

5. Scott G. Aguilar «Development of new small passenger car turbocharger», SAE TECHNICAL PAPER SERIES № 2005-01-4258, 2006.

## ***Результаты исследования разработанной математической модели взаимодействия эластичного колеса с деформируемой опорной поверхностью при установленномся прямолинейном качении***

к.т.н. проф. Лепешкин А.В., Круглов С.М., Петров С.Е., к.т.н. доц. Пхакадзе С.Д.

Университет машиностроения  
(495) 223-05-23, доб. 1426, [lep@mami.ru](mailto:lep@mami.ru)

**Аннотация.** В статье приводятся результаты исследования разработанной математической модели взаимодействия эластичного колеса с деформируемой опорной поверхностью при установленномся прямолинейном качении, которая позволяет по известной вертикальной нагрузке на колесо, продольной скорости его оси и величине угловой скорости вращения определить продольную составляющую усилия, передаваемого колесом на остов машины, и момент, реализуемый колесом при взаимодействии с опорной поверхностью. Кроме этого, по результатам моделирования определяются тягово-энергетические показатели эффективности ведущего колеса в рассмотренных условиях.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, взаимодействие эластичного колеса с деформируемой опорной поверхностью, параметры взаимодействия, тягово-энергетическая эффективность

В данной статье приведены данные научных исследований, полученные при выполнении Соглашения № 14.B37.21.0290 от 27 июля 2012 г. на поисковые НИР для государственных нужд по заданию Министерства образования и науки РФ на 2010 – 2012 гг. в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009 – 2013 гг.

Исследуемая в данной статье математическая модель взаимодействия эластичного колеса с деформируемой опорной поверхностью, полученная на основании математического описания, приведенного в работе [4], предназначена для использования в математической модели движения многоприводной колесной машины с бесступенчато регулируемой «интеллектуальной» трансмиссией, обеспечивающей индивидуальный подвод мощности к каждому ее колесу.

На основании этого математического описания была разработана соответствующая математическая модель в виде программного модуля, написанного на языке Fortran в среде Compaq Visual Fortran под Windows. На этот программный модуль получено Свидетельство о регистрации электронного ресурса № 19476 от 11.09.2013 в Объединенном фонде электронных ресурсов «Наука и образование» [5].

Целью создания этой модели является проведение исследований, обосновывающих методику разработки систем автоматического адаптивного управления (СААУ) режимом работы вышеназванных трансмиссий.

В связи с этим главным требованием к математической модели взаимодействия колеса с опорной поверхностью является обеспечение возможности оценки параметров, характеризующих работу этого колеса в зависимости от свойств шины и опорной поверхности, а также режима работы привода.

Для решения поставленной задачи в математической модели [5] обеспечивается возможность определения по известной вертикальной нагрузке  $R_z$  на ось колеса, продольной скорости  $V_x$  движения оси и величине угловой скорости его вращения  $\omega_k$  продольной составляющей  $R_x$  усилия, передаваемого колесом на остов машины, и момента  $M_k$ , реализуемого на оси этого колеса.

Анализ адекватности разработанной математической модели моделируемым процессам

проводился путем сравнения результатов расчетов, полученных с использованием разработанной модели, с соответствующими данными, известных из опубликованных материалов экспериментальных исследований, например приведенных в работах [1, 2 и др.].

Для достижения этой цели выполнено математическое моделирование качения эластичного колеса марки 1300\*530-533 по четырем вариантам горизонтальных деформируемых опорных поверхностей с условными названиями: «суглинок», «песок», «заболоченный луг» и «снег» при температуре -5°C. Принятые при моделировании значения параметров, характеризующих физические свойства этих опорных поверхностей, приведены в таблице 1. Эти значения выбраны из данных, приведенных в работах [1, 2].

Таблица 1.

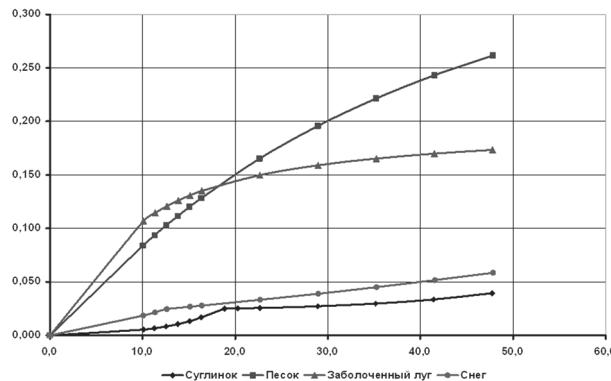
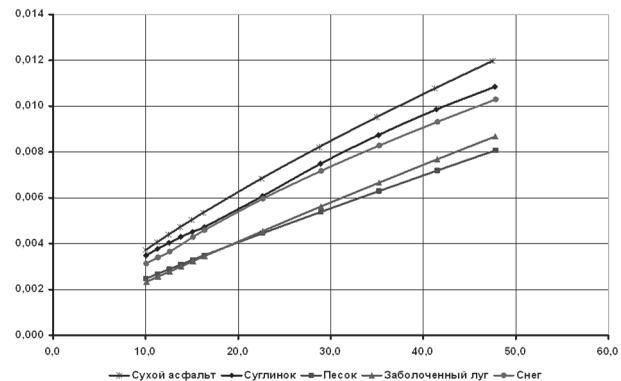
**Значения параметров, характеризующих физические свойства рассматриваемых опорных поверхностей**

Опорная поверхность	$\rho$ [кг/м <sup>3</sup> ]	$E$ [МПа]	$\Phi_0$ [град]	$c_0$ [МПа]	$H_g$ [м]
суглинок	1300,0	17,9	24,00	0,056	0,5
песок	1650,0	3,5	34,00	0,0008	0,5
заболоченный луг	1200,0	1,5	15,00	0,006	0,2
снег при -5°C	400,0	1,8	21,80	0,07	0,3

Параметры эластичного колеса марки 1300\*530-533 взяты из работы [3].

Условия функционирования колеса при моделировании, кроме параметров опорной поверхности, задавались следующими величинами: давление воздуха в шине –  $p_w = 0,3$  МПа, вертикальная составляющая нагрузки на ось колеса  $R_z$  в диапазоне от 0 до 55 кН, продольная скорость движения оси  $V_x$  от 1,3 м/с до 6,87 м/с, угловая скорость вращения колеса  $\omega_k$  соответственно от 2,24 до 11,81 рад/с.

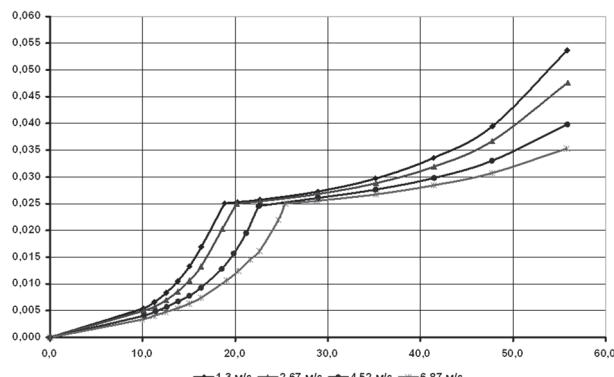
На рисунках 1 и 2 приведены графики, характеризующие изменение нормальной деформации  $h_g$  грунта и нормального прогиба  $h_z$  шины в функции от нормальной нагрузки  $R_z$ , приходящейся на ось колеса, и от величины продольной скорости  $V_x$  оси колеса при ведомом режиме качения.

а) нормальная деформация  $h_g$  [м] грунтаб) нормальный прогиб  $h_z$  [м] шиныРисунок 1. Зависимость нормальной деформации  $h_g$  [м] грунта и нормального прогиба  $h_z$  [м] шины от нормальной нагрузки  $R_z$  [кН] на ось колеса при скорости  $V_x \approx 1,3$  м/с

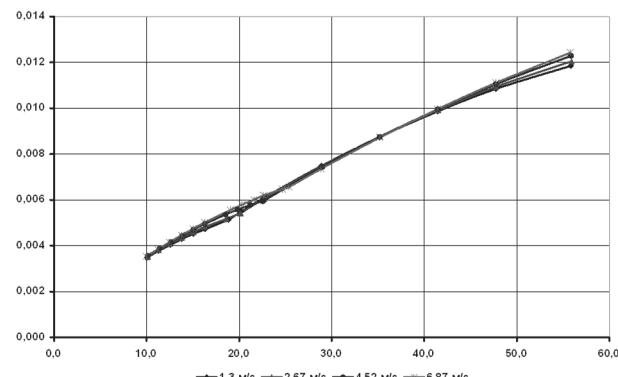
Заметим, что изменение характера зависимости нормальной деформации  $h_g$  грунта от нормальной нагрузки  $R_z$ , приходящейся на ось колеса, наблюдаемое у ряда графиков на рисунках 1,а и 2,а с достижением величины  $h_g = 0,025$  м, обусловлено тем, что в расчетах этому значению принятая высота грунтозацепов шины. Очевидно, что после достижения величи-

## Серия 1. Наземные транспортные средства, энергетические установки и двигатели.

ны этой деформации значительно возрастает площадь контакта шины с опорной поверхностью. Результатом этого является существенное увеличение несущей способности грунта и соответствующее изменение характера рассматриваемой зависимости.



а) нормальная деформация  $h_r$  [м] грунта



б) нормальный прогиб  $h_z$  [м] шины

**Рисунок 2. Влияние продольной скорости  $V_x$  движения оси колеса в условиях «суглинка» на зависимости нормальной деформации  $h_r$  [м] грунта и нормального прогиба  $h_z$  [м] шины от нормальной нагрузки  $R_z$  [кН] колес ее передней оси**

Из графиков, приведенных на рисунке 2, видно, что степень зависимости нормальной деформации  $h_r$  грунта от нормальной нагрузки  $R_z$ , приходящейся на ось колеса, определенное влияние оказывает величина продольной скорости  $V_x$  движения тележки, тогда как степень зависимости нормального прогиба  $h_z$  шины от нормальной нагрузки  $R_z$  от этой скорости практически не зависит. Таким образом, в математической модели сказывается влияние коэффициента динамичности  $K_d$ , характеризующего повышение несущей способности грунта при уменьшении времени действия нагрузки.

Приведенные зависимости (рисунки 1, 2) показывают, что полученные данные в результате математического моделирования ведомого режима качения колеса в принятых условиях не противоречат материалам, приведенным в работах [1, 2], а значит, разработанная модель качественно адекватна моделируемым процессам и может быть использована для дальнейших исследований.

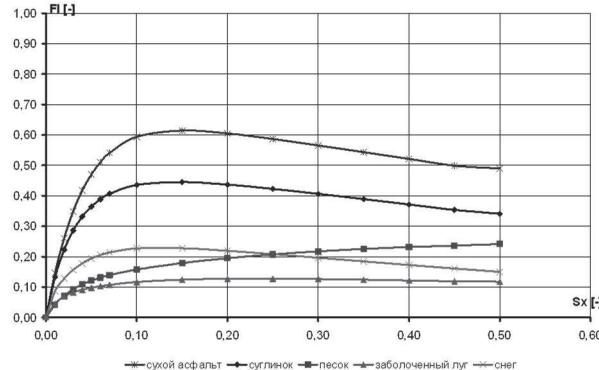
Для анализа адекватности разработанной математической модели в ведущем режиме качения были проведены расчеты при тех же условиях с изменением продольной величины скольжения в пятне контакта колеса с опорной поверхностью  $S_x$  в диапазоне от 0 до 0,5.

На рисунке 3 приведены графики расчетных зависимостей коэффициента  $\Phi_x$  сцепления колеса с опорной поверхностью и коэффициента  $f_\Sigma$  сопротивления его качению от продольного скольжения  $S_x$  при нормальной нагрузке  $R_z = 20$  кН на скорости  $V_x \approx 1,3$  м/с в принятых условиях (для сравнения и при качении по «сухому асфальту»).

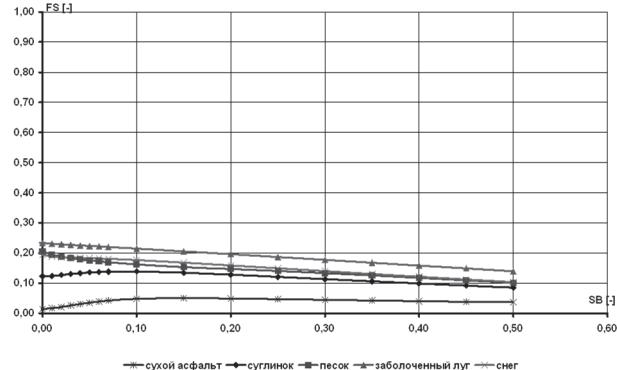
При анализе этих и приведенных далее графиков следует учитывать, что разработанная математическая модель не учитывает процесс фрезерования почвы и соответствующее увеличение глубины образующейся колеи, обусловленное выносом грунта из области контакта. Очевидно, что связанная с этим погрешность математической модели возрастает с увеличением величины продольного скольжения  $S_x$ , а значит, получаемым результатам моделирования с этой точки зрения можно доверять при  $S_x < 0,25$ .

Из анализа графиков на рисунке 3 видим, что каждая из принятых опорных поверхностей имеет свой характер взаимодействия с колесом и этот характер хорошо согласуется с данными, приведенными в работах [1, 2]. Кроме этого, можно отметить, что для опорных поверхностей, обладающих невысокой несущей способностью, характерно в области малых

продольных скольжений  $S_x$  при их возрастании уменьшение коэффициента  $f_\Sigma$  сопротивления качению колеса. Обусловлено это тем, что при принудительном вращении колеса от привода снижается влияние так называемого бульдозерного эффекта, который максимальен для колес в тормозном и ведомом режимах качения.



а) коэффициент  $\Phi_x$  сцепления

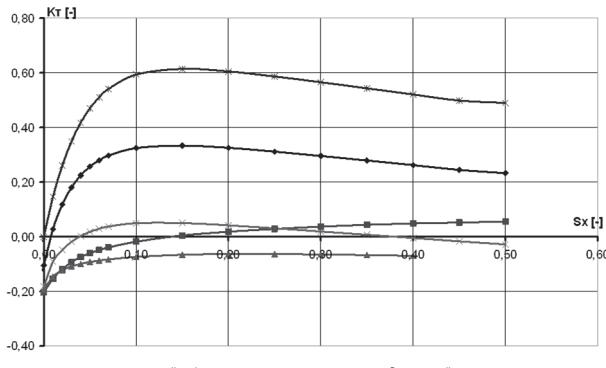


б) коэффициент  $f_\Sigma$  сопротивления качению

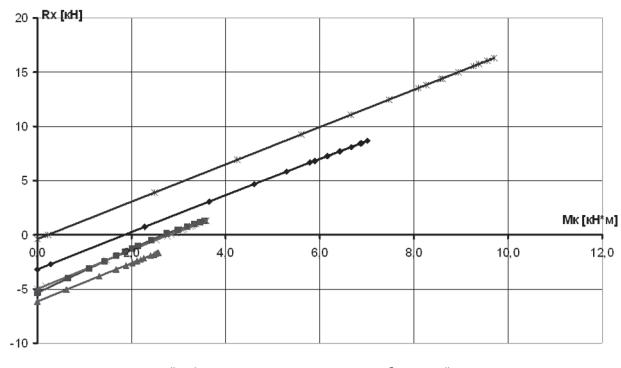
**Рисунок 3. Зависимости коэффициента  $\Phi_x$  сцепления и коэффициента  $f_\Sigma$  сопротивления качению от продольного скольжения  $S_x$  в принятых условиях**

Для характеристики тяговых возможностей ведущего колеса в рассматриваемых условиях наиболее информативны графики, приведенные на рисунке 4. Они получены для тех же условий, что и графики на рисунке 3.

Анализ этих графиков показывает, что из рассмотренных условий качения колесо при движении по «песку» и «снегу» работает на границе проходимости, а при движении по «заболоченному лугу» самостоятельно двигаться не может. В этих условиях имеются также существенные ограничения по величине реализуемого колесом момента  $M_k$ .



а) зависимость коэффициента тяги колеса по сцеплению  $k_t = R_x / R_z$  от продольного скольжения  $S_x$  в пятне контакта



б) зависимость продольной составляющей усилия  $R_x$  от реализуемого момента  $M_k$

**Рисунок 4. Зависимости, характеризующие тяговые возможности ведущего колеса**

Зависимости, приведенные на рисунках 3 и 4, показывают, что полученные в результате математического моделирования значения параметров, характеризующих взаимодействие эластичного колеса с рассматриваемыми опорными поверхностями в ведущем режиме качения, не противоречат материалам, полученным экспериментально и опубликованным в работах [1, 2]. То есть на основании этого можно сделать вывод о том, что из всего многообразия деформируемых опорных поверхностей, по своим характеристикам близких к рассмотренным, существуют такие, которые соответствуют им. Следовательно, разработанная матема-

## Серия 1. Наземные транспортные средства, энергетические установки и двигатели.

тическая модель с этой точки зрения адекватна моделируемым процессам и может быть использована при решении поставленных задач исследований.

Для оценки энергоэффективности эластичного колеса в рассмотренных условиях в модели используются следующие показатели:

- 1) тяговый кпд  $\eta_t$  ведущего колеса, который при  $R_x \leq 0$  принимается равным нулю, а при

$$R_x > 0 \text{ определяется по формуле: } \eta_t = \frac{R_x \cdot V_x}{M_k \cdot \omega_k};$$

- 2) энергетический показатель  $K_{kd}$  эффективности преобразования подведенной к колесу мощности в работу по преодолению сил сопротивления продольному движению, определяющийся в зависимости от режима качения по формулам:

- в ведомом и неопределенном режимах ( $R_x < 0$ ) –  $K_{kd} = \frac{R_{f0} \cdot V_x}{M_k \cdot \omega_k - R_x \cdot V_x},$
- в ведущем режиме ( $R_x > 0$ ) –  $K_{kd} = \frac{(R_{f0} + R_x) \cdot V_x}{M_k \cdot \omega_k},$

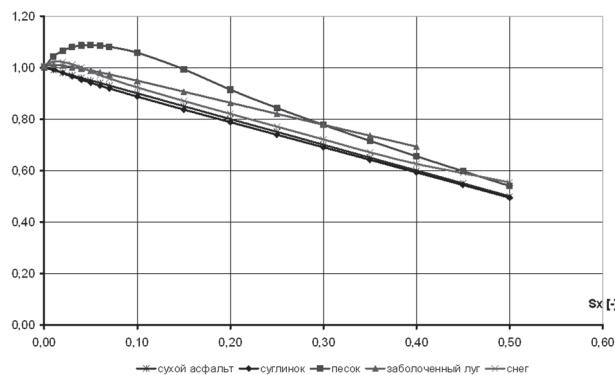
здесь  $R_{f0}$  – сила сопротивления продольному движению колеса в ведомом режиме качения.

Следует отметить, что при вычислении  $K_{kd}$  в ведомом и неопределенном режимах ( $R_x < 0$ ) качения колеса предполагается, что при установленвшемся прямолинейном движении колесной машины недостаток продольного усилия  $R_x$  для самостоятельного продольного движения конкретного ее колеса компенсируется равным этому недостатку толкающим усилием со стороны остова машины. Очевидно, что при ведомом режиме качения  $K_{kd}=1$ , а при ведущем он может стать и больше единицы.

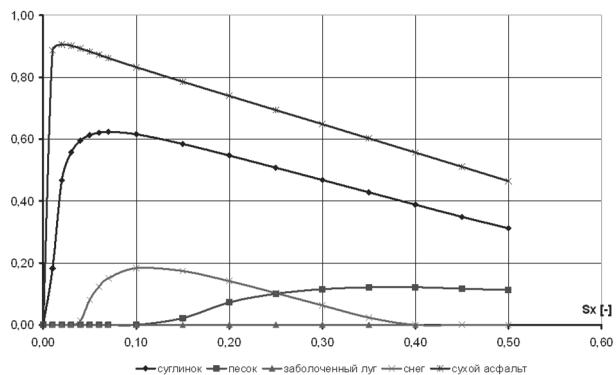
Такой подход при оценке энергоэффективности колеса позволяет учесть мощность, подводимую к колесу не только через трансмиссию, но и от остова машины через его ось.

Заметим, что тяговый кпд  $\eta_t$  ведущего колеса характеризует только насколько эффективно ведущее колесо передает на остов машины мощность, поступившую от привода.

На рисунке 5 приведены графики зависимостей этих показателей энергоэффективности колеса от величины продольного скольжения  $s_x$ , полученные в результате расчета при тех же условиях, что и графики на рисунках 3 и 4.



а) показатель  $K_{kd}$  эффективности преобразования подведенной к колесу мощности



б) тяговый кпд  $\eta_t$  ведущего колеса

Рисунок 5. Зависимости показателя  $K_{kd}$  эффективности преобразования подведенной к колесу мощности и тягового кпд  $\eta_t$  ведущего колеса от продольного скольжения  $s_x$

Из графиков на рисунке 5 видно, что наиболее эффективно передает мощность, подведенную трансмиссией, колесо, катящееся по «сухому асфальту», а эффективнее всего преобразует подведенную мощность в работу по преодолению сил сопротивления продольному движению в рассмотренных условиях колесо, катящееся по «песку». Объяснить это можно тем, что «песок», исходя из принятых данных (см. таблицу 1), обладает максимальной плотностью  $\rho$ , наименьшим внутренним сцеплением  $c_0$  и максимальным углом  $\Phi_0$  внутреннего трения. Вследствие этого данная опорная поверхность по сравнению с другими деформируемыми поверхностями максимально интенсивно снижает силу продольного сопротивления движению колеса при наличии принудительного его вращения от привода, а значит, уменьшает относительную величину потерь энергии при этом.

Что касается преимущества деформируемых опорных поверхностей по сравнению с недеформируемой («сухим асфальтом») по значению показателя  $K_{\text{кд}}$ , то оно объясняется различием зависимостей коэффициента  $f_{\Sigma}$  сопротивления качению эластичного колеса от продольного скольжения  $S_x$  в этих условиях (рисунок 3,б).

### Вывод

Проведенный анализ результатов, полученных с использованием разработанной математической модели, показывает их хорошую согласованность с данными, приведенными в опубликованных материалах соответствующих экспериментальных исследований [1, 2]. Следовательно, это указывает на то, что данная модель качественно адекватна моделируемым процессам и поэтому может использоваться при решении поставленных задач исследований.

### Литература

1. Агейкин Я.С. Проходимость автомобилей. М., «Машиностроение», 1981, 231с.
2. Вольская Н.С. Разработка методов расчета опорно-тяговых характеристик колесных машин по заданным дорожно-грунтовым условиям в районах эксплуатации. Диссертация на соискание уч. ст. д.т.н. Москва, 2008, 370 с.
3. Петрушов В.А., Московкин В.В., Евграфов Ф.Н. Мощностной баланс автомобиля. М., «Машиностроение», 1984, 160с.
4. Лепешкин А.В., Петров С.Е. Аналитический способ оценки результатов взаимодействия эластичного колеса с деформируемой опорной поверхностью при установленном прямолинейном качении. Научный рецензируемый журнал Известия МГТУ «МАМИ». – М., МГТУ «МАМИ», № 2(14), 2012, т. 1. с. 236-244.
5. Лепешкин А.В. Математическая модель работы эластичного колеса при его взаимодействии с ровной деформируемой опорной поверхностью в различных режимах его качения по прямолинейной траектории. Свидетельство о регистрации электронного ресурса № 19476 от 11.09.2013 в Объединенном фонде электронных ресурсов «Наука и образование».

### **Математическая модель работы активной двухосной четырехколесной тележки с балансирной подвеской при установленном прямолинейном движении по деформируемой опорной поверхности**

к.т.н. проф. Лепешкин А.В.  
Университет машиностроения  
(495) 223-05-23, доб. 1426, [lep@mami.ru](mailto:lep@mami.ru)

**Аннотация.** Предлагаемая математическая модель получена на основе известных зависимостей, определяющих взаимодействие эластичного колеса с деформируемой опорной поверхностью, с учетом различий, определяющих условия качения колес второй оси тележки, движущихся след в след за колесами передней