

Обобщенная математическая модель вибронегруженности мобильной машины при случайном кинематическом возбуждении

к.т.н. доц. Подрубалов В.К., к.т.н. доц. Никитенко А.Н., к.т.н. доц. Подрубалов М.В.

Университет машиностроения

8(495)965-9129, podrubalov@bk.ru, an-nikitenko@mail.ru, podrubalov@gmail.ru

Аннотация. В статье изложены обоснование выбора метода и разработанная обобщенная математическая модель, описывающая стационарные пространственные колебания динамической системы мобильной колесной машины, включающей 12 твердых тел, соединенных 32 линейными упруго - диссипативными связями, имеющей 4 входа и 20 степеней свободы и учитывающей возможность установки подвесок континуального типа. Представлены алгоритмы расчета уровня вибрации на сиденье оператора и нагруженности элементов машины для различных вариантов корреляции возбуждений по входам ее системы.

Ключевые слова: вибронегруженность, динамическая система, математическая модель, случайное воздействие, спектральная характеристика.

Введение

Эксплуатация мобильных машин различного назначения показывает, что они имеют повышенную вибрацию на рабочем месте человека - оператора. Она обусловлена поступающими на вход их динамических систем интенсивными кинематическими воздействиями от неровностей профиля пути и тем обстоятельством, что в этом диапазоне лежат собственные частоты колебаний основных масс машин. Тенденция повышения транспортных скоростей до 50-60 км/ч, наблюдаемая в последнее время, только усугубляет сложность решения задачи улучшения условий труда.

Международные требования на уровень вибрации на сиденье оператора, обеспечивающий комфортные условия труда, весьма высоки [1, 2]. Поэтому проблема создания конкурентоспособных на мировом рынке машин, которые должны существенно повысить производительность труда в сферах их применения, определяет актуальность и необходимость разработки и использования современных методов проектирования систем виброзащиты. Этот путь заключается в проведении на стадии проектирования многовариантной расчетной оценки качества функционирования системы виброзащиты по разработанной математической модели и критериям, выбора ее рациональной структуры и оптимальных параметров ее отдельных ступеней в соответствии со стандартами [1, 2], регламентирующими, в свою очередь, применение искусственных треков с заданными эталонными случайными профилями пути и скоростями движения. Такой подход, несмотря на теоретическую сложность решения поставленной задачи, неизмеримо дешевле и быстрее приведет к результату по сравнению с обычно применяемыми до настоящего времени в машиностроении экспериментальными методами, которые требуют изготовления большого количества образцов и их испытаний.

Целью настоящей работы является разработка математической модели и методов оценки вибронегруженности колесной машины, а также рекомендаций по структуре ее виброзащиты с учетом обеспечения выполнения международного стандарта по уровню вибрации на сиденье оператора. При этом конструкция системы должна быть максимально простой и ее оптимальные параметры находиться в области практически достижимых значений для существующей элементной базы.

Кроме того, в расчетной схеме и модели целесообразно также учесть такое важное обстоятельство, как возможность создания различных модификаций машины, например, сельскохозяйственной, лесохозяйственной (с манипулятором, грузовой платформой), коммунального трактора, машины военного назначения и др. Поэтому введение в динамическую систему навесных переднего и заднего агрегатов, горизонтального шарнира остова, а также континуальных подвесок мостов и платформы (кабины) позволит существенно расширить границы применения теоретической разработки.

Анализ и обоснование основных принятых допущений

Основным вопросом при постановке задачи математического моделирования вибронгруженности мобильной машины, от решения которого зависят методы, средства и в конечном счете стоимость и эффективность исследований, является выбор математического аппарата для описания поведения динамической системы и степени детализации ее расчетной схемы.

В общем случае колебания твердого тела в поле потенциальных и диссипативных сил описываются нелинейными дифференциальными уравнениями для обобщенных координат. Это обусловлено тем, что положение твердого тела в пространстве определяется с помощью перехода от инерциальной системы координат к подвижной системе координат, неизменно связанной с телом. Такой переход при точном подходе описывается матрицей, содержащей в себе члены с нелинейностями тригонометрического вида [3 с.16-21].

Оценим возможность линеаризации дифференциальных уравнений колебаний масс машины. Для этого достаточно разложить в степенной ряд тригонометрические функции для координаты продольного угла колебаний остова машины q с точностью до третьего члена, положить базу трактора 2,7 м и суммарные прогибы подвесок и шин передних и задних колес от положения статического равновесия 0,12 м. Рассматривая самый неблагоприятный случай при различных по знаку максимальных деформациях передней и задней систем амортизации, получим, что максимальный наклон остова будет равен $5,1^\circ$ и уже вторые члены разложения составляют соответственно 0,13 и 0,39 % от первых. Практически такие же величины получаются и при поперечных колебаниях остова.

Сказанное выше говорит о том, что при теоретических расчетах стационарные колебания можно принять малыми. В этом случае тригонометрические функции углов колебаний масс динамической системы заменяются первыми членами их разложений в степенные ряды, т.е. $\sin q = q$, $\cos q = 1$.

Мобильные машины как реальные физические объекты имеют в общем случае динамические системы с нелинейными упруго - диссипативными связями. К таким нелинейностям относятся ограничители ходов подвесок, «сухое» трение как в направляющих устройствах, так и в упругих и демпфирующих элементах, которые, в свою очередь, имеют нелинейные характеристики. Линейные характеристики упругого или демпфирующего элемента – понятие чисто абстрактное, к которому на практике можно приблизиться только в той или иной степени.

Выбор линейной математической модели при решении поставленной задачи в нашем случае также обуславливается следующими причинами:

- упругие характеристики подвесок колес и, в частности, пневматических подвесок в зоне статического прогиба, где в основном происходит колебания, практически линейны [4]; при значительных величинах «сухого» трения в подвесках и их направляющих механизмах используются методы энергетической и статистической линеаризации [5 и др.];
- упругие и демпфирующие характеристики пневматических шин, подвесок сидений и кабин в области статических прогибов также имеют характер линейных зависимостей;
- при близком к нормальному закону распределения ординат профилей пути и их кинематических воздействий [5 с.110, 6] законы распределения выходных оценочных параметров мобильных машин (ускорения, напряжения, прогибы рессор) также близки к нормальному [5 с.110-114, 7 и др.], что подтверждает практическую линейность их динамических систем и малую степень влияния нелинейностей упруго – диссипативных связей на колебания при наличии таких мощных инерционных фильтров нижних частот в системе, какими являются поддрессоренные и неподдрессоренные массы;
- возможностью применения спектрального метода, позволяющего сводить задачу к решению на ЭВМ системы алгебраических уравнений высокого порядка, описывающих стационарные колебания различных масс динамической системы, который по сравнению с численными методами интегрирования систем дифференциальных уравнений требует меньших затрат машинного времени и обеспечивает получение значений целевой функ-

ции, не зависящих по точности от длины реализаций, интегрируемых на входе и статистически обрабатываемых на выходе системы.

Для обоснования степени детализации расчетной схемы динамической системы машины проведем дополнительно краткий анализ основных принципиальных положений, на базе которых в последующем формируются допущения при моделировании.

Как показали проведенные исследования, например [8], горизонтально – продольные и горизонтально – поперечные ускорения на остова трактора составляют небольшие величины (до 0,4) от значений вертикальных ускорений даже при переезде трактором искусственных неровностей с высотой 0,06 м при скорости 5,5 м/с. Для автомобилей среднеквадратические значения (СКЗ) горизонтально-продольных ускорений также незначительны и равны 0,1-0,3 от вертикальных [5 с.100]. Причем эти ускорения остова машины складываются из двух составляющих: во-первых, из ускорений, обусловленных продольными и поперечными реакциями при переезде неровностей профиля пути, и, во-вторых, ускорений, вызываемых продольно-угловыми и поперечно-угловыми колебаниями масс. Малый суммарный уровень этих ускорений дает основание исключить из рассмотрения их первую составляющую и принять при теоретических исследованиях скорость движения машины постоянной.

Поддрессоренные массы оператора и сиденья существенно меньше массы кабины и остова (обычно их отношение достигает соответственно 10 и 40-50 раз). Поэтому ее влияние (и тем более влияние структуры биодинамической модели человека-оператора) на колебания остова и кабины мало, и в расчетах по оценке выходных характеристик виброн нагруженности остова и кабины это влияние можно не учитывать.

В ряде работ [9, 10 и др.] установлено, что наибольший уровень колебаний колесных машин возникает при их движении на транспортных работах и в особенности на режимах движения холостым ходом и с навесными с.-х. орудиями в транспортном положении. Поэтому поскольку эти режимы являются лимитирующими, то именно их следует принимать для расчетной оценки вибрации и нагруженности машин. Правомочность этого вывода согласуется также и с тем, что принятыми стандартами [1, 2] испытания тракторов и самоходных машин по оценке уровня вибрации на сиденье оператора проводятся на искусственных треках на холостом ходу. Характеристики возбуждений от профилей этих треков представлены в [11].

Таким образом, в расчетной схеме динамической системы машины целесообразно предусмотреть оба упомянутых выше транспортных режима. Причем динамическая система, имея при этом обобщенную структуру, должна обладать возможностью трансформироваться из одного режима в другой, а также в наибольшей степени учитывать взаимное влияние колебаний различных масс трактора.

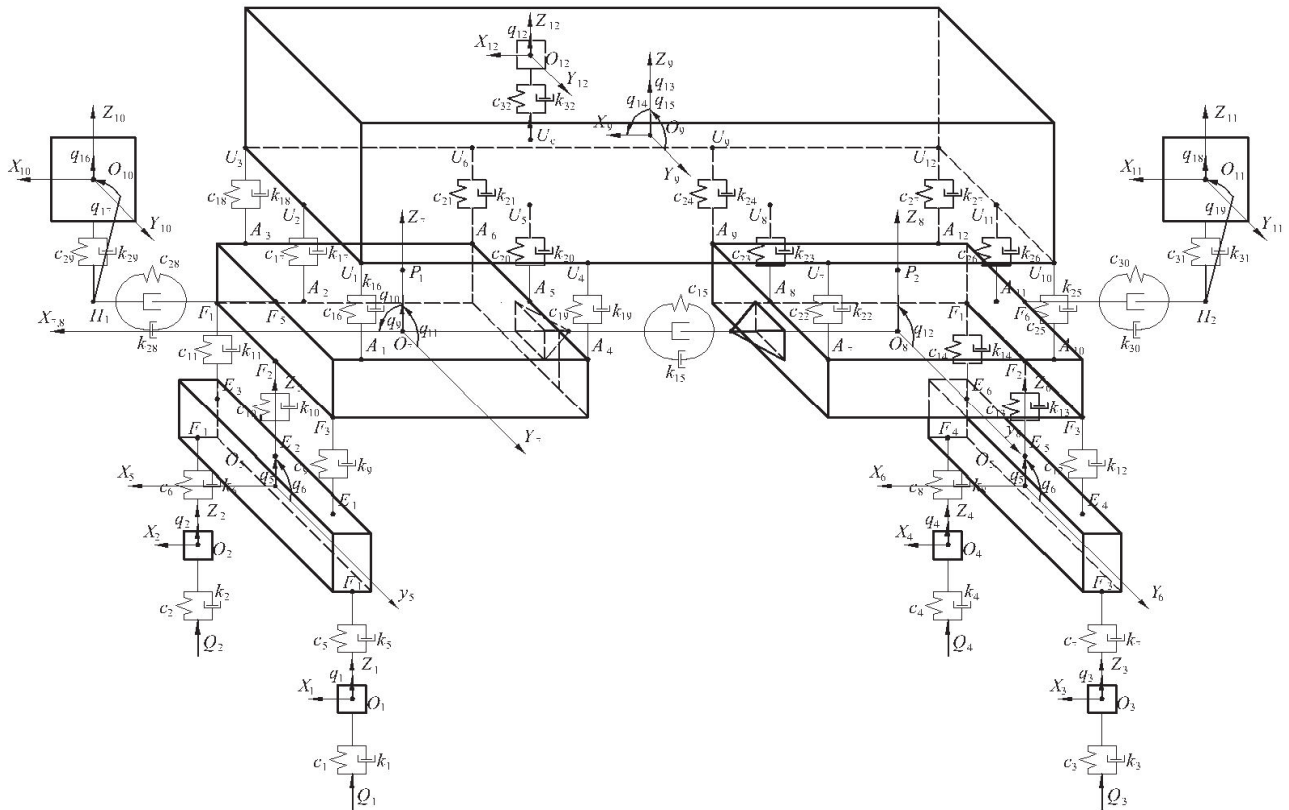
Расчетная схема и математическая модель

С учетом изложенного составим обобщенную расчетную схему динамической системы колесной машины в транспортном режиме эксплуатации (рисунок 1).

Данная схема интерпретирована в виде системы 12 твердых тел, соединенных 32 голономными линейными упруго-диссипативными связями, имеет 4 входа и 20 степеней свободы. Дополнительно к допущениям, анализ которых проведен выше, также принято [5 с. 98-101]:

- машина симметрична относительно продольно - вертикальной плоскости, проходящей через середину колеи передних и задних колес;
- связи считаются телами с бесконечно малой массой; при расчетах массы направляющего устройства, упругих и демпфирующего элементов подвесок прибавляются в половинном отношении к массам поддрессоренных и неподдрессоренных частей машины [5];
- машина движется прямолинейно с постоянной скоростью и кинематические воздействия от профиля пути являются непрерывными функциями времени;
- отсутствует влияние продольных и поперечных реакций профиля пути на колебания масс машины;

- неуравновешенность вращающихся масс машины и их гироскопические моменты равны нулю.



($i=\overline{1,4}$) - кинематические возбуждения;
 q_i ($i=\overline{1,20}$) - обобщенные координаты;
 m_i ($i=\overline{1,12}$) - массы твердых тел системы;
 c_i ($i=\overline{1,32}$) - жесткости упругих элементов;
 k_i ($i=\overline{1,32}$) - коэффициенты диссипации;
 O_i ($i=\overline{1,12}$) - центр инерции масс за исключением $i=7$ и $i=8$;
 P_1 - центр инерции массы m_7 ;
 P_2 - центр инерции массы m_8 ;

A_i и U_i ($i=\overline{1,12}$) - точки крепления подвесок к остову и кабине;
 R_i ($i=\overline{1,4}$) - точки крепления подвесок колес к мостам;
 E_i и F_i ($i=\overline{1,6}$) - точки крепления подвесок и навесок к мостам и остову;
 H_i ($i=\overline{1,2}$) - проекция центра масс навесного агрегата на горизонтальное плечо рычага;
 U_c - точка крепления сиденья оператора;
 O_i, X_i, Y_i, Z_i - система координат тел с массой m_i .

Рисунок 1. Обобщенная расчетная схема динамической системы машины

Для вывода уравнений движения масс динамической системы использовались уравнения Лагранжа второго рода, число которых равно числу обобщенных координат $i=19$, рассматриваемых нами сначала (без сиденья оператора). Установим:

- радиус-векторы центров масс тел с массой m_i :

$$\vec{r}_i = (0,0,0) \quad i=\overline{1,6}; i=\overline{9,11}; \quad \vec{r}_7 = (0,0,z_P); \quad \vec{r}_8 = (0,0,z_{P_2});$$

- скорости полюсов O_i ($i=\overline{1,11}$):

$$\vec{v}_i = (0,0,\dot{q}_i), \quad i=\overline{1,5}; \quad \vec{v}_6 = (0,0,\dot{q}_7); \quad \vec{v}_7 = (0,0,\dot{q}_9); \quad \vec{v}_8 = (0,0,\dot{q}_9 - \dot{q}_{10} \cdot x_{P_2}), \quad x_{P_2} \text{ в с.к. } O_7, X_7, Y_7, Z_7;$$

$$\vec{v}_9 = (0,0,\dot{q}_{13}); \quad \vec{v}_{10} = (0, -z_{O_{10}} \dot{q}_{17}, \dot{q}_{16}), \quad z_{O_{10}} \text{ в с.к. } O_7, X_7, Y_7, Z_7;$$

$$\vec{v}_{11} = (0, -z_{O_{11}} \dot{q}_{19}, \dot{q}_{18}), \quad z_{O_{11}} \text{ в с.к. } O_8, X_8, Y_8, Z_8;$$

- угловые скорости масс:

$$\vec{\omega}_i = (0,0,0) \quad i=\overline{1,4}; \quad \vec{\omega}_5 = (0,0,\dot{q}_6); \quad \vec{\omega}_6 = (0,0,\dot{q}_8); \quad \vec{\omega}_7 = (\dot{q}_{11}, \dot{q}_{10}, 0); \quad \vec{\omega}_7 = (\dot{q}_{12}, \dot{q}_{10}, 0);$$

$$\vec{\omega}_9 = (\dot{q}_{15}, \dot{q}_{14}, 0); \quad \vec{\omega}_{10} = \vec{\omega}_{11} = (0,0,0);$$

- тензоры инерции вращающихся масс:

$$(I_i) = \begin{Bmatrix} I_{XX_i} & 0 & I_{XZ_i} \\ 0 & I_{YY_i} & 0 \\ -I_{ZX_i} & 0 & I_{ZZ_i} \end{Bmatrix}, i=\overline{5,9}.$$

Выражения для вычисления кинетической энергии системы имеет вид:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{11} m_i \vec{v}_i^2 + 2m_i (\vec{v}_i \times \vec{\omega}_i) \cdot \vec{r}_i + \vec{\omega}_i (I_i) \cdot \vec{\omega}_i \quad (1)$$

или

$$2T = \sum_{i=1}^{11} [m_i (v_{x_i}^2 + v_{y_i}^2 + v_{z_i}^2) + 2m_i \begin{vmatrix} v_{x_i} & \omega_{x_i} & r_{x_i} \\ v_{y_i} & \omega_{y_i} & r_{y_i} \\ v_{z_i} & \omega_{z_i} & r_{z_i} \end{vmatrix} + I_{XX_i} \omega_{x_i}^2 + I_{YY_i} \omega_{y_i}^2 + I_{ZZ_i} \omega_{z_i}^2 - 2I_{XY_i} \omega_{x_i} \omega_{y_i} - 2I_{XZ_i} \omega_{x_i} \omega_{z_i} - 2I_{YZ_i} \omega_{y_i} \omega_{z_i}].$$

Матрица сил инерции рассматриваемой системы имеет вид:

$$M = \text{diag}\{A_1, A_2, A_3\}, \quad (2)$$

где: $A_1 = \text{diag}\{m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, I_{X_5}, m_6, I_{X_6}\}$;

$$A_2 = \begin{pmatrix} m_7 + m_8 & -m_8 x_{P_2} \\ -m_8 x_{P_2} & I_{Y_7} + I_{Y_8} + m_8 x_{P_2}^2 \end{pmatrix};$$

$$A_3 = \text{diag}\{I_{X_7}, I_{X_8}, m_9, I_{Y_9}, m_{10}, m_{10} R_{10}^2, m_{11}, m_{11} R_{11}^2\};$$

R_{10} и R_{11} – радиусы инерции масс m_{10} и m_{11} относительно горизонтальной оси качания.

Обозначим: $\vec{q} = \|q_1, q_2, \dots, q_{19}\|^T$ – вектор обобщенных координат системы;

$\vec{Q} = \|Q_1, Q_2, Q_3, Q_4\|^T$ – вектор кинематических воздействий;

$\tilde{q} = \|\vec{q}^T, \vec{Q}^T\|^T$ – расширенный вектор кинематических перемещений;

T – оператор транспонирования.

Выражение для вычисления потенциальной энергии системы представим в виде:

$$\Pi = \frac{1}{2} \tilde{q}^T \cdot \Delta^T \cdot \tilde{c} \cdot \Delta \cdot \tilde{q}, \quad (3)$$

где: $\tilde{c} = \text{diag}\{c_i\}$, ($i = \overline{1,31}$) – матрица коэффициентов жесткости связей;

$$\Delta_{31 \times 23} = \begin{pmatrix} E_{4 \times 4} & O_{4 \times 4} & O_{4 \times 4} & O_{4 \times 3} & O_{4 \times 4} & E_{4 \times 4} \\ -E_{4 \times 4} & A_{4 \times 4}^1 & O_{4 \times 4} & O_{4 \times 3} & O_{4 \times 4} & O_{4 \times 4} \\ O_{6 \times 4} & A_{6 \times 4}^2 & A_{6 \times 4}^3 & O_{6 \times 3} & O_{6 \times 4} & O_{4 \times 4} \\ O_{1 \times 4} & O_{1 \times 4} & A_{1 \times 4}^4 & O_{6 \times 3} & O_{1 \times 4} & O_{1 \times 4} \\ O_{6 \times 4} & O_{6 \times 4} & A_{6 \times 4}^5 & A_{6 \times 3}^8 & O_{6 \times 4} & O_{6 \times 4} \\ O_{6 \times 4} & O_{6 \times 4} & A_{6 \times 4}^6 & A_{6 \times 3}^9 & O_{6 \times 4} & O_{6 \times 4} \\ O_{4 \times 4} & O_{4 \times 4} & A_{4 \times 4}^7 & O_{4 \times 3} & E_{4 \times 4} & O_{4 \times 4} \end{pmatrix} - \text{матрица деформаций упругих элементов};$$

$O_{m \times n}$ – нуль-матрица размера $m \times n$;

$E_{m \times m}$ – единичная матрица размера $m \times m$;

$$\begin{aligned}
 A_{4 \times 4}^1 &= \begin{vmatrix} 1 & y_{R_1} & 0 & 0 \\ 1 & y_{R_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & y_{R_3} \\ 0 & 0 & 1 & y_{R_4} \end{vmatrix}; \quad A_{6 \times 4}^2 = \begin{vmatrix} -1 & -y_{E_1} & 0 & 0 \\ -1 & -y_{E_2} & 0 & 0 \\ -1 & -y_{E_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -y_{E_4} \\ 0 & 0 & -1 & -y_{E_5} \\ 0 & 0 & -1 & -y_{E_6} \end{vmatrix}; \quad A_{6 \times 4}^3 = \begin{vmatrix} 1 & -x_{F_1} & y_{F_1} & 0 \\ 1 & -x_{F_2} & y_{F_2} & 0 \\ 1 & -x_{F_3} & y_{F_3} & 0 \\ 1 & -x_{F_4} & 0 & y_{F_4} \\ 1 & -x_{F_5} & 0 & y_{F_5} \\ 1 & -x_{F_6} & 0 & y_{F_6} \end{vmatrix}; \\
 A_{1 \times 4}^4 &= \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}; \quad A_{6 \times 4}^5 = \begin{vmatrix} -1 & x_{A_1} & -y_{A_1} & 0 \\ -1 & x_{A_2} & -y_{A_2} & 0 \\ -1 & x_{A_3} & -y_{A_3} & 0 \\ -1 & x_{A_4} & -y_{A_4} & 0 \\ -1 & x_{A_5} & -y_{A_5} & 0 \\ -1 & x_{A_6} & -y_{A_6} & 0 \end{vmatrix}; \quad A_{6 \times 4}^6 = \begin{vmatrix} -1 & x_{A_7} & 0 & -y_{A_7} \\ -1 & x_{A_8} & 0 & -y_{A_8} \\ -1 & x_{A_9} & 0 & -y_{A_9} \\ -1 & x_{A_{10}} & 0 & -y_{A_{10}} \\ -1 & x_{A_{11}} & 0 & -y_{A_{11}} \\ -1 & x_{A_{12}} & 0 & -y_{A_{12}} \end{vmatrix}; \\
 A_{4 \times 4}^7 &= \begin{vmatrix} -1 & x_{H_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & x_{H_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}; \quad A_{6 \times 3}^8 = \begin{vmatrix} 1 & -x_{U_1} & y_{U_1} \\ 1 & -x_{U_2} & y_{U_2} \\ 1 & -x_{U_3} & y_{U_3} \\ 1 & -x_{U_4} & y_{U_4} \\ 1 & -x_{U_5} & y_{U_5} \\ 1 & -x_{U_6} & y_{U_6} \end{vmatrix}; \quad A_{6 \times 3}^9 = \begin{vmatrix} 1 & -x_{U_7} & y_{U_7} \\ 1 & -x_{U_8} & y_{U_8} \\ 1 & -x_{U_9} & y_{U_9} \\ 1 & -x_{U_{10}} & y_{U_{10}} \\ 1 & -x_{U_{11}} & y_{U_{11}} \\ 1 & -x_{U_{12}} & y_{U_{12}} \end{vmatrix}.
 \end{aligned}$$

Выражение для вычисления диссипативной функции Релея представим в виде:

$$R = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \tilde{q}^T \cdot \Delta^T \cdot \tilde{k} \cdot \Delta \cdot \frac{d}{dt} \tilde{q}, \quad (4)$$

где: $\tilde{k} = \text{diag}\{k_i\}$, ($i = \overline{1,31}$) – матрица коэффициентов сопротивления связей.

Дифференциальные уравнения малых колебаний масс динамической системы приводятся к матричной форме, которая имеет вид:

$$(D^2M + DK + C)\tilde{q} = (DB_1 + B_2)\tilde{Q}, \quad (5)$$

где: $D \equiv \frac{d}{dt}$ - оператор дифференцирования;

M – матрица сил инерции, вычисляется по (1);

K - матрица коэффициентов сопротивления;

C - матрица коэффициентов жесткости;

B_1 - матрица коэффициентов сопротивления при кинематических воздействиях;

B_2 - матрица коэффициентов жесткости при кинематических воздействиях.

Используя соотношения (3) и (4), а также

$$\Delta^T \cdot \tilde{c} \cdot \Delta = \begin{vmatrix} C & -B_2 \\ -B_2^T & \tilde{c} \end{vmatrix}; \quad \text{и} \quad \Delta^T \cdot \tilde{k} \cdot \Delta = \begin{vmatrix} K & -B_1 \\ -B_1^T & \tilde{k} \end{vmatrix}, \quad (6)$$

где: \tilde{c} - диагональная матрица коэффициентов жесткости при воздействиях (шин);

\tilde{k} - диагональная матрица коэффициентов сопротивления при воздействиях (шин),

можно вычислить матричные коэффициенты K , C , B_1 , B_2 векторного дифференциального уравнения (5).

Реакция многомерной динамической системы на стационарное воздействие находится с помощью матрицы частотных характеристик системы, которая определяется путем преобразования Фурье векторного дифференциального уравнения (5) и решения полученного алгебраического уравнения:

$$[(j\omega)^2 M + (j\omega)K + C] \cdot \vec{q}(j\omega) = [(j\omega)B_1 + B_2] \cdot \vec{Q}(j\omega), \quad (7)$$

$$W(j\omega)_{19 \times 4} = A^{-1}(j\omega) \cdot B(j\omega), \quad (8)$$

где: $W(j\omega)_{19 \times 4}$ – матрица частотных характеристик системы;
 $A^{-1}(j\omega)$ – обратная матрица $A(j\omega) = M(j\omega)^2 + K(j\omega) + C$;
 $B(j\omega) = B_1(j\omega) + B_2$.

Для количественной и качественной оценок выходных колебательных процессов масс динамической системы необходимо использовать спектральные характеристики компонент вектора обобщенных координат системы и их производных. Матрица спектральных плотностей n -ой производной компонент вектора обобщенных координат размерностью 19×19 вычисляется по формуле:

$$S_{\vec{q}^{(n)}}(j\omega) = (-j\omega)^n \cdot \bar{W}(j\omega) \cdot S_{\vec{Q}}(j\omega) \cdot W^T(j\omega)(j\omega)^n \quad (9)$$

где: $\bar{W}(j\omega)$ и $W^T(j\omega)$ – сопряженная и транспонированная матрицы частотных характеристик;

$S_{\vec{Q}}(j\omega)$ – матрица спектральных плотностей компонент вектора \vec{Q} кинематических воздействий размерностью 4×4 .

Матрицу спектральных плотностей n -ых производных деформаций упруго – диссипативных связей вычислим, используя соотношение:

$$S_{\Delta^{(n)}}(\omega) = (-j\omega)^n \cdot \Delta \cdot S_{\vec{q}}(j\omega) \cdot \Delta^T \cdot (j\omega)^n, \quad (10)$$

где: $S_{\vec{q}^{23 \times 23}} = \begin{vmatrix} S_{\vec{q}_{19 \times 19}} & S_{\vec{q}_{19 \times 4}} \\ S_{\vec{Q}_{4 \times 19}} & S_{\vec{Q}_{4 \times 4}} \end{vmatrix}$ – матрица спектральных плотностей расширенного вектора кинематических перемещений.

Элементы матрицы $S_{\vec{q}}(j\omega)$ вычислялись по формулам:

$$S_{\vec{q}_{\vec{Q}}}(j\omega) = \bar{W}(j\omega) \cdot S_{\vec{Q}}(j\omega); \quad S_{\vec{Q}_{\vec{q}}}(j\omega) = S_{\vec{Q}}(j\omega) \cdot W^T(j\omega).$$

Зная (10), можно вычислить матрицы спектральных плотностей сил в упругих и демпфирующих элементах $S_{\vec{F}_c}(\omega)$ и $S_{\vec{F}_k}(\omega)$ по формулам:

$$S_{\vec{F}_c}(\omega) = \tilde{c} S_{\Delta^{(1)}}(\omega) \tilde{c}^T; \quad (11)$$

$$S_{\vec{F}_k}(\omega) = \tilde{k} S_{\Delta^{(1)}}(\omega) \tilde{k}^T. \quad (12)$$

Представим $S_{\vec{Q}}(j\omega)$ в виде:

$$S_{\vec{Q}}(j\omega) = \bar{\tau} R \bar{L} L^T R^T \tau, \quad (13)$$

где: $\tau, \bar{\tau}$ – матрица оператора сдвига во времени входных кинематических возбуждений от профиля пути или матрица оператора «расстановки» колес по осям машины, ее сопряженная матрица,

$$\tau = \text{diag} \left\{ 1, 1, \exp\left(-j\omega \frac{l}{v}\right), \exp\left(-j\omega \frac{l}{v}\right) \right\},$$

где: l – продольная база машины; v – скорость движения;
 R, R^T – матрица оператора «расстановки» входов (колес) по колеям дороги, ее транспонированная матрица;

$$R = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{– для четырехколесной машины, задние колеса которой идут по следу передних;}$$

\bar{L} , L^T – сопряженный и транспонированный формирующие фильтры матрицы спектральных плотностей вектора кинематических возбуждений,

$$L = \left\| \begin{matrix} 1 & H_{12}(j\omega) \end{matrix} \right\|^T,$$

где: $H_{12}(j\omega)$ - частотная характеристика фильтра линейного преобразования воздействия от левой колеи в возбуждение, поступающее от правой колеи.

При независимых кинематических воздействиях на машину от правой и левой колеи фазовый сдвиг $\Theta = \pm\pi/2$, а $H_{12}(j\omega) = \pm j$. Когда ординаты колеи совпадают $\Theta = 0$, $H_{12}(j\omega) = 1$. При $\Theta = \pi$ гармонические составляющие спектров воздействий находятся в противофазе и $H_{12}(j\omega) = -1$.

Если координаты точки U_c , в которой оценивается вибрация оператора на «абсолютно жестком» сиденье x_c, y_c, z_c в системе координат O_9, X_9, Y_9, Z_9 , то соотношение для определения вектора перемещений этой точки имеет вид:

$$\vec{r}(x_c, y_c, z_c) = U \vec{q}, \quad (14)$$

где:

$$U = \left\| \begin{matrix} O_{3 \times 12} & \hat{U} & O_{3 \times 4} \end{matrix} \right\|; \quad O_{3 \times 12}; O_{3 \times 4} - \text{нуль-матрицы}; \quad \hat{U} = \left\| \begin{matrix} 0 & z_c & 0 \\ 0 & 0 & -z_c \\ 1 & -x_c & y_c \end{matrix} \right\|.$$

Соотношение для вычисления матриц спектральных плотностей n -ых производных компонент вектора \vec{r} записывается аналогично (9). Так как U – матрица с действительными членами, то:

$$S_{\vec{r}^{(n)}}(j\omega) = U \cdot S_{\vec{q}^{(n)}}(j\omega) \cdot U^T. \quad (15)$$

Если сиденье имеет подвеску в вертикальном направлении с частотной характеристикой $W_{ZC}(j\omega)$, то спектральная плотность n -ой производной вертикальных колебаний оператора (точки U_c) можно вычислить по формуле:

$$S_{ZC^{(n)}}(j\omega) = |W_{ZC}(j\omega)|^2 \cdot S_{Z^{(n)}}(\omega), \quad (16)$$

где: $S_{Z^{(n)}}$ - элемент матрицы $S_{\vec{r}^{(n)}}$, стоящей на пересечение третьей строки и третьего столбца;

$$|W_{ZC}(j\omega)|^2 = \frac{c_{32}^2 + \omega^2 k_{32}^2}{(c_{32} - \omega^2 m_{12})^2 + \omega^2 k_{32}^2};$$

m_{12} – подрессоренная масса оператора и сиденья.

Определив значения диагональных элементов матрицы (15) $S_{X^{(n)}}(\omega)$, $S_{Y^{(n)}}(\omega)$, $S_{Z^{(n)}}(\omega)$ и спектра вертикальных колебаний оператора на сиденье с подвеской (16), можно провести качественный анализ выходных процессов колебаний (оценить резонансные частоты системы, характер распределения дисперсий процессов по частотному диапазону и др.).

Для оценок эффективности вибрационных свойств системы и собственно уровня вибрации по стандартам [1, 2] вычисляются СКЗ вторых производных перемещений сиденья оператора в октавных полосах частот и во всем рассматриваемом диапазоне по формуле:

$$\sigma_{X,Y,Z,ZC^{(2)}}^i = \sqrt{\int_{\omega_i}^{\omega_{i+1}} S_{X,Y,Z,ZC^{(2)}}(\omega) d\omega}, \quad (17)$$

где: i - номер полосы частот, ($i = \overline{1,5}$);

ω_i и ω_{i+1} - нижняя и верхняя границы полосы частот.

Этот же подход можно использовать для расчетной оценки деформаций элементов подвесок и нагруженности машины в точках их установки. При этом в подкоренном выражении формулы (17) будут интегрироваться спектры, вычисленные по выражениям (10)-(12).

Таким образом, разработанная математическая модель стационарных пространствен-

ных колебаний масс многомерной динамической системы колесной машины с навесным оборудованием, представленная в виде системы 12 твердых тел, соединенных 32 упруго-диссипативными связями, имеющая 4 входа и 20 степеней свободы, позволяет определить частотную и выходные спектральные характеристики по любой обобщенной координате, а также проводить оценку уровней вибрации на сиденье оператора на соответствие международным стандартам и нагруженности машины.

Представленная математическая модель является обобщенной и позволяет на стадии проектирования при расчетах на стандартных и лимитирующих по виброн нагруженности режимах движения по случайным профилям пути учесть и оценивать влияние и эффективность таких факторов, как навеску на машину переднего и заднего агрегатов, места расположения кабины, кручения рамы машины или наличия горизонтального шарнира, присутствия различных ступеней системы виброзащиты (шины - подвеска остова - подвеска кабины или платформы с грузом- подвеска сиденья). Модель позволяет также исследовать свойства континуальных подвесок остова и кабины.

Литература

1. ГОСТ 31191.1-2004 (ИСО 2631-1:1997). Вибрация и удар. Измерение общей вибрации и оценка ее воздействия на человека. Часть 1. Общие требования. М. Стандартинформ. 2008. – 37 с.
2. ГОСТ 31323-2006 (ИСО 5008:2002). Вибрация. Определение параметров вибрационной характеристики самоходных машин. Тракторы сельскохозяйственные колесные и машины для полевых работ. М.: 2008. – 19 с.
3. Ганиев Р.Ф. Колебания твердых тел / Ганиев Р.Ф., Кононенко В.О./-М.: Наука, 1976. 432 с.
4. Галашин В.А. Дорожные испытания автомобильных пневморессор с РКО / В.А. Галашин, В.А. Верещака, Я.Л. Фандеев, В.Н. Бородин//Известия ВУЗов. Машиностроение.-№11-М.: Издание МВТУ им. Баумана, 1978. – с. 94-98.
5. Хачатуров А.А. Динамика системы дорога–шина–автомобиль–водитель. / Хачатуров А.А, Афанасьев В.Л., Васильев В.С. и др.; Под ред. Хачатурова А.А. /- М.: Машиностроение, 1976, -535 с.
6. Подрубалов В.К. Анализ статистических оценок кинематических воздействий от типичных с.-х. профилей пути./В.К. Подрубалов, А.Н. Никитенко//Тракторы и сельхозмашины. -М.: -1984, № 8, с. 14-16.
7. Дмитриченко С.С. Методы оценки и повышения долговечности несущих систем тракторов и других машин. / Автореферат диссертации на соискание ученой степени д-ра техн. наук.- М.: НАТИ, 1971. - 36 с.
8. Подрубалов В.К. Исследование влияния параметров подвески на виброн нагруженность колесного трактора класса 1,4 со всеми ведущими колесами одинакового размера./ В.К. Подрубалов, Ю.Л. Волошин// Труды НАТИ. Вопросы исследования динамики и прочности подвесок колесных тракторов. – М.: ООНТИ, 1977. - с. 10-25.
9. Волошин Ю.Л. Разработка и испытания регулируемой подвески универсально-пропашного трактора. / Ю.Л. Волошин, В.К. Подрубалов, А.С. Дурманов, Н.Е. Гусенко//Труды НПО НАТИ. Создание ходовых и несущих систем колесных тракторов с высоким техническим уровнем.- М.: ГОНТИ, 1987. – с. 20-30.
10. Маньшин Ю.П. Спектральный анализ эксплуатационной напряженности рамы прицепного стогагоза. / Ю.П. Маньшин, А.Н. Никитенко // Эксплуатационная нагруженность и прочность сельскохозяйственных машин. - Ростов н/Дону.: РИСХМ, 1977. – с. 28-35.
11. Подрубалов В.К. Методы получения и спектральный анализ вибрационных характеристик искусственных треков. / В.К. Подрубалов, М.В. Подрубалов // Известия МГТУ «МАМИ». – М.: 2012. -№2 (14). Том 1. – с. 303-310.