# *Расчетно – теоретический анализ ультразвукового воздействия на загрязнения обратноосмотической мембраны*

д.т.н. проф. Гонопольский А.М., Стомпель С.И., Ph. D. Ладыгин К.В.
*Университет машиностроения*
*ООО «Безопасные технологии», Санкт-Петербург*
*amgonopolsky@mail.ru*

*Аннотация*. Рассмотрен процесс ультразвукового воздействия на загрязнения обратноосмотической мембраны.

Ключевые слова: *фильтрация, обратный осмос, ультразвуковая обработка*

Применение ультразвуковой обработки в сочетании с традиционными приемами очистки поверхностей технологических аппаратов [1, 2] позволяет решить многие проблемы, возникающие при эксплуатации инженерно-экологических систем, в том числе, удаление образующихся слоев на их рабочих поверхностях. При наличии колебаний давления стока имеющего плотность $\rho_1$ вблизи поверхности возможны резонансные колебания пограничного слоя на ней, которые могут привести к его срыву и, как результат, к интенсификации гидродинамических, фильтрационных и массообменных процессов. Для анализа этого явления применительно к обратноосмотическим технологиям, рассмотрим осажденную на поверхность мембраны единичную жидкую сферическую частицу радиуса R, плотностью $\rho_2 \geq \rho_1$, при скольжении ее под влиянием волн УЗ-давления P относительно объема воды в пограничном слое на мембране. Будем считать в первом приближении, что плотность потока очищаемого стока $\rho_1$ (однородная по всей площади мембраны) пульсирует периодически и синхронно со скоростью частицы.

Пусть Û – модуль полной скорости части на поверхности мембраны относительно потока. Тогда Û = V+V', где V – постоянная составляющая скорости, V' – пульсационная составляющая скорости.

Для данного случая потенциал Ф пульсирующей скорости возмущенного движения частицы и окружающей частицу среды удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right)+\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\Phi}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\varphi^2}=0 \qquad (1)$$

здесь r, θ, φ – сферические координаты.

При этом скорости возмущения связаны с Ф – соотношениями его определяющими

$$\upsilon_r=\frac{\partial\Phi}{\partial r};\ \upsilon_\varphi=\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi};\ \upsilon_\theta=\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\theta}. \qquad (2)$$

Давление определяется интегралом Лагранжа-Коши, который для малых возмущений скоростей имеет вид

$$\frac{p}{\rho}=-\frac{\partial\Phi}{\partial t}-\frac{\upsilon^2}{2};\ \upsilon^2=\upsilon_r^2+\upsilon_\varphi^2+\upsilon_\theta^2, \qquad (3)$$

где t – время. Решения (2) будем искать в виде

$$\Phi_1(r,\varphi,\theta,t)=u_1(r,\varphi,\theta)\cdot T_1(t);\ \Phi_2(r,\varphi,\theta,t)=u_2(r,\varphi,\theta)\cdot T_2(t), \qquad (4)$$

где индексы 1, 2 относятся к стоку и частицам загрязнений соответственно:

u, T – модельные функции.

В качестве граничных условий рассмотрим непрерывность нормальных составляющих

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial r} = \frac{\partial \Phi_2}{\partial r} \text{ при } r = R \tag{5}$$

и равенство разности давлений внутри $P_1$ и вне $P_2$ сферы поверхностному натяжению

$$\sigma H = p_1 - p_2, \tag{6}$$

где σ – коэффициент поверхностного натяжения, H – средняя кривизна возмущенной поверхности частицы, которая в соответствии с уравнением Пуассона может быть записана в виде

$$H = -\frac{2}{R^2}\xi - \frac{1}{R^2}\left\{\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\xi}{\partial\theta} + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2\xi}{\partial\varphi^2}\right)\right\}, \tag{7}$$

где ξ – радиальное смещение поверхности, определяемое соотношением:

$$\frac{\partial\xi}{\partial t} = T_1\frac{\partial u_1}{\partial r} \text{ при } r = R. \tag{8}$$

Так как в соответствии с (3) при сохранении осевой симметрии частицей

$$\frac{p_1}{\rho_1} = -u_1T_1' - \frac{T_1}{2}\left(\frac{\partial u_1}{\partial r}\right)^2;\ \frac{p_2}{\rho_2} = -u_2T_2' - T_2\left(\frac{\partial u_2}{\partial r}\right)^2 \tag{9}$$

(штрихом обозначено дифференцирование по t), то из (8) и (9) следует, что

$$\frac{\partial u}{\partial r}T_1 = T_2\frac{\partial u_2}{\partial r} \text{ при } r = 0 \text{ и}$$

$$\rho_1u_1T_1' - \frac{T_1}{2}\left(\frac{\partial u_1}{\partial r}\right)^2 + \rho_2u_2T_2' + T_2\left(\frac{\partial u_2}{\partial x}\right)^2 = \sigma H \text{ при } r = R. \tag{10}$$

Преобразуем граничные условия. Учитывая, что

$$\frac{\partial\xi}{\partial t} = \upsilon_r = \frac{\partial\Phi}{\partial t}$$

продифференцируем выражение (7) при r=R с учетом (10)

$$H' = \frac{\partial}{\partial r}\left\{-\frac{2\Phi_2}{R^2} + \frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\Phi_2}{\partial r}\right)\right\} = \left(\frac{\partial^3u_2}{\partial r^3} + \frac{4}{R}\frac{\partial^2u_2}{\partial r^2}\right)T_2 \tag{11}$$

Подставив этот результат в продифференцированное выражение (10) получим

$$-\frac{\rho_1u_1\dfrac{\partial u_2}{\partial r}T_2''}{\dfrac{\partial u}{\partial r}} + \rho_2'u_2T_2 + \rho_2u_2T_2' + \frac{T_2'}{2}\left[-\rho_1\frac{\partial u_2}{\partial r}\cdot\frac{\partial u_1}{\partial r} + \rho_2\left(\frac{\partial u_2}{\partial r}\right)^2\right] +$$

$$+\frac{T_2}{2}\left[-\rho_1u_2\frac{\partial^2u}{\partial r^2}\cdot\frac{\partial u_2}{\partial r} + \rho_2'\left(\frac{\partial u_2}{\partial r}\right)^2 + 2\rho_2u_2\frac{\partial u_2}{\partial z}\cdot\frac{\partial^2u_2}{\partial z^2}\right] = \tag{12}$$

$$= \sigma T_2\left[\frac{\partial^3u_3}{\partial r^3} + \frac{4}{R}\cdot\frac{\partial^2u_2}{\partial r^2}\right]$$

Для рассматриваемого случая решение может быть представлено в виде двух взаимодействующих сферических функций [2]:

$$u_1 = \left(\frac{r}{R}\right)^n S_{mn};\ u_2 = \left(\frac{r}{R}\right)^{-n-1} S_{mn}, \tag{13}$$

где S – поверхностная сферическая функция, m, n – собственные числа. Подставляя (13) в (12), получим уравнение для $T_2$

$$\begin{gathered}\left[\rho_1(n+1)+\rho_2 n\right]T_2'' + \rho_2' n T_2' + \frac{\sigma}{R^3}(n+2)(n+1)n(n-1)T_2 T_2' \,\frac{\rho_1(n+1)n+\rho_2(n+1)^2}{R^2} + \\ + \frac{T_2}{R^3}\left[(n+2)(n+1)\left[-2(n+1)\rho_2 - n\rho_1\right] + n\left(n^2-1\right)\rho_1 + (n+1)^2\rho_2' R\right] = 0 .\end{gathered} \tag{14}$$

Обозначим отношение плотностей через ρ и будем, как и ранее полагать, что ρ – гармоническая функция времени, т.е.

$$\rho = \rho_0\left(\varepsilon_{\cos\omega t}\right), \tag{15}$$

где $\rho_0$ – отношение средней по времени плотности потока к плотности частиц; ε – безразмерная амплитуда малых колебаний плотности среды, ω – круговая частота накладываемых колебаний плотности.

Заменой переменных $Z(x) = T\sqrt{\rho n + n + 1}$, приведем уравнение (14) к виду

$$z'' + kz' + yz = 0 . \tag{16}$$

Здесь

$$Y = \frac{\sigma n(n+1)(n+2)}{\rho_0 R^3 \omega^2} + \frac{\rho_0 n\varepsilon}{2(n+1)}\cos\omega t - \frac{n^3\rho_0\varepsilon}{2R^2(n+1)}\sin\omega t . \tag{17}$$

В соответствии с заменой переменных, штрихом обозначено дифференцирование по $x$. Еще одной заменой переменных $z(x) = \eta(\nu)$, $x = \cos^2\nu$ уравнение (16) приводится к виду

$$\eta'' - 2\left(a\cos^2\nu + b\right)\eta = 0, \tag{18}$$

где $b = \dfrac{2(n-1)n(n+2)}{\rho_1 R^3}\sigma + \dfrac{n^2}{R^2}$; $a = \dfrac{\rho_0 n\varepsilon}{n+1} + \dfrac{\nu n^3\rho_0\eta}{R^2(n+1)}$.

Так как η – есть периодическая функция времени, то уравнение (18) представляет собой частный случай уравнения Хилла – уравнение Матье. Этого результата следовало ожидать, ибо, как показано в [4], задача исследования устойчивости периодических решений нелинейных систем всегда приводит к уравнению Хилла. Следовательно, колебания поверхности загрязненной мембраны в потоке будут происходить устойчиво, (без разрыва, т.е. без разрушения осажденного слоя), если все решения (18) ограничены для всех положительных t и будет происходить срыв осажденной на мембране частицы в поток, если хотя бы одно решение (18) неограниченно.

Решения (18), обладают тем свойством, что они умножаются на константу при ν, изменяющемся на величину периода ψ, т.е.

$$\eta(\upsilon) = Z(x) = Z(x+\psi) = xz(z),\ x = const$$

при всех z.

Такие решения называют нормальными. В рассматриваемом случае в соответствии с [5] общее решение (18) представляет собой сумму нормальных решений, которые в свою очередь могут быть записаны, как произведения экспоненциальной функции и периодической функции с периодом ψ [5]

$$Z = c_1 e^{\mu x}\varphi(x) + c_2 e^{-\mu x}\varphi(x), \tag{19}$$

где φ(x) – периодическая функция; μ – характеристический показатель, зависящий от параметров «a» и «b», и определяющий характер решения.

При исследовании устойчивости колебаний частицы загрязнения на поверхности мембраны обратимся к диаграмме устойчивости решений уравнения Матье [3, 4]. Как известно, области устойчивости на этой диаграмме соприкасаются между собой в точках $a=b^2/4$; $\dot{g}=0$ (b=0, 1, 2,…, n). Эти точки соответствуют линейно независимым периодическим решениям типа

$$Z_1(x) = \sin\frac{bx}{2};\ Z_2(x) = \cos\frac{bx}{2}. \tag{20}$$

При Z=0 все остальные периодические решения (20) стремятся к выражениям, отличающимся от (20) лишь постоянным множителем. Из (20) следует, что

$$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{4} + \pi n. \tag{21}$$

Этому значению x, как показано в [5], соответствует соотношение, которое справедливо для точек на границах областей устойчивости решений уравнений Матье. Для этих точек значение характеристического показателя соответствует

$$\mu_{\max} = -\frac{1}{2}\overline{q} + \frac{3}{128}\overline{q^3} \approx -\frac{1}{2}\overline{q}. \tag{22}$$

Естественно, что разрушение слоя осажденных на мембране частиц возникает при резонансных колебаниях среды и самих частиц, а эти последние имеют собственную круговую частоту в соответствии с [6]

$$w_p \approx \sqrt{\frac{\sigma}{p_1 R^3}}\sqrt{n(n-1)(n+1)}. \tag{23}$$

Оценить время распада частицы можно, зная скорость нарастания колебаний ее поверхности Z. При этом нас интересует Z, соответствующее условиям резонанса.

Так как радиальное смещение поверхности частицы можно записать в виде

$$\xi \sim e^{\mu x} = e^{zt}, \text{ то } Z = \mu\omega. \tag{24}$$

Откуда следует, что $Z_{\max} = \omega_{\text{p}}\mu_{\max}$. Следовательно, как было отмечено в [7], в условиях резонанса собственных колебаний и внешнего потока, чем выше форма колебаний, т.е. чем больше n, тем быстрее распадается слой осажденных на мембране частиц. В соответствии с (24), используя (16), выражение для оценки времени распада слоя можно записать как

$$t_{\text{расч}} = -\frac{1}{Z_{\max}}\ln\frac{\xi_{0\max}}{R} = -\frac{\ln\xi_{0\max}}{Z_{\max}}, \tag{25}$$

где $\xi_0$ – отклонение поверхности частицы до начала колебаний.

В безразмерном виде выражение (25) можно представить как

$$\tau_{\text{расп}} = -\frac{\ln\xi}{\sqrt{n(n-1)(n+1)(n+2)\left(\frac{\rho_0 n\varepsilon}{n+1} - \frac{n_3 M_3 \varepsilon\omega}{R^2(n+1)}\right)}}, \text{ где } \tau_{\text{расп}} = t\sqrt{\frac{\sigma}{\rho_1 R^3}}. \tag{26}$$

Выражения (25) и (26) позволяют определить отношение времени распада слоя осажденных частиц к периоду колебаний внешнего потока на резонансной частоте

$$\frac{t_{\text{расч}}}{\mathrm{T}} = \frac{n+1}{2\pi n} \cdot \frac{\ln \xi_{0\max}}{\rho_0 n \varepsilon \left(1 - \omega n^2 / R^2\right)}. \tag{27}$$

Отметим, что $\xi_0 = \xi_{0\max}$, только для твердой сферической частицы. Что же касается жидкой частицы в воде, то по мере того, как происходит ее осаждение, жидкая частица приобретает характерную плоскую форму. При этом $\xi_0$max может рассматриваться, как функция разности скоростей фаз, лобового сопротивления частицы, ее начального радиуса и теплофизических свойств.

В работах [8, 9] показано, что для капельных маловязких жидкостей изменение формы частицы, т.е. $\xi_{0\max}$ хорошо аппроксимируется экспериментальным соотношением

$$\xi_{0\max} = \exp\left[0{,}03(2We)^{1,5}\right],$$

где $We$ – число Вебера. Тогда

$$\frac{t_{\text{расч}}}{\mathrm{T}} \approx \frac{0{,}133(n+1)We^{1,5}}{\rho_0 n \varepsilon \alpha_* \left(1 - M^2\right)},$$

где $\alpha_* = const$.

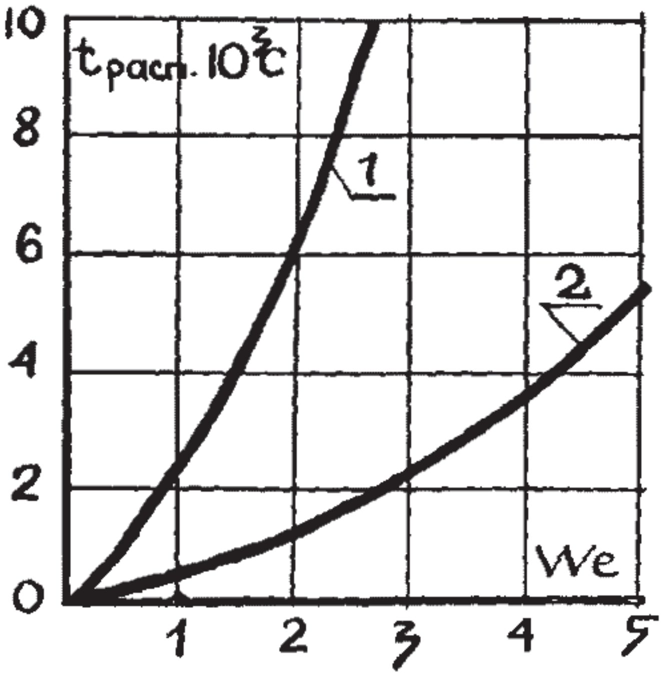


**Рисунок 1. Зависимость времени дробления t частиц, осажденных в порах обратноосмотической мембраны от числа Вебера в пульсирующем потоке воды: 1 – радиус поры R=$10^{-4}$ м, 2 – радиус поры R=- $10^{-6}$ м.**

Рассмотрим в качестве иллюстрации к изложенному, результаты расчета зависимости $t_{\text{расп}}$ от We при условии, что жидкие осажденные на мембрану частицы распадаются по крайней мере на две части, т.е. n=2

Результаты расчета, для частиц, осажденных из рассола на поверхность обратноосмотической мембраны высокого давления, приведены на рисунке 1.

Если учесть, что для выпускаемых промышленностью мембранных картриджей в их объеме находится одномоментное количество фильтрата около 1 дм$^3$, то $t_{\text{преб.}}$ можно оценить в ~ $10^{-3}$с. Размеры осажденных частиц будем полагать равными размерам пор обратноосмотической мембраны R≈$10^{-4}$ – $10^{-6}$ м. Следовательно, при (We>2,5) все частицы гарантированно подвергнутся однократному срыву с осажденного слоя.

Оценим теперь размеры частиц, подвергающихся УЗ – воздействию при разрушении осажденного слоя. Так, как при фильтрации стока на обратноосмотических мембранах температура должна быть близка к комнатной, свойства стока близки к свойствам воды ($\rho$=1 000 кг/м$^3$, $\sigma$=1,5·10$^4$н/м$^2$), то при скорости потока $V_0$= 0,01 – 0,05 м/с, для частиц имеющих характерный размер R≈10$^{-4}$ – 10$^{-6}$ м, частоты обеспечивающие срыв частицы находятся в интервале 10 – 25 кГц.

Отметим, что дробление слоя частиц, возникающее в том случае, если инерционные силы превосходят поверхностное натяжение, происходит при We = (5÷7) , следовательно, при выбранных параметрах пульсационное дробление слоя весьма существенно влияет на процесс фильтрации.

**Литература**


1. Систер В.Г., Гонопольский А.М., Кривобородова Е.Г. К вопросу очистки сточных вод от тяжелых металлов //Безопасность в техносфере, №1/2007, январь-февраль, с. 36-42
2. Систер В.Г., Гонопольский А.М., Карпова Е.В. Критериальное обобщение результатов экспериментальных исследований процесса реагентной флотации в акустическом поле// Сборник научных трудов МГУИЭ. Инженерная экология: Проблемы города, промышленности, подготовки кадров,- М., 2006 г.
3. Гонопольский А.М. Влияние пульсаций потока плазмы на качество покрытий при плазменном напылении. Тр. ВНИИ Автогенмаш: Качество и эффективность автогенного оборудования и процессов. М., ЦИНТХИМНЕФТЕМАШ, 1982, стр. 33-40
4. Стокер Дж. Нелинейные колебания в механических и электрических системах. -М.: ИЛ. 1953, с 185
5. Стретт М.-Д.О. Функции Ламе, Матье и родственные им в физике и технике. Харьков, ИФТЛ. 1935.
6. Ламб Г. Гидродинамика. М., ОТИЗ, 1947
7. Бородин В.А. и др. Распыливание жидкостей. М., Машиностроение, 1967.
8. Раушенбах Б.В. Физические основы рабочего процесса в камерах сгорания воздушно-реактивных двигателей. Л., Машиностроение, 1964
9. Неустойчивость горения в ЖРД. Сб. статей под ред. Харрье Уотерсона (перевод с англ.) М., Мир, 1975


## *Утилизация органических отходов на основе производства биогаза*


д.т.н. проф. Щербаков В.И.[1], к.т.н. проф. Гогина Е.С.[2], к.т.н. проф. Щукина Т.В.[1], Кузнецова Н.В.[1]

*[1]ФГБОУ ВПО «Воронежский ГАСУ»*

*[2]ФГБОУ ВПО «МГСУ»,*

*scher@vgasu.vrn.ru, , iesm@mgsu.ru, Schukina.niki@yandex.ru, polecat_3@mail.ru*



*Аннотация*. Оцениваются ресурсы сырья необходимого для производства альтернативного топлива. Для определения эффективности возможной конверсии предложено уравнение материального баланса, результатом решения которого является концентрация метана в получаемом биогазе. Прогнозируется дальнейшее совершенствование существующих конструкций метантенков, повышающее степень переработки отходов при условии минимального энергопотребления.



*Ключевые слова: органические отходы, метантенки, биогаз.*


Внедряемые технологии утилизации органических отходов позволяют перерабатывать различные виды сырья: навоз, птичий помет, бытовые сточные воды, зерновая и меласная после спиртовая барда, свекольный, фруктовый, ягодный и овощной жом, травяной силос,