

2. Марченко А.П., Минак А.Ф., Семенов В.Г., Линьков О.Ю., Шпаковский В.В., Обозный С.В. Расчетно-экспериментальные исследования по оценке влияния подогрева альтернативных топлив на показатели работы дизеля // Вестник Национального технического университета «ХПИ», Двигатели внутреннего сгорания. - Харьков: 2005. – № 1. – с. 8–17.
3. Bannikov M. G., Tyrlovoy S. I., Vasilev I. P., Chattha A. J. Investigation of characteristics of a fuel injection pump of a diesel engine fuelled with viscous vegetable oil diesel oil blends // Proc. Instn. Mech. Engrs. Part D. Journal of Automobile Engineering, 2006. – vol. 270. – № 6. – pp. 787–792.
4. Werner Korbitz. Status and Development of Biodiesel Production and Projects in Europe // SAE Techn. Pap. Ser. – 1995. – № 952768. – pp. 249–254.
5. Craig L. Chase, Charles L. Peterson, Gary Lowe, Paul Mann, Jeffrey A. Smith, Norman Y. Kado. A 322,000 kilometer (200,000 mile) Over the Road Test with HySEE Biodiesel in a Heavy Duty Truck // SAE Techn. Pap. Ser. – 2000. – № 2000-01-2647. – pp. 1–22.

### **Анализ кинематических параметров и энергетических свойств колёсного движителя перекатывающегося типа**

к.т.н. доц. Сергеев А.И., к.т.н. Есаков А.Е., Круглов С.М., к.ф.-м. н. Чёрный И.В.  
Университет машиностроения, Брянский институт управления бизнесом (БИУБ)  
(495)223 05 23 доб.1527, trak vc @mami.ru

**Аннотация.** Рассматривается связь кинематических параметров и энергетических свойств колёсного движителя перекатывающегося типа. Решается задача о существовании решения для трёхмерной системы «колесо перекатывающегося типа – опорная поверхность» при формировании опорной поверхности. Также устанавливается связь между скоростью движения системы и характером возникающих колебаний, влияющих на плавность хода транспортного средства.

**Ключевые слова:** колёсный движитель перекатывающегося типа, энергетические свойства, кинематические параметры, обобщённые силы, кинетическая энергия, потенциальная энергия, трансформация связи

Основными характеристиками движителя перекатывающегося типа [1], формирующего опорную поверхность движения [2], являются кинематические, динамические и энергетические соотношения, определяющие законы движения каждого звена, а также их амплитудно-частотные и фазочастотные характеристики.

Поскольку плоское движение колеса перекатывающегося типа (КПТ) [3] определяется действием активных сил, являющихся потенциальными  $\vec{F}_i = -\frac{dU}{d\vec{r}_i}$ , где  $U = U(q_1, q_2, \dots, q, s)$

полная потенциальная энергия системы. В этом случае обобщенные силы можно представить в виде (1):

$$Q_\alpha = -\sum_{i=1}^n \frac{\partial U}{\partial \vec{r}_i} \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_\alpha} = -\frac{\partial U}{\partial q_\alpha} \quad (1)$$

Так как потенциальная энергия есть функция положения, то имеет место равенство:

$$\frac{\partial U}{\partial \dot{q}_\alpha} \equiv 0, \quad (\alpha = 1, 2, \dots, s).$$

Исходя из вышеизложенного, уравнение Лагранжа можно записать в виде (2):

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{q}_\alpha} (T - U) - \frac{\partial}{\partial q_\alpha} (T - U) = 0 \quad (2)$$

или  $\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_\alpha} - \frac{\partial L}{\partial q_\alpha} = 0, \quad (\alpha = 1, 2, \dots, s).$

Функции обобщенных координат  $q$ , обобщенных скоростей  $\dot{q}$  и времени  $t$  представ-

ляют лагранжиан системы, определяющий её состояние. При этом система находится под действием активных потенциальных сил:

$$L(q, \dot{q}, t) = T(q, \dot{q}, t) - U(q, t).$$

Обобщенные силы для рассматриваемой системы можно представить в виде:

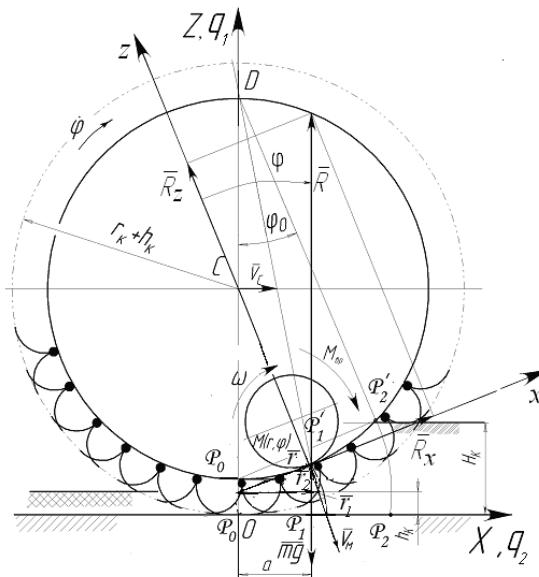
$$Q_\alpha = -\frac{\partial v}{\partial q_\alpha} + \frac{d}{dt} \frac{\partial v}{\partial \dot{q}_\alpha}, \quad (\alpha = 1, 2, \dots, s),$$

где:  $v = v(q, \dot{q}, t)$  – обобщенный потенциал, зависящий от скорости движения системы.

Тогда функция Лагранжа для рассматриваемой системы определяется как разность кинетической энергии и обобщенного потенциала:

$$L(q, \dot{q}, t) = T(q, \dot{q}, t) - v(q, \dot{q}, t).$$

Составим дифференциальные уравнения движения для рассматриваемой системы (рисунок 1), принимая за обобщенные координаты  $\varphi_1 = q_1$ ,  $\varphi_2 = q_2$ ,  $\varphi_3 = q_3$ .



**Рисунок 1. Схема формирования опорной поверхности движения колесом перекатывающегося типа**

Определим координаты звеньев колеса перекатывающегося типа

$$x_1 = l_1 \cos \varphi_1, \quad x_2 = l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2, \quad x_3 = l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2 + l_3 \cos \varphi_3,$$

$$z_1 = l_1 \sin \varphi_1, \quad z_2 = l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2, \quad z_3 = l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2 + l_3 \sin \varphi_3,$$

где:  $l_1 = 2r_{k1}$ ;  $l_2 = 2r_{k2}$ ;  $l_3 = h_k$

В этом случае скорости первого, второго и третьего звеньев будут равны:

$$\dot{x}_1^2 = \dot{x}_1^2 + \dot{z}_1^2, \quad \dot{x}_2^2 = \dot{x}_2^2 + \dot{z}_2^2, \quad \dot{x}_3^2 = \dot{x}_3^2 + \dot{z}_3^2.$$

В общем случае для рассматриваемой системы кинетическая энергия будет равна:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n m_k \left( \frac{\partial r_k}{\partial q} \dot{q}_1 + \dots + \frac{\partial r_k}{\partial q_s} \dot{q}_s + \frac{\partial r_k}{\partial t} \right)^2$$

После элементарных преобразований и введения обозначений запишем:

$$T = T^{(2)} + T^{(1)} + T^{(0)}, \text{ где:}$$

$$T^{(2)} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n m_k \left[ \left( \frac{\partial r_k}{\partial q_1} \right)^2 \dot{q}_1^2 + \dots + \left( \frac{\partial r_k}{\partial q_s} \right)^2 \dot{q}_s^2 + 2 \frac{\partial r_k}{\partial q_1} \frac{\partial r_k}{\partial q_2} \dot{q}_1 \dot{q}_2 + \dots + 2 \frac{\partial r_k}{\partial q_{s-1}} \frac{\partial r_k}{\partial q_s} \dot{q}_{s-1} \dot{q}_s \right], \quad (3)$$

$$T^{(1)} = \sum_{k=1}^n m_k \left( \frac{\partial r_k}{\partial q_1} \cdot \frac{\partial r_k}{\partial t} \dot{q}_1 + \dots + \frac{\partial r_k}{\partial q_s} \cdot \frac{\partial r_k}{\partial t} \dot{q}_s \right), \quad T^{(0)} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n m_k \left( \frac{\partial r_k}{\partial t} \right)^2.$$

С учётом обозначений:  $a_{ij} = \sum_k^n m_k \frac{\partial r_k}{\partial q_i} \cdot \frac{\partial r_k}{\partial q_j}$ ,  $b_i = \sum_k^n m_k \frac{\partial r_k}{\partial q_i} \cdot \frac{\partial r_k}{\partial t}$ , функции  $T_2$  и  $T_1$  можно записать в форме (4):

$$T^{(2)} = \frac{1}{2} \sum_1^s \sum_j^s a_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j, \quad T^{(1)} = \sum_i^s b_i \dot{q}_i, \quad (4)$$

где:  $a_{ij}$  и  $b_i$  – коэффициенты инерции, зависящие от обобщённых координат и времени.

Таким образом, рассматриваемую систему можно представить суммой квадратичной  $T^{(2)}$ , линейной  $T^{(1)}$  и нулевой форм относительно обобщённых скоростей:

$$T = \frac{1}{2} (m_1 \vartheta_1^2 + m_2 \vartheta_2^2 + m_3 \vartheta_3^2), \quad (5)$$

где:  $m_1, m_2, m_3$  и  $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3$  – массы и скорости взаимодействующих звеньев колеса перекатывающегося типа.

Уравнения Лагранжа для рассматриваемой системы (рисунок 1) будут иметь вид:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_\alpha} - \frac{\partial T}{\partial q_\alpha} = Q_\alpha, \quad (\alpha = 1, 2, \dots, s),$$

где:  $q_\alpha(t)$  – функции, однозначно определяющие положение системы:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} - \frac{\partial T}{\partial \varphi_1} = Q_1, \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} - \frac{\partial T}{\partial \varphi_2} = Q_2, \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_3} - \frac{\partial T}{\partial \varphi_3} = Q_3.$$

В нашем случае:

$$Q_1 = -(m_1 + m_2 + m_3) gl_1 \sin \varphi_1, \quad Q_2 = -(m_2 + m_3) gl_2 \sin \varphi_2, \quad Q_3 = -(m_3) gl_3 \sin \varphi_3.$$

где:  $Q_1, Q_2, Q_3$  – определены, из условий (6):

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} = \frac{1}{2} \left[ 2m_1 \frac{\partial v_1}{\partial \dot{\varphi}_1} \frac{\partial \dot{\varphi}_1}{\partial t} + 2m_2 \frac{\partial v_2}{\partial \dot{\varphi}_1} \frac{\partial \dot{\varphi}_1}{\partial t} + 2m_3 \frac{\partial v_3}{\partial \dot{\varphi}_1} \frac{\partial \dot{\varphi}_1}{\partial t} \right] \\ \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} = \frac{1}{2} \left[ 2m_1 \frac{\partial v_1}{\partial \dot{\varphi}_2} \frac{\partial \dot{\varphi}_2}{\partial t} + 2m_2 \frac{\partial v_2}{\partial \dot{\varphi}_2} \frac{\partial \dot{\varphi}_2}{\partial t} + 2m_3 \frac{\partial v_3}{\partial \dot{\varphi}_2} \frac{\partial \dot{\varphi}_2}{\partial t} \right] \\ \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_3} = \frac{1}{2} \left[ 2m_1 \frac{\partial v_1}{\partial \dot{\varphi}_3} \frac{\partial \dot{\varphi}_3}{\partial t} + 2m_2 \frac{\partial v_2}{\partial \dot{\varphi}_3} \frac{\partial \dot{\varphi}_3}{\partial t} + 2m_3 \frac{\partial v_3}{\partial \dot{\varphi}_3} \frac{\partial \dot{\varphi}_3}{\partial t} \right] \end{cases}. \quad (6)$$

Отсюда имеем определитель системы (7):

$$(m_1 + m_2)(g - l_1 k^2)(g - l_2 k^2) - m_2 l_1 l_2 k^3 = \begin{vmatrix} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_3} \end{vmatrix} = \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_3} \geq 0. \quad (7)$$

Из (7) следует, что решение, определяющее характеристику движения системы «колесо перекатывающегося типа - опорная поверхность» по схеме рисунок 1 существует.

Главные колебания КПТ складываются из колебаний вращающегося ротора электродвигателя – привода опорно-приводного устройства [1], его корпуса и обода колеса.

Запишем выражения кинетической энергии и силовой функции для расчётной схемы (рисунок 1).

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \left[ (m_1 + m_2) l_1^2 \dot{\varphi}_1^2 + 2m_2 l_1 l_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_1) \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 + m_2 l_2^2 \dot{\varphi}_2^2 \right], \\ U &= -(m_1 + m_2) gl_1 \cos \varphi_1 - m_2 gl_2 \cos \varphi_2. \end{aligned} \quad (8)$$

Поскольку только один коэффициент инерции  $a_{12} = m_2 l_1 l_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$  зависит от обобщенных координат  $\varphi_1, \varphi_2$ , то для устойчивого положения равновесия, когда  $\varphi_1 = \varphi_2$ , с достаточной для практических расчетов степенью точности можно записать, что  $m_2 l_1 l_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \approx m_2 l_1 l_2$ . В этом случае кинетическая энергия системы будет иметь вид (9):

$$T = \frac{1}{2} \left[ (m_1 + m_2) l_1^2 \dot{\varphi}_1^2 + 2m_2 l_1 l_2 \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 + m_2 l_2^2 \dot{\varphi}_2^2 \right]. \quad (9)$$

Потенциальную энергию разложим в ряд по степеням  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  и, ограничиваясь членами не старше второго порядка малости, запишем:

$$\cos \varphi_1 = 1 - \frac{\varphi_1^2}{2}, \quad \cos \varphi_2 = 1 - \frac{\varphi_2^2}{2}, \quad \cos \varphi_3 = 1 - \frac{\varphi_3^2}{2},$$

тогда для малых колебаний силовая функция будет иметь вид (10):

$$U = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) g l_1 \varphi_1^2 + \frac{1}{2} m_2 g l_2 \varphi_2^2. \quad (10)$$

Полученные выражения кинетической энергии и силовой функции, позволяют составить уравнения Лагранжа для рассматриваемой системы.

Для первой обобщенной координаты  $\varphi_1$  будем иметь:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_1} = (m_1 + m_2) l_1^2 \dot{\varphi}_1 + m_2 l_1 l_2 \dot{\varphi}_2, \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_1} = (m_1 + m_2) l_1^2 \ddot{\varphi}_1 + m_2 l_1 l_2 \ddot{\varphi}_2, \quad \frac{\partial L}{\partial \varphi_1} = -(m_1 + m_2) g l_1 \varphi_1.$$

Для второй обобщенной координаты  $\varphi_2$  уравнения Лагранжа будут иметь следующий вид:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_2} = m_2 l_1 l_2 \dot{\varphi}_1 + m_2 l_2^2 \dot{\varphi}_2, \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_2} = m_2 l_1 l_2 \ddot{\varphi}_1 + m_2 l_2^2 \ddot{\varphi}_2, \quad \frac{\partial L}{\partial \varphi_2} = -m_2 g l_2 \varphi_2.$$

Для третьей  $\varphi_3$  обобщенной координаты запишем уравнение Лагранжа в виде:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_3} = m_3 l_1 l_2 l_3 \dot{\varphi}_3 + m_3 l_3^2 \dot{\varphi}_3,$$

где:  $l_1 = 2r_{k1}$ ;  $l_2 = 2r_{k2}$ ;  $l_3 = h_k$ .

После выполнения элементарных преобразований уравнения малых колебаний для схемы (рисунок 1) будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} (m_1 + m_2 + m_3) l_1 \dot{\varphi}_1 + (m_2 + m_3) l_2 l_3 \ddot{\varphi}_2 + (m_1 + m_2 + m_3) g \varphi_1 &= 0, \\ l_1 \ddot{\varphi}_1 + l_2 \ddot{\varphi}_2 + g \varphi_2 &= 0, \\ l_1 \ddot{\varphi}_1 + l_3 \ddot{\varphi}_3 + g \varphi_3 &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Найдём общее и частное решение полученных дифференциальных уравнений в виде:

$$\varphi_1 = A \sin(kt + \varepsilon), \quad \varphi_2 = B \sin(kt + \varepsilon), \quad \varphi_3 = C \sin(kt + \varepsilon).$$

Следовательно:

$$\ddot{\varphi}_1 = -Ak^2 \sin(kt + \varepsilon), \quad \ddot{\varphi}_2 = -Bk^2 \sin(kt + \varepsilon), \quad \ddot{\varphi}_3 = -Ck^2 \sin(kt + \varepsilon).$$

Подставим значения  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  и  $\ddot{\varphi}_1, \ddot{\varphi}_2, \ddot{\varphi}_3$  в (11) и, приравняв к нулю коэффициенты при  $\sin(kt + \varepsilon)$  и после элементарных преобразований, получим алгебраические линейные однородные уравнения (12):

$$\begin{aligned} (m_1 + m_2)(g - l_1 k^2)A - m_2 l_2 k^2 B &= 0, \\ -l_1 k^2 A + (g - l_2 k^2)B &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Эти уравнения относительно коэффициентов  $A, B$  должны иметь решение отличное от нуля, поскольку в противном случае  $\varphi_1 \equiv \varphi_2$ , что соответствует устойчивому положению равновесия (состоянию покоя), и поэтому определитель этой системы будет равен нулю.

Определим главные колебания исходя из условия положительно определенной системы

$$\begin{vmatrix} (m_1 + m_2)(g - l_1 k^2) & -m_2 l_2 k^2 \\ -l_1 k^2 & g - l_2 k^2 \end{vmatrix} \geq 0.$$

Раскроем определитель и приведем частное к виду (13):

$$m_1 l_1 l_2 k^4 - (m_1 + m_2)(l_1 + l_2)gk^2 + (m_1 + m_2)g^2 = 0. \quad (13)$$

Так как для нашей системы  $l_1 = 2r_{k_1}$ ;  $l_2 = 2r_{k_2}$ ; то частное решение будет иметь вид (14):

$$m_1 r_{k_1} (r_{k_2} + h_k) k^4 - (m_1 - m_2)(r_{k_1} + (r_{k_2} + h_k)) g k^2 + (m_1 + m_2) g^2 = 0. \quad (14)$$

Из (14) находим круговые частоты собственных колебаний системы:

$$k_1 = \sqrt{(2 - \sqrt{2})g / r_{k_1}}, \quad k_2 = \sqrt{(2 + \sqrt{2})g / (r_{k_2} + h_k)}. \quad (15)$$

Для получения общего решения дифференциальных уравнений движения системы из (16) определим соотношения амплитуд, которое в общем случае будет равно:

$$\lambda = \frac{B}{A} = \frac{r_{k_1} k^2}{g - (r_{k_2} + h_k) k^2}. \quad (16)$$

С учетом (16) получим:

$$\lambda_1 = \frac{B_1}{A_1} = \frac{(2 - \sqrt{2})g}{[g - (r_{k_2} + h_k)](2 - \sqrt{2})g / r_{k_1}}, \quad \lambda_2 = \frac{B_2}{A_2} = -\frac{r_{k_1}(2 + \sqrt{2})g / (r_{k_2} + h_k)}{[g - (r_{k_2} + h_k)](2 + \sqrt{2})g / (r_{k_2} + h_k)}.$$

Выразим  $B_1$  и  $B_2$ :

$$B_1 = A_1 \frac{(2 - \sqrt{2})g}{[g - (r_{k_2} + h_k)](2 - \sqrt{2})g / r_{k_1}}, \quad B_2 = -A_2 \frac{r_{k_1}(2 - \sqrt{2})g / (r_{k_2} + h_k)}{[g - (r_{k_2} + h_k)](2 + \sqrt{2})g / (r_{k_2} + h_k)}.$$

Исходя из вышеизложенного, можно записать общее решение дифференциальных уравнений движения рассматриваемой системы:

$$\begin{aligned} q_1 &= A_1 \sin(k_1 t + \varepsilon_1) + A_2 \sin(k_2 t + \varepsilon_2), \\ q_2 &= A_1 \frac{(2 - \sqrt{2})g}{[g - (r_{k_2} + h_k)](2 - \sqrt{2})g / r_{k_1}} \sin(k_1 t + \varepsilon_1) - A_2 \frac{r_{k_1}(2 - \sqrt{2})g / (r_{k_2} + h_k)}{[g - (r_{k_2} + h_k)](2 + \sqrt{2})g / (r_{k_2} + h_k)} \sin(k_2 t + \varepsilon_2). \end{aligned} \quad (17)$$

Произвольные постоянные  $A_1$ ,  $A_2$  и  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  определяются из начальных условий.

Если считать, что изначально система «колесо – опорная поверхность» находится в положении устойчивого равновесия и при этом время  $t_0 = 0$  и  $\varphi_1 = 0$ ,  $\varphi_2 = \varphi_0$ ,  $\dot{\varphi}_1 = 0$ ,  $\dot{\varphi}_2 = 0$ .

Из вышеизложенного следует, что в начальный момент система – обод колеса и опорно-приводной вал находятся в крайнем нижнем положении. При подведении вращающего момента к опорно-приводному валу – звено  $l_1$ , перекатываясь по внутренней поверхности обода – звено  $l_2$  в момент времени  $t_1$  займет положение, при котором система под действием момента силы начнет совершать плоское поступательное движение при наличии сил трения.

Продифференцируем (17) по времени:

$$\begin{aligned} \dot{q}_1 &= A_1 k_1 \cos(k_1 t + \varepsilon_1) + A_2 k_2 \cos(k_2 t + \varepsilon_2), \\ \dot{q}_2 &= A_1 \frac{(2 - \sqrt{2})g}{[g - (r_{k_2} + h_k)](2 - \sqrt{2})g / r_{k_1}} \cos(k_1 t + \varepsilon_1) - A_2 \frac{r_{k_1}(2 - \sqrt{2})g / (r_{k_2} + h_k)}{[g - (r_{k_2} + h_k)](2 + \sqrt{2})g / (r_{k_2} + h_k)} \cos(k_2 t + \varepsilon_2). \end{aligned} \quad (18)$$

С учетом начальных условий будут иметь:

$$\begin{aligned} 0 &= A_1 k_1 \cos \varepsilon_1 + A_2 k_2 \cos \varepsilon_2, \\ 0 &= A_1 \frac{(2 - \sqrt{2})g}{[g - (r_{k_2} + h_k)](2 - \sqrt{2})g / r_{k_1}} \cos \varepsilon_1 - A_2 \frac{r_{k_1}(2 - \sqrt{2})g / (r_{k_2} + h_k)}{[g - (r_{k_2} + h_k)](2 + \sqrt{2})g / (r_{k_2} + h_k)} \cos \varepsilon_2 \end{aligned}$$

и для (17)

$$0 = A_1 \sin \varepsilon_1 + A_2 \sin \varepsilon_2,$$

$$\varphi_0 = A_1 \frac{(2-\sqrt{2})g}{[g-(r_{k_2}+h_k)](2-\sqrt{2})g/r_{k_1}} \sin \varepsilon_1 - A_2 \frac{r_{k_1}(2-\sqrt{2})g/(r_{k_2}+h_k)}{[g-(r_{k_2}+h_k)](2+\sqrt{2})g/(r_{k_2}+h_k)} \sin \varepsilon_2$$

Из первых двух уравнений определим  $\cos \varepsilon_1 = \cos \varepsilon_2 = 0$ . Следовательно,  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \pi/2$ . Для второй пары уравнений запишем:

$$0 = A_1 \sin \varepsilon_1 + A_2 \sin \varepsilon_2,$$

$$A_1 - A_2 = \varphi_0 \frac{(2-\sqrt{2})g}{[g-(r_{k_2}+h_k)](2-\sqrt{2})g/r_{k_1}},$$

следовательно,

$$A_1 = \varphi_0 \frac{(2-\sqrt{2})g}{4 \cdot [g-(r_{k_2}+h_k)](2-\sqrt{2})g/r_{k_1}}, \quad A_2 = -\varphi_0 \frac{(2-\sqrt{2})g}{4 \cdot [g-(r_{k_2}+h_k)](2-\sqrt{2})g/r_{k_1}}.$$

Частное решение для начальных условий будет иметь вид:

$$q_1 = \varphi_0 \frac{(2-\sqrt{2})g}{[g-(r_{k_2}+h_k)](2-\sqrt{2})g/r_{k_1}} / 4 (\cos k_1 t - \cos k_2 t), \quad q_2 = \frac{1}{2} \varphi_0 (\cos k_1 t + \cos k_2 t).$$

Главные колебания системы запишем в виде (19):

$$q_1^{(1)} = A_1 \sin(k_1 t + \varepsilon_1), \quad q_2^{(1)} = \sqrt{2} A_1 \sin(k_1 t + \varepsilon_1), \quad q_1^{(2)} = A_2 \sin(k_2 t + \varepsilon_2), \quad q_2^{(2)} = -\sqrt{2} A_2 \sin(k_2 t + \varepsilon_2). \quad (19)$$

Из (19) видно, что плоское движение системы «колесо – опорная поверхность» (рисунок 1) осуществляется с амплитудами, зависящими от соотношений радиусов  $r_{k_1}$  и  $r_{k_2}$ , а также от величины  $h_k$ .

Таким образом, проделанный анализ показывает, что кинематические параметры в значительной мере определяют энергоэффективность колеса перекатывающегося типа.

Плоское движение КПТ совершается в основном за счёт внешнего силового гравитационного поля с применением в конструкции колеса опорно-приводного устройства, создающего момент силы путём смещения мгновенного центра давления по ходу движения транспортного средства. Возникающие при этом колебания могут войти в зону резонансных частот, которые отрицательно скажутся на плавности хода транспортного средства. Следовательно, обод колеса целесообразно выполнять из двух беговых дорожек, опорные башмаки которых должны быть смешены друг относительно друга на полшага их опорной поверхности.

### Литература

- Сергеев А.И., Шарипов В.М., Щетинин Ю.С. Колёсный движитель перекатывающегося типа. Патент РФ №2467890. Опубл. 27.11.12. Бюл.№33.
- Сергеев А.И., Чёрный И.В. Математическая модель формирования опорной поверхности движения колесом перекатывающегося типа. Известия МГТУ «МАМИ» № 2 (6), 2008. с. 74-78.
- Сергеев А.И. Теоретический анализ плоского движения колеса перекатывающегося типа при формировании опорной поверхности. Известия МГТУ «МАМИ» научный рецензируемый журнал. – М., МГТУ «МАМИ», № 2 (14), 2012, Т.1, 430 с.

### **Проектирование и изготовление стенда для имитации движения транспортного средства с приводом от электродвигателя**

к.т.н. проф. Серебряков В.В., к.т.н. Баулина Е.Е., Кондрашов В.Н.

Университет машиностроения

8(495)223-05-23 (1013) [vvs@mami.ru](mailto:vvs@mami.ru)

**Аннотация.** В статье описаны этапы проектирования, конструктивные и технологические решения при изготовлении агрегатов стенда для имитации движения