Применение геометрического программирования для решения различных технико-экономических задач

Бирюкова Е.А., к.т.н. доц. Мартишкин В.В., к.т.н. проф. Фазлулин Э.М.
Университет машиностроения
8(495)674-20-49,fazlulin@mail.ru
к.т.н. доц. Князьков В.В.
НГТУ им.Р.Е. Алексеева
8(831)2325922, graphics@nntu.nnov.ru

Аннотация. Описано решение двух технико-экономических задач с помощью методов геометрического программирования. Показано, что вследствие относительной простоты и наглядности, этот метод наилучшим образом соответствует решению таких специальных задач, как оценивание оптимальности проектов и определение целесообразности получения инвестиций на капитальные затраты.

Ключевые слова: *геометрическое программирование, позином, оптимальность проектов, целевая функция, капитальные вложения, квалиметрический образ*

Краткие теоретические сведения

Отсутствие универсального метода решения задач нелинейного программирования (НП) послужило причиной появления различных узкоспециализированных методов, решающих конкретные задачи. Один из методов НП под названием «Геометрическое программирование» (ГП) был предложен К. Зенером [1].

Геометрическое программирование предназначено для решения оптимизационных технико-экономических задач, когда условия этих задач представлены в геометрической (векторной) форме. По сравнению с другими методами НП геометрическое программирование имеет следующие преимущества:

- ГП позволяет выявить картину сравнительной значимости проектов и характеристик слагаемых частей целевой функции;
- ГП имеет возможность находить минимальное значение целевой функции до определения оптимальных значений параметров;
- ГП дает возможность определения количественной оценки степени трудности решаемой задачи;
- принципы ГП поддаются адаптированию к требованиям машинной алгоритмизации с целью разработки универсального программного комплекса.

Принцип метода геометрического программирования состоит в том, чтобы целевая функция и соответствующие ограничения были выражены в виде так называемых «позиномов», имеющих вид:

$$u_j\left(t\right)=C_1 t_1^{a_{11}} t_2^{a_{12}} \dots t_m^{a_{1m}}$$

при ограничениях $C_j \succ 0,\ t_j \geq 0,\quad j=\overline{1,m}, j$ и m - произвольные вещественные числа.

Задачу геометрического программирования формулируют следующим образом: найти минимальное значение целевой функции $u_j(t)$ при ограничениях $C_j \succ 0,\ t_j \geq 0,\quad j=\overline{1,m}$ и при условии, что левые части ограничений являются позиномами. Например, известное неравенство между средним взвешенным арифметическим и средним взвешенным геометрическим $\sum_{i=1}^{n}\beta_i u_i \geq \prod_{i=1}^{n} u_i^{\beta_i}$ представляет собой общий вид позинома. В этом неравенстве $u_j \succ 0$ – компоненты показателей свойств объекта, $\beta_j \succ 0$ - весомости компонентов показателей свойств объекта. При этом должно быть выполнено условие нормализации $\sum_{i=1}^{n}\beta_i = 1$. Использование неравенства для средних привело к появлению термина «Геометрическое программирование».

В случае применения геометрического программирования решение задач значительно упрощается, т. к. решение сводится к геометрическим преобразованиям, «преобразующим» исходные условия в решения (конечные результаты).

Определение оптимальности проектов

При анализе проектов обычно рассматривает два вида затрат: первоначальные капитальные и эксплуатационные. При этом, как правило, чем меньше первоначальные капитальные вложения, тем больше эксплуатационные расходы. Поэтому возникает необходимость определения оптимального соотношения указанных расходов.

К. Зенер показал, что во многих случаях прямым следствием оптимальности проекта является равенство капитальных и эксплуатационных (энергетических) затрат. Целевой функцией в этом случае являются минимальные общие затраты $C_0 = C_1 + C_2, \rightarrow \min$, где C_1 и C_2 капитальные и энергетические затраты соответственно.

Таким образом, решением данной задачи может являться нахождение направления и величины вектора целевой функции. Общий вид вектора целевой функции может быть представлен в виде $C*_0 = C*_1 + C*_2$. При равенстве капитальных и энергетических затрат $(C_1 = C_2)$ вектор решения при использовании геометрического программирования выглядит как

$$C*_1 + C*_2 = 0. \quad (1)$$

Условие ортогональности для этого вектора описывается уравнением

$$\beta_1 C*_1 + \beta_2 C*_2 = 0, \quad (2)$$

где β_1 и β_2 являются компонентами вектора показателей свойств объекта (при условии нормализации $\beta_1 + \beta_2 = 1$). В векторной форме это уравнение выглядит следующим образом

$$\begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1^* \\ C_2^* \end{pmatrix} = 0. \quad (3)$$

Из этого выражения видно, что в случае, когда функция C_0 - минимальна, соответствующий ей вектор решения $C*_0$ ортогонален вектору показателей свойств объекта.

Основное тождество, приводящее к определению направления и величины вектора решения задачи и вытекающее из условия ортогональности вектора решения $C*_0$ вектору показателей u_i:

$$\left(\frac{C_1}{\beta_1}\right)^{\beta_1} \left(\frac{C_2}{\beta_2}\right)^{\beta_2} = 1. \quad (4)$$

Таким образом, решением поставленной задачи является определение величины вектора геометрического программирования ($C*_0 = \prod_{i=1}^{n} u_i^{\beta_i}$):

$$C_0^* = \left(\frac{C_1}{\beta_1}\right)^{\beta_1} \left(\frac{C_2}{\beta_2}\right)^{\beta_2}, \quad (5)$$

где компоненты показателей свойств объекта u_i (капитальные и энергетические затраты) по условию нормализации должны быть пропорциональны своим весомостям.

Таким образом, как указывается в [2] , минимум функции C_0 можно находить в два приема. На первом этапе используют условие ортогональности (2), для того чтобы определить направление вектора решения (C^*_1, C^*_2), т.е. вектор C^*_0. На втором этапе с помощью основного тождества (4) получают величину вектора решения, который равен сумме двух составляющих (капитальных и энергетических затрат в соответствии со своими весомостями [3]). Конечный результат получается без предварительного определения оптимального значения C_0, т.к. оптимальное значение определяется после нахождения вектора, удовлетворяющего условию ортогональности.

Определение целесообразности получения инвестиций на капитальные затраты

В условиях дефицита свободных средств, предприятия вынуждены при решении вопроса о целесообразности новых разработок (проектов) исходить из оценки эффективности капитальных вложений. Такую оценку можно дать на основе вычисления коэффициента эффективности капитальных вложений.

При расчете коэффициента капитальных вложений предположим, что взносы за первоначальные капитальные затраты вносятся непрерывно. Однако известно, что капитальные вложения носят разовый характер, а эксплуатационные расходы производятся непрерывно. Это различие в способах оплаты можно устранить, полагая, что для производства первоначальных капитальных вложений берется заем (например $r = 6\frac{1}{4}\%/год$), который затем выплачивается постоянными взносами в течение срока службы оборудования (τ-20лет). Непрерывность обеспечения первоначальных капитальных вложений позволяет использовать для решения задачи математический анализ. В этом случае коэффициента эффективности капитальных вложений описывается дифференциальным уравнением [2]:

$$I = rP(t) - \frac{dP(t)}{dt}, \tag{6}$$

где $rP(t)$ - функция процентов на капитал, $\frac{dP(t)}{dt}$ - платежи, производимые с целью сокращения невыплаченной части занятого капитала $P(t)$.

В начальный момент времени невыплаченная часть первоначального капитала $P(t)$ равна значению первоначальных вложений C. С течением времени она постепенно уменьшается и в конце срока службы оборудования τ становится равной нулю. Таким образом, дифференциальное уравнение (6) имеет решение при следующих ограничениях:

$$P(0) = C \tag{7}$$

$$P(\tau) = 0 .$$

Решение с учетом ограничений имеет вид

$$P(t) = e^{rt}\int_t^{\tau} e^{-rt'} I dt' . \tag{8}$$

Полагая t равным нулю и используя условие ($P(0) = C$), получаем

$$C = \frac{I\left(1 - e^{-r\tau}\right)}{r} . \tag{9}$$

По определению коэффициент эффективности капитальных вложений равен $E = \frac{I}{C}$, поэтому

$$E = \frac{r}{1 - e^{-r\tau}} . \tag{10}$$

Условия кредита $r = 6\frac{1}{4}\%/год$, τ -20лет дают $E = 0.088/год$, или $E = 1.00\times10^{-5}/ч$.

Вывод

Метод геометрического программирования, описанный на примерах решений двух технико-экономических задач, показывает относительную простоту и наглядность метода. В расчетную часть метода геометрического программирования введено понятие о т.н. квалиметрических образах исходных объектов. Квалиметрические образы обладают наглядностью, легко поддаются геометрическим преобразованиям, дают возможность осуществлять оптимизацию технических решений по минимуму исходных данных. Следующей стадией развития метода геометрического программирования можно принять необходимость разработки компьютерной программы для расчетов по этому методу на основе принципов, описанных в данной работе.

Литература

1. Зенер К. Геометрическое программирование и техническое проектирование. Пер. с англ. ,1973 г. 112 с.

2. Дубицкая Г.В. Геометрические методы квалиметрии: теория и применение. Изд. АСМС, 2006 г., 160 стр.

3. Мартишкин В.В., Прилепина Н.Н., Фазлулина М.Э. Контроль качества на основе использования квалиметрических образов технических изделий. Известия МГТУ МАМИ. Научный рецензируемый журнал.М.,МГТУ МАМИ,№1(11), 2011г., с.169-174.

Выбор методики определения платиноидов при утилизации автомобильных катализаторов

д.т.н. проф. Бобович Б.Б., Савко

Университет машиностроения

8 (495) 223-05-23,доб.1313 boris0808@yandex.ru

Аннотация. Проведён анализ существующих физических и химических методов количественного определения химических элементов. Рассмотрено использование аналитических методов контроля содержания металлов платиновой группы в продуктах утилизации автомобильных катализаторов. Показано, что для определения содержания металлов платиновой группы на различных стадиях обогащения лома отработанных автомобильных катализаторов целесообразно использовать атомный спектральный анализ (при низком содержании МПГ) и рентгенофлуоресцентный анализ (по мере обогащения лома).

Ключевые слова: отработанные автомобильные катализаторы; атомный анализ; спектральный анализ; рентгенофлуоресцентный анализ.

Введение

Загрязнение воздуха вредными выбросами автомобилей в конце XX века стало одной из глобальных экологических проблем.

Более половины территории в крупных городах уверенно относится к неблагоприятной зоне, и средняя концентрация вредных веществ в воздухе таких городов превышает ПДК в 5 и более раз. Виной этих неутешительных показателей является автотранспорт.

Как показано в анализе состояния окружающей среды в Российской Федерации [1], автомобильный транспорт и в 2011 году оставался крупнейшим загрязнителем атмосферного воздуха. Вместе с тем, по данным Росгидромета, в последние годы в России наметилась устойчивая тенденция снижения в воздухе городов средних концентраций вредных примесей: оксида углерода, оксидов азота, бенз(а)пирена, содержащихся в выхлопных газах автомобилей. Это является следствием обновления парка автомобилей с заменой автомобилей старых модификаций на автомобили, в конструкции которых установлен катализатор дожигания выхлопных газов. Эта тенденция, по-видимому, сохранится и в дальнейшем до полного выведения из эксплуатации автомобилей старой конструкции без катализаторов.