

зионная прошивка может осуществляться совместно с ЭХО (совмещенный процесс) или дополняться операцией электрохимической калибровки [6].

Результаты исследований могут быть использованы не только в производстве газотурбинных и жидкостных реактивных двигателей, но и при изготовлении форсунок автомобильных двигателей [7, 8].

### Литература

1. Современные технологии в производстве газотурбинных двигателей. / А.Г. Братухин, Г.К. Язов, Б.Е. Карасев, Ю.С. Елисеев, В.В. Крымов, И.П. Нежурин – М.: Машиностроение. 1997.
2. Электроэрозионная обработка отверстий малого диаметра. / Ю.С. Елисеев, А.Н. Трошин / Журнал Авиационная промышленность № 1. 2001.
3. Физико-химические методы обработки в производстве газотурбинных двигателей. / Ю.С. Елисеев, Б.П. Саушкин; под ред. Б.П. Саушкина.– М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана. 2010.
4. Справочник по электроэрозионной обработке материалов. / Е.Ф. Немилев – Л.: Машиностроение. 1989.
5. Бенников В.С., Моргунов Ю.А., Саушкин С.Б., Саушкин Г.Б. Статистический анализ точности операции электрохимической обработки пера лопаток компрессора. Журнал «Известия МГТУ «МАМИ», 2009, с.87-91
6. Моргунов Ю.А., Саушкин С.Б. Структурное моделирование и классификация способов электрохимической размерной обработки. Журнал «Известия МГТУ «МАМИ», 2011, № 1, с. 184-188.
7. Шандров Б.В. Прогрессивные технологии автомобилестроения/Журнал автомобильных инженеров, № 6. 2004.
8. Максимов Ю.В., Абрамова А.Р., Кузьминский Д.Л., Мокринская А.Ю. К вопросу об обеспечении качества обработки сложнопольных деталей на станках с изменяющимися элементами. Известия МГТУ «МАМИ», № 1(13), 2012, с. 168-174.

### **Модели для расчета тепловых смещений шпиндельных узлов**

к.т.н. доц. Иванников С.Н., Манаенков И.В.

Университет машиностроения

(495)223-05-23 доб. 1451, [ivannikov.51@mail.ru](mailto:ivannikov.51@mail.ru)

*Аннотация.* В статье приведено описание полуэмпирических моделей, разработанных на основе результатов теоретических и экспериментальных исследований, для расчета тепловых смещений шпиндельных узлов при наиболее характерных режимах эксплуатации токарных станков.

*Ключевые слова:* шпиндельный узел, тепловые смещения, полуэмпирические модели, полином, экспонента.

Тепловые смещения шпиндельных узлов (ШУ) оказывают определяющее влияние на параметрическую надежность технологического оборудования в процессе его эксплуатации [1].

Существующие расчетные методы оценки тепловых смещений ШУ, как правило, трудоемки и не всегда позволяют получать достоверные результаты, т.к. в большинстве случаев основаны на весьма приближенных допущениях. Поэтому на практике более предпочтительными могут быть полуэмпирические модели, которые, учитывая физическую природу тепловых смещений, используют обобщенные данные натурных испытаний и, в конечном итоге, достаточно адекватно описывают изменение во времени выходных параметров точности ШУ вследствие тепловыделения.

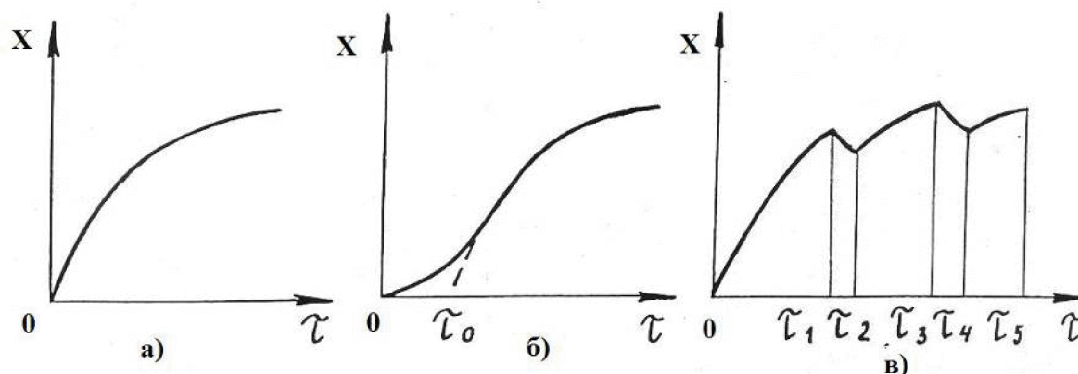
При выборе математической модели для описания поведения выходных параметров технологического оборудования в процессе его эксплуатации необходимо учитывать харак-

терные особенности изменения во времени тепловых смещений ШУ.

Поскольку ШУ имеет собственные источники тепловыделения, то изменение его выходных параметров точности можно описать (аппроксимировать) экспонентой, а в отдельных случаях - суммой экспонент (рисунки 1а, 1б).

В то же время, вследствие недостаточной тепловой инерции ШУ, возможных перерывов в работе (запланированных и незапланированных) и варьирования режимов обработки в широких пределах, особенно частоты вращения шпинделя, тепловые смещения ШУ приобретают переменный характер (рисунок 1в). Поэтому в более общем случае изменение выходных параметров точности ШУ целесообразно описывать полиномиальной зависимостью.

В некоторых случаях для приближенной оценки выходных параметров точности пригодны упрощенные модели, учитывающие изменение температуры характерных точек ШУ.



**Рисунок 1 – Описание тепловых смещений ШУ: а) экспонентой; б) суммой экспонент; в) полиномом**

При разработке моделей для расчета тепловых смещений ШУ универсальных токарных станков необходимо учитывать варьирования частоты вращения шпинделей в весьма широких пределах, которые, в частности для высокоточного токарного станка мод. 16К20ВФ1, составляют 12,5–1600 мин<sup>-1</sup>. Статистические характеристики частоты вращения шпинделей станков данного типоразмера в реальных условиях производства составляют средневывборочное значение  $\bar{n} = 425 \text{ мин}^{-1}$ , закон распределения – логарифмически нормальный ( $\overline{\lg n} = 2.57, \sigma_{\lg n} = 0.28$ ) [2].

В таких случаях при описании тепловых смещений наиболее универсальной представляется математическая модель, основанная на полиномиальной зависимости вида:

$$f(\tau) = C_0 + C_1\tau + C_2\tau^2 + \dots + C_n\tau^n = C_0 + \sum_{i=0}^n C_i\tau^i, \quad (1)$$

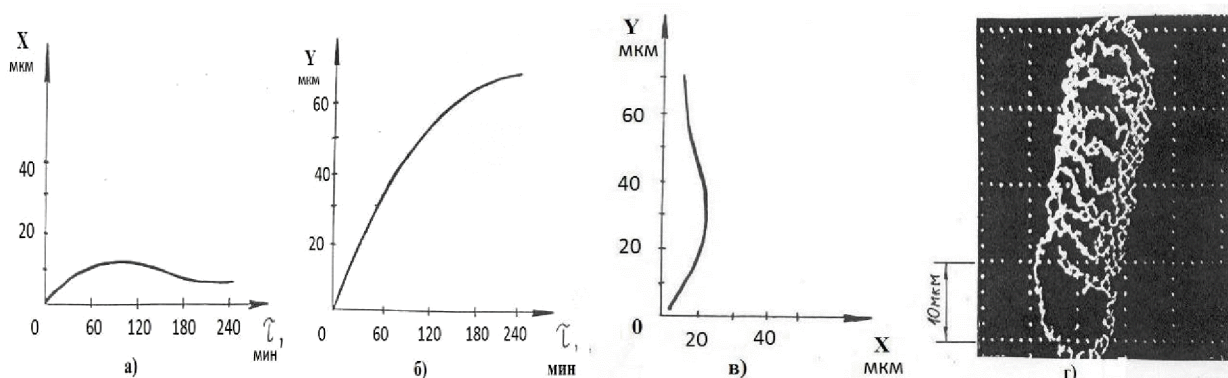
где:  $\tau$  – время (аргумент функции),  $C_i$  – коэффициенты полинома,  $n$  – степень полинома.

Так как тепловые смещения оцениваются в функции времени  $\tau$ , то для построения математической модели требуется определить значения величин смещений шпинделя в некоторые фиксированные моменты времени  $\tau_i$ , после чего получить функцию для всего диапазона изменения  $\tau$ . Задача аппроксимации в такой постановке рассматривается как частный случай идентификации.

В результате натурных испытаний накапливаются совокупности реализаций тепловых смещений шпинделя при различных частотах его вращения. Каждая реализация описывается функциями  $x = f(\tau)$  и  $y = f(\tau)$ , где  $x$  и  $y$  -радиальные смещения соответственно в горизонтальном и вертикальном направлениях.

На рисунке 2 представлены реализации тепловых смещений в функции времени при конкретном значении частоты вращения шпинделя  $n = 400 \text{ мин}^{-1}$  станка мод. 16К20ВФ1 по координатным осям  $x$  (рисунок 2а) и  $y$  (рисунок 2б), а так же в плоскости  $XOY$  (рисунок 2в). На рисунке 2г приведена фотография теплового тренда траекторий движения оси шпинделя в плоскости  $XOY$ , иллюстрирующая величину и характер смещения за первые 60 мин (через каждые 10 мин) непрерывной работы ШУ при  $n = 400 \text{ мин}^{-1}$ . Общее время наблюдений состав-

вило 250 мин. Оценку смещений траекторий целесообразно производить с интервалами  $\Delta t = 5, 10, 15$  мин., величина которых может возрасти по мере увеличения времени наблюдений и снижения интенсивности тепловых смещений.



**Рисунок 2 – Реализация тепловых смещений ШУ при  $n=400 \text{ мин}^{-1}$ : а) по оси  $x$ ; б) по оси  $y$ ; в) в плоскости  $XOY$ ; г) смещение траекторий движения оси шпинделя за  $\tau=60$  мин**

После предварительных теоретических исследований было установлено, что функции  $(x \text{ и } y) = f(\tau)$  целесообразно аппроксимировать полиномом четвертой степени по методу наименьших квадратов, т.е.:

$$f(\tau) = C_0 + \sum_{i=1}^4 C_i \cdot \tau^i \quad (2)$$

Построение полиномиальной математической модели для оценки тепловых смещений шпинделя имеет свои особенности, связанные с выбором средств, позволяющих наиболее адекватно описывать исследуемый процесс.

Так, например, согласно [3] в общей задаче наименьших квадратов один из наиболее надежных методов вычисления коэффициентов основан на матричной факторизации, называемой сингулярным разложением. Поэтому при разработке полиномиальной математической модели была использована программа SVD сингулярного разложения матрицы, текст и описание которой приведены в работе [3].

Существуют другие способы решения задачи нахождения коэффициентов полинома, причем некоторые требуют меньшего машинного времени и объема памяти. Однако они менее эффективны с точки зрения учета ошибок исходной информации, округления и, в конечном итоге, точности результатов вычислений. Кроме того, программа SVD обладает несомненным достоинством в смысле машинной независимости.

Основные вычисления, связанные с аппроксимацией функции и определением коэффициентов полинома для каждой конкретной частоты вращения шпинделя, могут производиться с помощью разрабатываемых специальных подпрограмм [3].

С учетом выполненных преобразований, результатом аппроксимации тепловых смещений шпинделя для любого произвольного значения  $n$ , лежащего в пределах диапазона регулирования частоты вращения, будет функция:

$$f(\tau) = C_1 + \frac{C_2(\tau - CH)}{ZN} + C_3 \left[ \frac{(\tau - CH)}{ZN} \right]^2 + C_4 \left[ \frac{(\tau - CH)}{ZN} \right]^3 + C_5 \left[ \frac{(\tau - CH)}{ZN} \right]^4 = C_1 + \sum_{i=2}^5 \left[ \frac{(\tau - CH)}{ZN} \right]^{i-1} \quad (3)$$

Специфика составления массива коэффициентов в подпрограмме требует того, чтобы пять коэффициентов полинома четвертой степени получили номера не с  $C_0$  по  $C_4$ , а с  $C_1$  по  $C_5$ . После определения коэффициентов полинома  $C_1-C_5$  и нормирующих параметров  $CH$  и  $ZN$  для заданной частоты вращения шпинделя математическая модель тепловых смещений принимает конкретный вид. Например, для значения  $n=400 \text{ мин}^{-1}$  функция  $x = f(\tau)$  принимает

вид:

$$x = 7.711 - \frac{1.718(\tau - 125)}{36} - 0.0848 \cdot \left[ \frac{(\tau - 125)}{36} \right]^2 +$$

$$+ 0.198 \cdot \left[ \frac{(\tau - 125)}{36} \right]^3 - 0.00856 \cdot \left[ \frac{(\tau - 125)}{36} \right]^4 \quad (4)$$

Для функции  $y = f(\tau)$  при том же значении  $n$  получим:

$$y = 56.1 + \frac{8.985(\tau - 125)}{36} - 1.425 \cdot \left[ \frac{(\tau - 125)}{36} \right]^2 +$$

$$+ 0.0516 \cdot \left[ \frac{(\tau - 125)}{36} \right]^3 - 0.00856 \cdot \left[ \frac{(\tau - 125)}{36} \right]^4 \quad (5)$$

Величины тепловых смещений шпинделя в заданные промежутки времени определяются путем подстановки в выражения (4) и (5) соответствующих значений  $\tau_i$ .

Полином четвертой степени позволяет с достаточной точностью аппроксимировать тепловые смещения ШУ. Суммарная погрешность аппроксимации определяется по формуле:

$$R = \sqrt{\sum_{i=1}^m [x_i - f(\tau_i)]^2}, \quad (6)$$

где:  $x_i$  – экспериментальное значение параметра, характеризующего тепловое смещение, в момент времени  $\tau_i$ ;

$f(\tau_i)$  – расчетное значение параметра;  $m$  – количество точек.

Таким образом, выражениями, аналогичными (4) и (5), описываются функции  $x=f(\tau)$  и  $y=f(\tau)$  при любых значениях  $n$  и при любом характере тепловых смещений ШУ, независимо от режимов его работы. В этом, несомненно, достоинство предлагаемых математических моделей.

### Литература

1. Иванников С.Н., Шандов М.М. Метод определения параметрической надежности шпиндельных узлов. // Известия МГТУ «МАМИ». 2012. № 1 (13). с. 160-162.
2. Пуш А.В., Иванников С.Н., Пхакадзе С.Д., Телегин Ю.А. Базы исходных данных для проектирования и исследования станков. // Станки и инструмент. 1992. № 11. с. 3-8.
3. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. М., Мир, 1980. 279 с.

### **Анализ получения многослойного материала и перспективы использования неоднородного по толщине листового материала**

Колесов А.В.

Университет машиностроения  
89055295412, [Aleksey.Kolesov@yandex.ru](mailto:Aleksey.Kolesov@yandex.ru)

*Аннотация.* В статье рассмотрены методы получения многослойных материалов и их свойства.

*Ключевые слова:* биметаллы, производство биметаллов, металл-полимер-металл, деформация, свойства материала.

В современном мире наиболее актуальной задачей является экономия ресурсов и получение материалов с улучшенными свойствами. Одними из таких материалов являются многослойные материалы. Они позволяют получать такое сочетание свойств, которое нельзя получить в обычном материале. Например, высокую теплопроводность, прочность с коррозионной стойкостью, ударную вязкость с износостойкостью. Применение биметаллов также