Литература

1. Троелсен Эндрю. Язык программирования C# 2005 и платформа .NET 2.0. – М.: ООО «И.Д. Вильямс», 2007. – 1168 с.
2. РД 26-04-4-87. Теплообменники витые криогенных систем. – 81 с.

Термодинамика в слабо-диссипативной теории Колмогорова-Арнольда-Мозера

д.ф.-м.н. проф. Богданов Р.И., к.ф.-м.н. доц. Богданов М.Р., Баранов М.А.

Университет машиностроения

Аннотация. В статье представлены результаты численного расчета основных термодинамических переменных, таких как зависимость термодинамических потенциалов от температуры и давления, а также геометрические характеристики динамики. Динамика описывается с помощью дискретной аппроксимации в виде ломаных Эйлера как семейство векторных полей, возникающих в бифуркации Богданова-Такенса.

Ключевые слова: термодинамика, численный расчет основных термодинамических переменных

Слабо-диссипативная теория Колмогорова-Арнольда-Мозера рассматривает малые возмущения гамильтоновых систем в классе всех гладких динамических систем. Таким образом, мы разрушаем интеграл динамики, задаваемый гамильтонианом, но пользуемся методами гамильтоновой механики и термодинамики для рассмотрения численных характеристик маловозмущённой системы в качестве асимптотического анализа расчётных численных данных. Простейший наиболее исследованный пример в слабо-диссипативной теории связан с «Bogdanov-map». Это отображение при подходящем выборе параметров имеет достаточно много асимптотически (не)устойчивых периодических орбит, что позволяет анализировать численные термодинамические величины на практике, сопоставляя эти результаты с пионерскими работами Клаузиуса.

Нормальные формы динамических систем

Выбор объектов исследования для математики и математиков был и есть основной проблемой, ввиду длительности по времени создания новых содержательных теорий (см. [6, 10, 24, 27-31, 33-45, 48-50]).

Нормальные формы динамических систем дают примеры, которые репрезентативны в смысле математической статистики или теории вероятностей (см. [6, 7, 11, 24]). Первоначально они возникли в работах А.А. Андронова и его учеников в связи с развитием теории бифуркаций (см. [6, 7, 24]). На смену исследованиям XVIII-XIX столетий индивидуальных динамических систем пришло более трудное изучение семейств динамических систем, зависящих от конечного числа параметров. Другой энтузиаст теории бифуркаций В.И. Арнольд говорил: «.. На полках библиотек пылится много работ, посвящённых исследованию конкретных индивидуальных систем, но простые модельные системы сценариев потери и смены устойчивости не построены и не исследованы…». Он имел ввиду знаменитую работу А.А. Андронова, посвящённую исследованию семейства векторных полей в нелинейном модельном однопараметрическом семействе сегодня зачастую называемую бифуркацией Андронова-Хопфа. Сам В.И. Арнольд эти идеи реализовал в теории версальных деформаций линейных систем, далеко продвинув исследования Жордана по нормальным формам индивидуальных линейных операторов в конечномерном случае.

Ввиду вышеизложенного на сегодняшний день существует большая математическая проблема: описание хаоса или хаотической динамики в детерминированных системах (см. [6, 8, 10, 24, 33, 35, 45]). Примеры необходимости таких исследований даёт математическая физика (см. [2-5, 27-30, 34-42]), также статистическая физика, статистическая механика, восходящие к молекулярно-кинетической теории строения вещества и связанные с именем Больцмана.

Безусловно, эти феномены могут описываться гамильтоновой динамикой, но в высоких размерностях фазового пространства, где топологические дополнительные сложности затрудняют численные исследования и понимание эффектов динамики. Поэтому поиск малоразмерных репрезентативных примеров с хаотической динамикой представляет несомненный интерес (см. [1, 33]).

Построение такой простейшей модели с нетривиальными свойствами апеллирует к двупараметрическому семейству динамических систем, возникающих в бифуркации Богданова-Такенса. В отличие от бифуркации Андронова, бифуркация Богданова-Такенса (см. [7, 11, 24]) описывает ситуацию, когда два собственных числа матрицы линеаризации динамической системы проходят одновременно нулевое значение.

Основная модель

В классической теории КАМ (см. [8], [33]) рассматриваются гамильтоновы системы в четномерном евклидовом пространстве $R^{2n}\left\{\left(q_1,\dots,q_n,p_1,\dots,p_n\right)\right\}$, где: q_i – фазовые координаты, а p_i – сопряженные им импульсы. Гамильтониан $H\left(q_1,\dots,q_n,p_1,\dots,p_n\right)$ представляется в виде:

$$H = H_0 + \varepsilon\cdot H_1 + \varepsilon^2\cdot H_2 + \dots, \tag{1}$$

где система с гамильтонианом H_0 вполне интегрируемая (например, $H_0 = \sum p_i^2/2 + \left(q, Bq\right)$, где B – симметричная положительно определенная матрица (см. [6, 8]). Возмущение H_1 выбирается отвечающим случаю общего положения.

Таким образом, в R^{2n} возникает гамильтонова динамическая система следующего вида (см.[6, 8, 37])

$$\left.\begin{aligned} \dot{p}_i &= -\frac{\partial H}{\partial q_i} \\ \dot{q}_i &= \frac{\partial H}{\partial p_i} \end{aligned}\right\} i = 1,\dots,n, \tag{2}$$

Движение материальной точки в системе происходит на поверхности уровня:

$$H\left(q_1,\dots,q_n,p_1,\dots,p_n\right) \equiv \mathrm{const}, \tag{3}$$

которая является гиперповерхностью в R^{2n}, т.е. имеет коразмерность один в случае общего положения.

В слабо-диссипативной теории КАМ (см. [9-26, 46-47]) мы разрушаем интеграл (3). Другими словами, мы пишем на H дифференциальное уравнение. Точнее, мы рассматриваем полупрямое произведение гамильтоновой системы (2), являющейся прямым сомножителем, на систему в проекции на H. В окрестности неособого значения H это эквивалентно рассмотрению динамической системы в проекции на трансверсаль к поверхности уровня гамильтониана (3).

В простейшем содержательном (нетривиальном) случае такое уравнение можно представить в виде:

$$\ddot{x} = \varepsilon\cdot F\left(x,\dot{x},q_1,\dots,q_n,p_1,\dots,p_n\right). \tag{4}$$

Осталось заметить, что в окрестности нерезонансного тора вполне интегрируемой системы с гамильтонианом H_0 в уравнении (4) зависимость от $q_1,\dots,q_n,p_1,\dots,p_n$ можно «убить», т.е. привести систему в R^{2n+1} к прямому произведению (см. [6, 8, 33]). Ниже мы приводим результаты исследования слагаемого (4) в нормальной форме.

Дискретная модель динамики

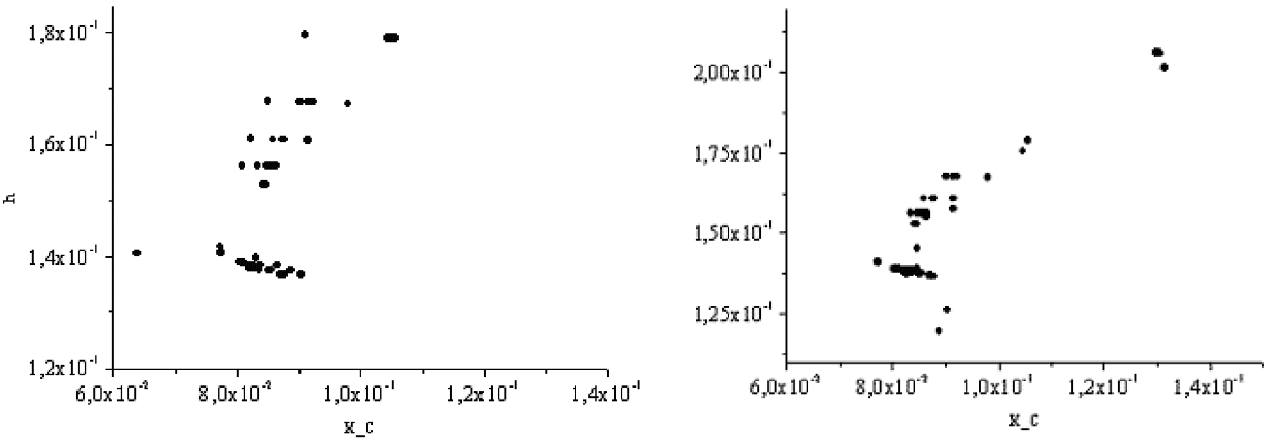
Имея в виду физические приложения наших численных результатов (см. [1, 9, 10, 12-26, 32, 45, 46]), но отправляясь от идей §2, делаем следующий шаг в наших рассмотрениях. В соответствии с бифуркацией Богданов-Такенса мы систему (4) выбираем в нормальной форме (6) и исследуем её простейшую дискретную аппроксимацию в виде ломаных Эйлера в виде (5). Предварительно поясняем точку зрения математической физики.

Слабо-диссипативная теория КАМ рассматривает динамику пробной частицы (или их ансамблей) в окружающей сплошной среде с коэффициентами малых сил вязкости переменного знака. Простейшая модель общего положения кусочно-линейной динамики пробной частицы (свободное прямолинейное движение с нулевым ускорением в течение постоянного шага по времени с последующим мгновенным изменением импульса) в обезразмеренном виде дается отображением

$$\left.\begin{aligned} x_{n+1} &= x_n + y_{n+1} \\ y_{n+1} &= y_n + k\cdot x_n\cdot(x_n-1)+(\varepsilon+\mu\cdot x_n)\cdot y_n \end{aligned}\right\}, \qquad (5)$$

где: ε,μ – малые величины (см. [1]).

На рисунке 1 показана зависимость ($h=u+p\cdot V$) энтальпии и ($f=u-T\cdot s$) свободной энергии (см. [3, 4, 34, 39, 40]) от центра тяжести периодической орбиты (s – энтропия, V – объем (площадь), p – давление, u – энергия).



а б

Рисунок 1 – Зависимость энтальпии (а) и свободной энергии (б) от координаты центра тяжести

В [1, 2] изложена связь (1) с системой на прямой:

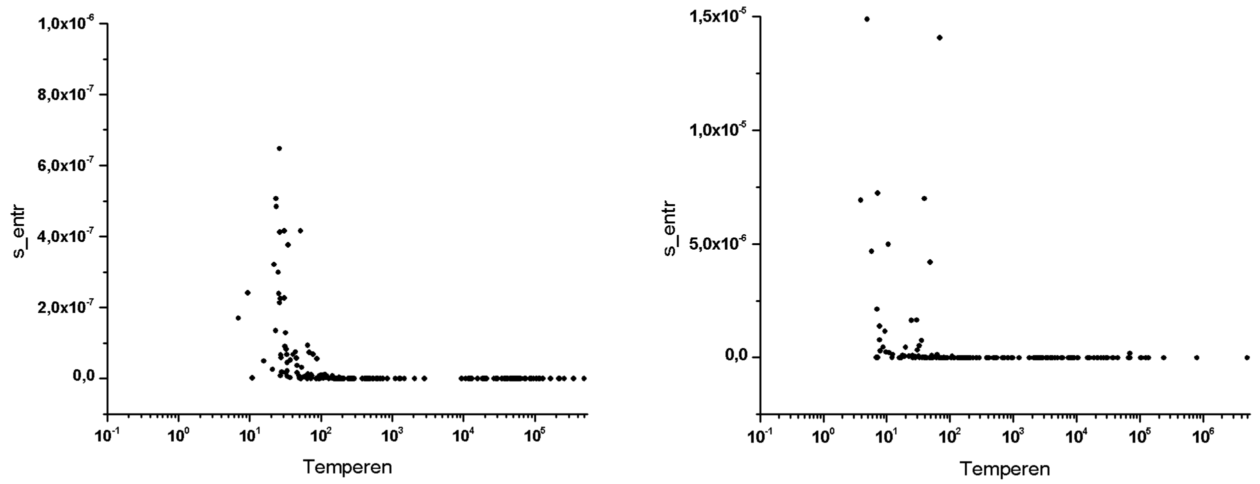
$$\ddot{x} = -\partial U/\partial x + (\varepsilon+\mu\cdot x)\cdot\dot{x}, \qquad (6)$$

где: $U = x^2/2 - x^3/3$ определяет потенциальные силы,

ε (кинематическая вязкость), μ – малые величины в коэффициенте вязкости.

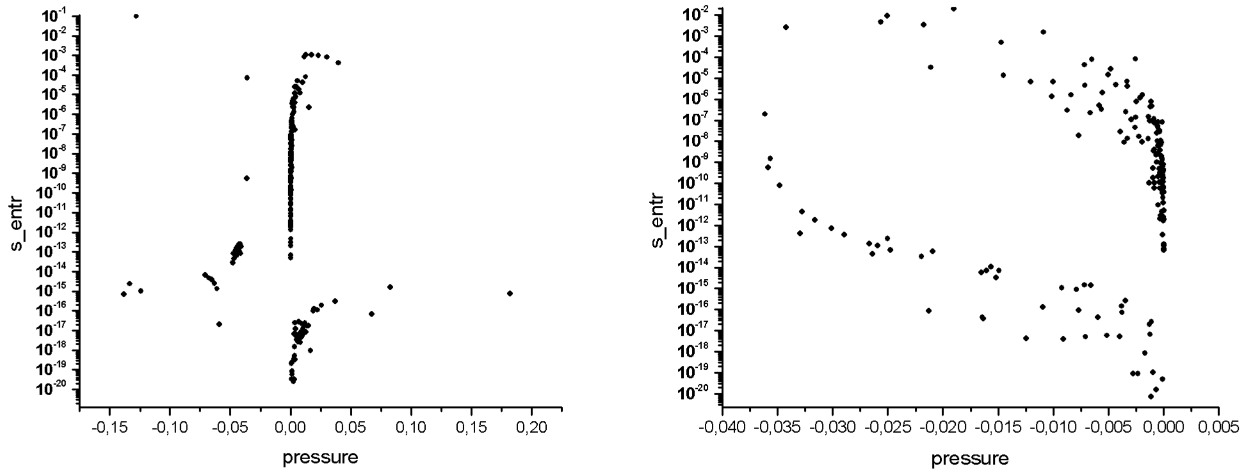
При $\varepsilon=\mu=0$ в системе (2) энергия u имеет вид $u=\dot{x}^2/2+U(x)$ и используется выше для расчета термодинамических потенциалов (при $\varepsilon,\mu\neq 0$, но $\varepsilon,\mu<1$ в слабо-диссипативном случае).

На рисунках 1 – 5 все величины обезразмерены, но уместно иметь в виду нормировку в системе (2): дно потенциальной ямы отделено от коры ангармонического потенциала на величину $1/6$ (характерный масштаб по оси энергий и термодинамических потенциалов); расстояние от дна потенциальной ямы до коры 1 по фазовой прямой, а нуль коэффициента трения $0.1\div 0.01$ (характерные масштабы на оси центра тяжести периодической орбиты ($x\_c=\sum x_i/N_i$, где N – период орбиты)).



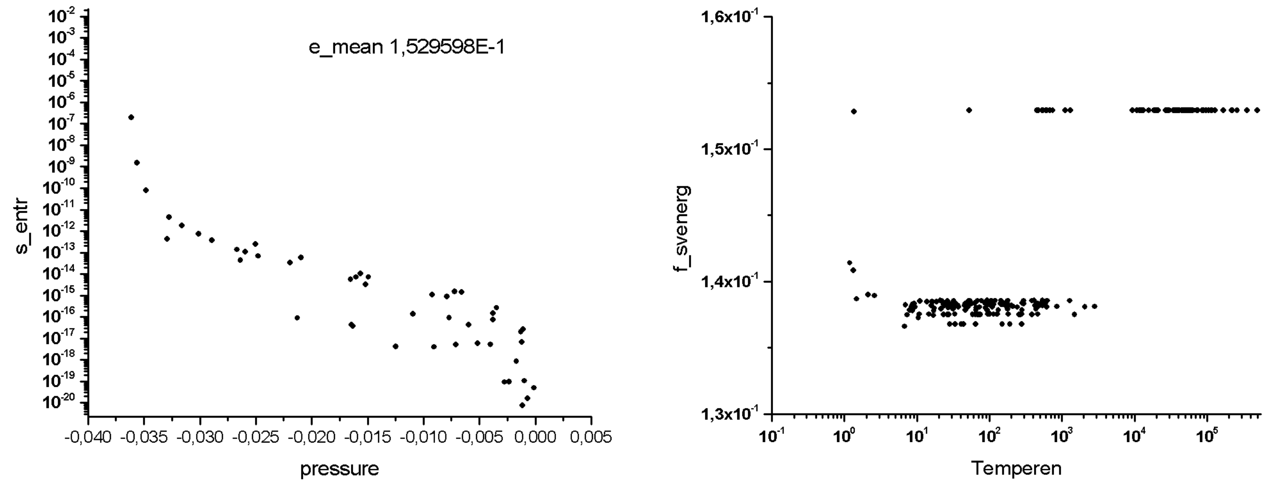
а б

Рисунок 2 – Зависимость энтропии от температуры (для асимптотически устойчивых периодических орбит (а) и для асимптотически неустойчивых периодических орбит (б)



а б

Рисунок 3 – Зависимость энтропии от давления для (для асимптотически устойчивых периодических орбит (а) и для асимптотически неустойчивых периодических орбит (б)



а б

Рисунок 4 – Зависимость энтропии от давления для асимптотически неустойчивых периодических орбит при фиксированной средней энергии (а) и для асимптотически устойчивых периодических орбит (б)

В [1] объясняется, что преобразования Лежандра, т.е. переход от величины u – энергии к другим термодинамическим потенциалам связан с выбором симметрии фазового портрета гамильтоновой системы с гамильтонианом u.

На рисунке 1 видна тенденция к квантованию величин термодинамических потенциалов. Таким образом, мы приходим к заключению, что группы симметрий проявляют тенденцию к квантованию.

На рисунке 2 показана зависимость энтропии от температуры. Для асимптотически (не)устойчивой периодической орбиты температура считается из распределения Больцмана, где статистический вес принимает пропорциональным площади области захвата соответствующей орбиты.

На рисунке 3 показана зависимость температуры от давления. Давление рассчитывается как работа внешних сил, делённая на изменение объёма, то есть в адиабатическом приближении. Объём здесь означает площадь области захвата асимптотически (не)устойчивой периодической орбиты. На рисунке 3б в дополнении к рисунку 3а показано распределение энтропии от давления для асимптотически неустойчивых периодических орбит в выделенном диапазоне средней энергии.

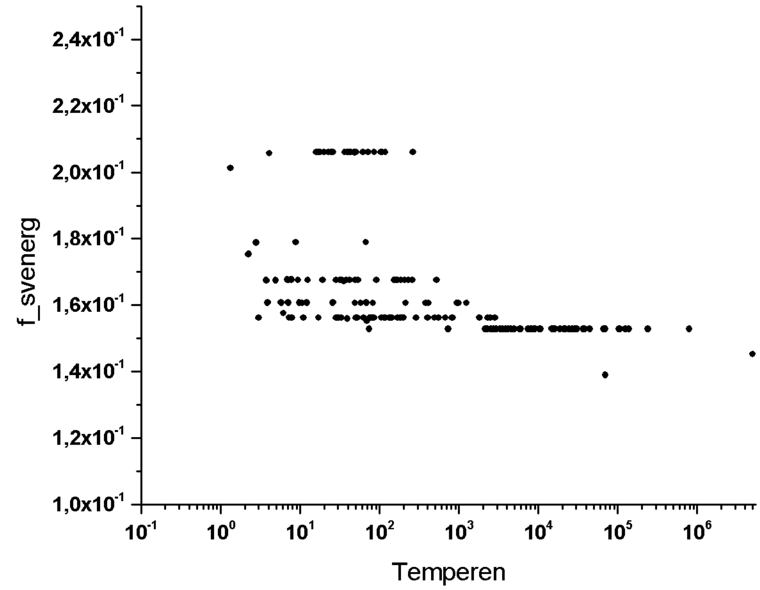


Рисунок 5.– Зависимость свободной энергии от температуры (для асимптотически неустойчивых периодических орбит)

На рисунке 5 показана зависимость термодинамических потенциалов свободной энергии от температуры.

В заключение заметим, что пробная частица может пониматься как дефект в твердом теле, и позволяет интерпретировать результаты в задачах разрушения твердого тела (см. [2]).

Литература

1. Arrowsmith D.K., Cartwright J.H.E., Lansbury A.N., Place C.M. The Bogdanov-map: bifurcations, mode locking, and chaos in a dissipative system// International Journal of Bifurcation and Chaos, 1993, v. 3. № 4, p. 803-842.
2. Belotserkovsrii O.V. Turbulence and Instabilities /. M: MZpress, 2003, 460p.
3. Dynamic System and Turbulence, Warwick – 1980. Proceeding. Editing by D. Rand and L.S. Young. Lecture Notes in Math., p. 390.
4. R.I. Bogdanov, S.N. Nagornykh and M.R. Bogdanov. New Nature of the Noise of Thermally Stimulated Electron Emission from Rods under Cyclic Torsion.: Journal of Surface Investigation, X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques, 2007, c. 157-166.
5. Альбом течений жидкости и газа: Пер. с англ. /Сост. М. Ван Дайк. М: Мир, 1986, 184 с.

6. Арнольд В.И. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1978, 304 с.
7. Арнольд В.И. Лекции о бифуркациях и версальных семействах. // УМН, т.27, №5, 1972, с. 119-184.
8. Арнольд В.И., Авец А. Эргодические проблемы классической механики. Ижевск: Ижевская республиканская типография. 1999, 284 с.
9. Богданов Р.И. Богданов М.Р. Турбулентность в рамках слабо-диссипативной версии теории КАМ. Тезисы докладов международной конференции «Анализ и особенности», посвященная семидесятилетию Владимира Игоревича Арнольда 20-24 августа Москва 2007, с. 35-38.
10. Богданов Р.И. Нелинейные динамические системы на плоскости и их приложения. - М.: Вузовская книга, 2003. 376 с.
11. Богданов Р.И. Факторизация диффеоморфизмов над фазовыми портретами векторных полей на плоскости. Функц. анализ и его приложения, т. 31, вып. 2, 1997, с. 67-70.
12. Богданов Р.И., Богданов М.Р. Свойства странного аттрактора в слабо-диссипативной теории Колмогорова-Арнольда-Мозера. Труды международной конференции «DIFF2008», 27 июня – 1 июля 2008. Суздаль–Владимир, Владимирский государственный университет, с. 54-55.
13. Богданов Р.И., Богданов М.Р. Модель дожигания отходов в турбулентном режиме. // В сб. Экологические проблемы индустриальных мегаполюсов.: Материалы международной научно-технической конференции. Донецк-Авдеевка. 21-23 мая 2008. Донецк, ДонНТУ Министерство образования и науки Украины, 2008,с. 53-55.
14. Богданов Р.И., Богданов М.Р. Статистики в слабо-диссипативной теории Колмогорова-Арнольда-Мозера. Тезисы докладов международной конференции «Дифференциальные уравнения и топология», посвященная 100-летию со дня рождения А.С. Понтрягина, Москва, 17-22 июня 2008. М: Издательский отдел факультета ВМК МГУ им. М.В. Ломоносова, МАКС Пресс, 2008, с. 100-101.
15. Богданов Р.И., Богданов М.Р. Тепловые характеристики струйных течений в слабо-диссипативной теории Колмогорова-Арнольда-Мозера. //ДАН. 2008, т.423, № 5, с. 1-4.
16. Богданов Р.И., Богданов М.Р. Теплопроводность при транспорте электронного газа. // Тезисы докладов XXXVIII международной конференции по физике взаимодействия заряженных частиц с кристаллами. Под редакцией проф. А.Ф. Тулинова. М: Университетская книга, 2008, с. 36.
17. Богданов Р.И., Богданов М.Р. Переход от развитой турбулентности к квазиравновесному состоянию. // Научный Вестник МГУ ГА, серия Математика и физика. № 114, 2007, с. 50-55.
18. Богданов Р.И., Богданов М.Р. Слабо-диссипативная версия теории Колмогорова-Арнольда-Мозера: теория и практика расчетов. // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2008, т. 48, № 3, с. 73-90.
19. Богданов Р.И., Богданов М.Р. Структурообразование в слабо-диссипативной теории Колмогорова-Арнольда-Мозера. // ДАН. 2008, т. 418, № 6, с. 754-758.
20. Богданов Р.И., Богданов М.Р. Тепловые характеристики транспортных процессов на наноуровне. Сб. трудов научной конференции студентов, магистрантов и аспирантов МГУИЭ, 15-18 апреля 2008. М: МГУИЭ, 2008, с. 35-37.
21. Богданов Р.И., Богданов М.Р. Термодинамика турбулентности в слабо-диссипативной версии теории КАМ. Сборник трудов IV Международной научно-практической конференции «Энергетические проблемы индустриальных мегаполисов», Москва, 5-7 июня 2007, МГУ ИЭ
22. Богданов Р.И., Богданов М.Р., Нагорных С.Н. Механизм разрушения на локальных разогревах при циклическом кручении стержней. IX Всероссийский съезд по теоретической и

прикладной механике. Аннотации докладов. Т. III, Нижний Новгород. Изд-во Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского, 2006, с. 40.

23. Богданов Р.И., Богданов М.Р., Нагорных С.Н. Новая природа шума термостимулированной электронной эмиссии со стержней при циклическом кручении. Тезисы докладов XXXVI Международной конференции по физике взаимодействия заряженных частиц с кристаллами, М. 30 мая-1 июня 2006г. М.: Изд-во МГУ, 2006, с. 33.
24. Богданов Р.И. Фазовые портреты динамических систем на плоскости и их инварианты. – М.: Вузовская книга, 2008, 428 с
25. Богданов Р.И., Богданов М.Р. Новый механизм микроразрушений твердого тела. В книге «Упругость и неупругость», Материалы Международного научного симпозиума по проблемам механики деформируемых тел, посвященный 95-летию со дня рождения А.А. Ильюшина, под редакцией И.А. Кийко, Р.А. Васин, Г.Л. Бровко, М:, ЛЕНАНД, 2006, с. 295-300.
26. Богданов Р.И., Гайдученко И.В., Расторгуев В.А., Тарасов Ю.И. Спектрометрия в слабодиссипативной теории Колмогорова-Арнольда-Мозера. Тр.семинара «Время, хаос и математические проблемы». М: Книжный дом Университет , 1999, с. 203-224.
27. Боголюбов Н.Н. Собрание научных трудов: в 12т. T.S.: Механика, 1939-1980 ред. И.И. Плакида, А.Д. Суханов, 2006, 804 с.
28. Больцман Л. Избранные труды. Молекулярно-кинетическая теория газов. Термодинамика. Статистическая механика. Теория излучения. Общие вопросы физики. М.: «Наука», 1984, 590 с.
29. Бор Н. Избранные научные труды. В двух томах. Т.1, 1970, 583 с., Т.2, 1971, 675 с., М.: «Наука».
30. Бэкстер Р. Точно решаемые модели в статистической механике. М.: Мир, 1985, 488 с.
31. Вишик М.И., Фурсиков А.В. Математические задачи статистической гидродинамики. М.: Наука, 1978.
32. Генералов М.Б., Нагорных М.Б., Богданов М.Р., Богданов Р.И., Митрофанов А.В. Механизм микроразрушения в слабодиссепативной КАМ-теории. Сб. научных трудов МГУ ИЭ «Механика. Теплофизика. Экология», вып. 3, 2006, М.: Издательский центр МГУ ИЭ, с. 3-38.
33. Заславский Г.М. Гамильтонов хаос и фрактальная динамика. М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Ижевский институт компьютерных исследований, 2010, 472 с.
34. Зоммерфельд А. Термодинамика и статистическая физика. М: Изд-во иностр. лит-ры, 1955, 479 с.
35. Рюэль Д. Термодинамический формализм. Математические структуры классической равновесной статистической механики. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002, 288 с.
36. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. М: Изд-во Московского университета, 1990, 310 с.
37. Капица П.Л. Научные труды. Физика и техника низких температур. М.: Наука, 1989, 460 с.
38. Колмогоров А.Н. Избранные труды. Кн. 1: Математика и механика. М.: Наука, 1988.
39. Ландау Л.Д. Собрание трудов. Т.1. М.: «Наука», 1969, 851 с.
40. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. М.: «Наука», 1964, 633 с.
41. Леонтович М.А. Введение в термодинамику. Статистическая физика. М.: Наука, 1983, 457 с.
42. Планк М. Избранные труды. Термодинамика. Теория излучения и квантовая теория. Теория относительности. Статьи и речи. М.: «Наука», 1975, 788 с.
43. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. Перевод с англ. В.А. Гущина и В.Я.

Митницкого под редакцией П.И. Чушкина. М.: Мир, 1980, 616 с.
44. Седов Л.И. Механика сплошной среды. М: Наука, 1973, Т.1 536 с., Т.2. 584 с.
45. Синай Я.Г. Современные проблемы эргодической теории. М.: Физматгиз, 1995, 208 с. (Современные проблемы математики, вып. 31).
46. Сухаревский В.В. Бистабильные состояния в отображении Богданова. Вестник МГУ, серия «Математика. Механика», № 5. М: МГУ, 2003, с. 3-5.
47. Сухаревский В.В. Оценка температуры и плотности частиц в слабо-диссипативной теории Колмогорова-Арнольда-Мозера. Вестник МГУ, серия «Физика. Астрономия», № 6. М: МГУ, 2005, с. 28-29.
48. Ферми Э. Термодинамика. Ижевск: Издательский дом «Удмуртский университет», 1998, 163 с.
49. Ферми Э. Научные труды. М.: Наука, 1972, т. II, с. 645.
50. Ферми Э., Паста Дж., Улам С. Изучение нелинейных задач. В кн.: Ферми Э. Научные труды. Ч. II, 1972.

Роль экологических факторов в вегетативно-сосудистой дистонии

к.х.н. доц. Кудров А.Н.
Университет машиностроения
8(499)2671237, akudrov@bk.ru

Аннотация. Ухудшение экологической обстановки в мегаполисах является фактором, провоцирующим вегетативные дисфункции. Ведущую роль играют оксиды азота и углерода, режим действия которых интермиттирующий. Изучены основные типы вегетативного обеспечения физической, эмоциональной и интеллектуальной деятельности, рассмотрены способы коррекции нарушений.

Ключевые слова: оксид азота, оксид углерода, вегетативная регуляция, функциональные пробы, индивидуальная конституция.

Последние десятилетия наблюдается «экологизация» методологии оценки безопасности автотранспорта. Живым организмам присущи одновременно эрготропная функция энергообеспечения и трофотропная функция самовосстановления в отличие от технических систем (систем, обслуживающих основные потребности человека в энергии и новых материалах). Эрготропные и трофотропные процессы находятся под контролем нейроэндокринного регулирующего комплекса, который осуществляет адаптацию организма к изменениям в окружающей среде. Адаптивные возможности человека учитываются в ходе гигиенического нормирования вредных воздействий. Нормируемые в атмосфере населенных мест оксиды азота и углерода в то же время являются системными регуляторами физиологических функций. Поэтому значительный интерес представляет изучение реакций организма при интермиттирующем воздействии этих соединений, что характерно для лиц, проживающих и работающих (обучающихся) в таком крупном, насыщенном автотранспортом городе, как Москва.

Студенты, проживающие в общежитии, являются однородной группой индивидов, которые днем испытывают воздействия высоких концентраций оксидов углерода и азота (в центре города); интенсивность воздействия снижается в вечерние и ночные часы. Оксид углерода и оксид азота, образующиеся в организме (эндогенные), находятся в реципрокных отношениях. Поэтому экзогенные оксиды вызывают сдвиги в вегетативной регуляции. По причине индивидуальных особенностей межсистемных связей в организме признаки физиологических нарушений проявляются в уязвимой системе индивида. В данной работе рассматривается вегетативное обеспечение деятельности и способы коррекции нарушений при вегетососудистой дистонии.

Необходимость исследования разных форм деятельности при неблагоприятных эколо-