значениях деформации и температуры. Для проведения этих испытаний была разработана конструкция динамического пластометра. По результатам испытаний строятся кривые мгновенного упрочнения и определяются параметры релаксации.

Процессы полугорячей объемной штамповки характеризуются наличием нестационарного температурного поля, который меняется во времени и по очагу деформации и закон изменения которого заранее не известен. По предложенной методике исследуемый процесс разбивается на N этапов и на каждом из этапов принимается гипотеза о постоянстве температуры за исследуемый интервал времени, т.е. процесс нагружения идет без теплообмена и тепловыделения.

В результате уравнение теории наследственности примет следующий вид:

$$\sigma\left(t_i\right)=\varphi\left[\varepsilon_1,T_1\right]-\int_0^{t_1} R\left(t_1-\tau\right)\cdot\varphi\left[\varepsilon(\tau),T_1\right]d(\tau)+\left\{\varphi\left[\varepsilon_2,T_2\right]-\varphi\left[\varepsilon_1,T_2\right]\right\}-$$

$$-\int_{t_1}^{t_2} R\left(t_2-\tau\right)\cdot\varphi\left[\varepsilon(\tau),T_2\right]d(\tau)+\ldots+\left\{\varphi\left[\varepsilon_i,T_i\right]-\varphi\left[\varepsilon_{i-1},T_i\right]\right\}-\int_{t_{i-1}}^{t_i} R\left(t_i-\tau\right)\cdot\varphi\left[\varepsilon(\tau),T_i\right]d(\tau)= \quad (17)$$

$$=\sum_{i-1}^{N}\left\{\varphi\left[\varepsilon_1,T_1\right]-\varphi\left[\varepsilon_{i-1},T_i\right]\right\}-\sum_{i=1}^{N}\int_{t_{i-1}}^{t_i} R\left(t_i-\tau\right)\cdot\varphi\left[\varepsilon(\tau),T_i\right]d(\tau);$$

при i = 1 $\left\{\varphi\left[\varepsilon_i,T_i\right]-\varphi\left[\varepsilon_{i-1},T_i\right]\right\}=\varphi\left[\varepsilon_i,T_i\right]$.

Предлагаемое уравнение позволяет определить значение напряжения текучести в рассматриваемой материальной точке исследуемого объема при наличии информации о полях деформаций и температур в исследуемой области.

Для расчета температурного поля используется уравнение теплопроводности

$$\rho\cdot c\frac{dT}{dt}=div(k\cdot grad\ T)+q_G^{''}, \quad (18)$$

где: k – коэффициент теплопроводности;

ρ – плотность тела;

c – удельная теплоемкость;

$q_G^{''}$ - интенсивность внутреннего тепловыделения в единице объема.

Численное решение уравнения нестационарной теплопроводности определяется по явной схеме. При этом предполагается, что деформация на этапе идет без теплопроводности и тепловыделения за промежуток времени Δt, вслед за которым идет такой же промежуток времени Δt, в течение которого происходит теплопередача с помощью теплопроводности. Это допущение позволяет принять значение температуры в каждой материальной точке исследуемого объёма постоянной на этапе и дает учесть влияние температуры на историю нагружения деформируемого тела в уравнении теории наследственности.

Влияние тепловыделения от работы пластической деформации и сил трения на температурное поле учитывается в следующем виде:

$$T\ =\ T_0+\Delta T=T_0+\frac{Q_p}{c\cdot\rho}+\frac{Q_m}{c\cdot\rho}; \quad (19)$$

где: T_0 - начальная температура;

c – мгновенная удельная теплоемкость;

ρ – удельный вес материала;

Q_p - удельная тепловая энергия, образующаяся в процессе пластической деформации;

$Q_ò$ - удельная тепловая энергия, выделяемая в паре трения деформируемый металл-инструмент.

Выводы

1. Предлагается процессы, происходящие в металле при полугорячей обработке давлением, формализовать на основе нелинейной теории наследственной среды, устанавливающей взаимосвязь между напряжениями и деформациями.

2. Разработана поэтапная экспериментально-аналитическая методика исследования напряженно-деформированного состояния заготовки при полугорячем выдавливании, позволяющая учесть зависимость деформации от температуры заготовки и инструмента, тепловых

эффектов, степени и скорости деформации.

3.Реализация данной методики позволяет определить напряженно-деформированное состояние исследуемой области с учетом истории нагружения, степени и скорости деформации, нестационарного температурного поля и наличия тепловых источников, т.е. получить решение поставленной в [1] краевой задачи.

Литература

1. Пыжов В.В, Шлыкова А.В. Определение напряженно-деформированного состояния пластически деформируемого тела применительно к процессам полугорячего прямого выдавливания и редуцирования в конические матрицы./Известия МГТУ «МАМИ» №1(15), 2013, т2.
2. Пространственные задачи термопластичности. / Шевченко Ю.Н. и др. - Киев: Наукова думка, 1980. 264 с.

Анализ способов расчета пружинения листовых материалов

Сапрыкин Б.Ю.
Университет машиностроения
kiod@mami.ru

Аннотация. Статья посвящена обзору научной литературы по проблеме пружинения. В нем представлены работы, посвященные анализу и теоретическому обоснованию пружинения. Представлены классические методы расчета пружинения, которые используются при его прогнозировании. Приводятся также и современные работы, посвященные проблеме пружинения, математический анализ, экспериментальные исследования, в том числе посвященные пружинению многослойных материалов.

Ключевые слова: Изгиб листа, пружинение, остаточные напряжения, многослойные материалы, изгибающий момент

При изготовлении деталей методом гибки возникает проблема, связанная с изменением угла и радиуса готовой детали. После снятия нагрузки угол изогнутой детали изменяется по сравнению с углом инструмента из-за упругой энергии, запасенной в процессе гибки (остаточные напряжения). Этот процесс можно назвать упругим пружинением, или просто пружинением. При этом изменяется угол и радиус кривизны образца. Остаточные напряжения после разгрузки получены для участка с пластической деформацией и их можно представить как [1]:

$$\sigma_0 = \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_T\left(1 - \frac{3y}{s}\right)$$

где: σ_T - предел текучести

s - толщина образца,

y - расстояние между нейтральным слоем и радиусом гибки.

Пружинение можно представить в виде соотношения радиусов[1]:

$$\Delta r = \frac{r}{r'}\ .$$

или разницы между углами [2]

$$\Delta\alpha = \alpha' - \alpha$$

где: r - заданный радиус,

r' - радиус детали,

$\Delta\alpha$ -угол пружинения,

α -угол гиба,

α' -угол образца после разгрузки.