

Компьютерное моделирование нечеткого уравнения переноса радиоактивных загрязнений

д.ф.м.н. проф. Бутусов О.Б., Попов Д.В., к.т.н. доц. Редикульцева Н.И.

Университет машиностроения
8 (499) 267-19-59, butusov-1@mail.ru

Аннотация: Разработана математическая модель и компьютерная программа решения нечеткого уравнения переноса для моделирования распространения радиоактивных загрязнений (РАЗ) в окружающей среде при разрушениях хранилищ радиоактивных отходов (РАО) с учетом интервальной неопределенности ряда физико-химических параметров распространения радиоактивных загрязнений в окружающей среде (скорость подъема подземных вод с РАО и коэффициенты диффузии РАЗ в геологическом слое).

Ключевые слова: уравнение переноса, нечеткие интервальные числа, радиоактивные загрязнения, радиоактивные отходы, окружающая среда.

Разработан метод решения нечеткого уравнения распространения радиоактивных загрязнений (РАЗ) при разрушениях хранилищ радиоактивных отходов (РАО). В настоящее время проблема обеспечения безопасности геологических хранилищ радиоактивных отходов (РАО) имеет актуальное значение в связи с развитием мощностей атомной энергетики, что приводит к постоянному росту и накоплению количества РАО [1-3]. Комплекс моделей включает: модель истечения РАО из хранилища; модель распространения РАО с подземными водами на поверхность и модель распространения РАО в биосфере. В моделях учтена неопределенность скорости подъема подземных вод и коэффициенты диффузии РАЗ в геологических слоях. Для описания неопределенности использованы интервальные нечеткие числа. Результаты компьютерного моделирования показали, что основными характеристиками распространения РАЗ в окружающей среде являются периоды полураспада РАО, скорости вытекания РАЗ из хранилища и скорости адвекции радиоактивных загрязнений в направлении земной поверхности. Эти характеристики распространения РАЗ в окружающей среде должны учитываться при проектировании надежных геологических хранилищ РАО.

При моделировании учитывается распространение РАЗ в геологических слоях с разными физико-химическими свойствами [3]. Система уравнений математической модели имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial B_1}{\partial t} &= -\alpha_1 \frac{\partial B_1}{\partial x} + \mu_1 \frac{\partial^2 B_1}{\partial x^2}, \\
 B_1(x, 0) &= 0, \quad B_1(0, t) = M_0 \exp(-\lambda T - kt), \\
 \frac{\partial B_1(L_1, t)}{\partial x} &= 0, \quad \alpha_1 = V_1 / R_1, \quad \mu_1 = V_1 d_1 / R_1 \\
 \frac{\partial B_2}{\partial t} &= -\alpha_2 \frac{\partial B_2}{\partial x} + \mu_2 \frac{\partial^2 B_2}{\partial x^2}, \\
 B_2(x, 0) &= 0, \quad B_2(0, t) = B_1(L_1, t), \\
 \frac{\partial B_2(L_2, t)}{\partial x} &= 0, \quad \alpha_2 = V_2 / R_2, \quad \mu_2 = V_2 d_2 / R_2
 \end{aligned} \tag{1}$$

где: индекс соответствует номеру геологического слоя, $B_1(x, t)$ и $B_2(x, t)$ – концентрация РАЗ в первом и втором геологическом слоях, V_1, V_2 – нормированная скорость подъема подземных вод в первом и втором геологическом слоях, d_1 и d_2 – нормированные коэффициенты диффузии в первом и втором геологическом слоях, R_1 и R_2 – масштабные коэффициенты, x, t – расстояние и время.

Значения параметров выбираются в центрах соответствующих интервалов неопределенности. Первая краевая задача решается на интервале: $x \in [0, L_1]$. Вторая на интервале: $x \in [0, L_2]$, где L_1 и L_2 – четкие числа для границ интервала неопределенности.

Для численных расчетов использованы параметры, предложенные в работе [3] для прогнозирования распространения РАЗ – изотопа I^{129} из хранилища. Большинство параметров являются неопределенными интервальными числами, например $\tilde{V}^{(1)} = [\underline{V}^{(1)}, \bar{V}^{(1)}] = [10^{-3}, 10^{-1}]$, $\tilde{R}^{(1)} = [\underline{R}^{(1)}, \bar{R}^{(1)}] = [1, 5]$. Из этих предпосылок можно записать интервальные формы для значений следующих физико-химических параметров процессов распространения РАЗ: нормированной скорости и нормированного коэффициента диффузии:

$$\tilde{V}_N^{(1)} = \frac{\tilde{V}^{(1)}}{\tilde{R}^{(1)}} = [\min(\underline{V}^{(1)} / \underline{R}^{(1)}, \underline{V}^{(1)} / \bar{R}^{(1)}, \bar{V}^{(1)} / \underline{R}^{(1)}, \bar{V}^{(1)} / \bar{R}^{(1)}),$$

$$\max(\underline{V}^{(1)} / \underline{R}^{(1)}, \underline{V}^{(1)} / \bar{R}^{(1)}, \bar{V}^{(1)} / \underline{R}^{(1)}, \bar{V}^{(1)} / \bar{R}^{(1)})] = [0.0002, 0.1],$$

$$\tilde{D}_N^{(1)} = \frac{d^{(1)} \tilde{V}^{(1)}}{\tilde{R}^{(1)}} = d^{(1)} [0.0002, 0.1] = 10 \cdot [0.0002, 0.1] = [0.002, 1]$$

Нечеткие интервальные параметры и нечеткие граничные условия приводят к постановке нечеткой краевой задачи для первого геологического слоя следующего вида:

$$\frac{\partial \tilde{C}^{(1)}}{\partial t} + \tilde{V}_N^{(1)} \frac{\partial \tilde{C}^{(1)}}{\partial x} - \tilde{D}_N^{(1)} \frac{\partial^2 \tilde{C}^{(1)}}{\partial x^2} = -\lambda \tilde{C}^{(1)},$$

$$\tilde{C}^{(1)}(x, 0) = 0, \quad \tilde{C}^{(1)}(0, t) = [M_0 \exp(-\lambda(t + \bar{T}) - kt), M_0 \exp(-\lambda(t + \underline{T}) - kt)],$$

$$\frac{\partial \tilde{C}^{(1)}(\tilde{L}_1, t)}{\partial x} = 0$$

где: \tilde{L}_1 – неопределенная интервальная верхняя граница первого слоя.

В краевой задаче (4) на верхней границе первого слоя $x = \tilde{L}_1$ принято граничное условие второго рода (условие установившегося режима).

Для упрощения краевой задачи (4) введем замену переменных:

$$\tilde{C}^{(1)}(x, t) = \tilde{B}^{(1)}(x, t) \cdot \exp(-\lambda t)$$

После замены переменных краевая задача (4) содержит четыре нечетких числа: $\tilde{V}_N^{(1)}$, $\tilde{D}_N^{(1)}$, $\tilde{M}(t)$, \tilde{L}_1 и должна быть решена для различных комбинаций нижних и верхних границ нечетких чисел: 2^N различных вариантов. Далее границы для интервального решения $\tilde{B}^{(1)}(x, t)$ определяются из условия минимума и максимума.

При этом краевая задача (4) принимает следующий вид:

$$\frac{\partial \tilde{B}^{(1)}}{\partial t} = -\tilde{V}_N^{(1)} \frac{\partial \tilde{B}^{(1)}}{\partial x} + \tilde{D}_N^{(1)} \frac{\partial^2 \tilde{B}^{(1)}}{\partial x^2},$$

$$\tilde{B}^{(1)}(x, 0) = 0, \quad \tilde{B}^{(1)}(0, t) = [M_0 \exp(-\lambda \bar{T} - kt), M_0 \exp(-\lambda \underline{T} - kt)],$$

$$\frac{\partial \tilde{B}^{(1)}(\tilde{L}_1, t)}{\partial x} = 0$$

Математическая модель распространения радиоактивного загрязнения в окружающей среде описывается следующим уравнением:

$$D = \int_0^t \beta \frac{W}{W} C^{(2)}(x_2, t) dt$$

где: β – коэффициент пересчета концентрации I^{129} в эквивалентную дозу облучения населения; $\frac{w}{W}$ – доля воды потребляемой населением. В системе единиц СИ эквивалентная

доза измеряется в единицах «Sievert» и обозначается – Sv.

На рисунке 1 приведены результаты компьютерного моделирования движения волны загрязнения от разгерметизированного хранилища РАО к земной поверхности для РАЗ – изотопа – I^{129} с постоянной радиоактивного распада $\lambda = 4.41 \cdot 10^{-8}$ год $^{-1}$. Суммарное загрязнение является суммой загрязнений в первом (0 – 200м) и втором (200 – 300м) геологических слоях [3]. Скорость подъема РАЗ к поверхности зависит в основном от скоростей адвекции в слоях и от скорости вытекания РАЗ из хранилища. Скорость адвекции в первом слое $V_1 = 0.05$ м/год, во втором слое $V_2 = 0.1$ м/год [3]. При таких скоростях модельное время прохождения волнового фронта РАЗ для первого слоя составляет примерно 4 тыс. лет, а для второго слоя – одну тысячу лет.

На графике (рисунок 1) представлена зависимость от времени эквивалентной дозы на 1-го человека в год после разгерметизации геологического хранилища, содержащего РАЗ – изотоп I^{129} . Максимальное значение достигается при $t \sim 2 - 3$ тыс. лет, что хорошо согласуется с оценкой для времени истечения РАЗ на поверхность $t \sim 5$ тыс. лет.

Из рисунка 1 следует, что после разгерметизации средняя доза изотопа I^{129} постепенно возрастает, увеличиваясь во много раз, и только после того как большая часть радиоактивного загрязнения распадется, начинает уменьшаться.

На рисунке 2 приведены графики зависимости средней эквивалентной дозы от периода герметичности хранилища при различных значениях постоянных радиоактивного распада.

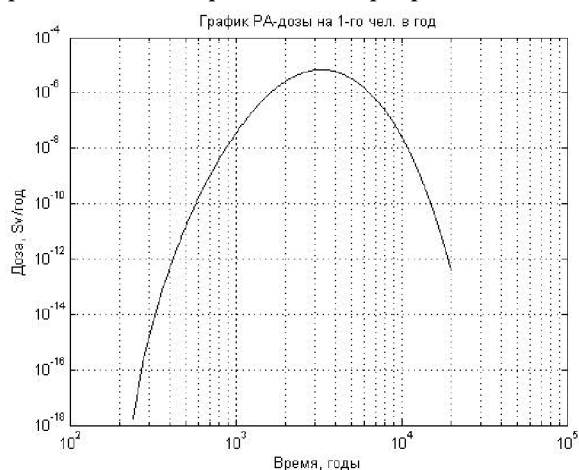


Рисунок 1 - Изменение средней эквивалентной дозы изотопа I^{129} на 1-го человека в год после разгерметизации хранилища РАО

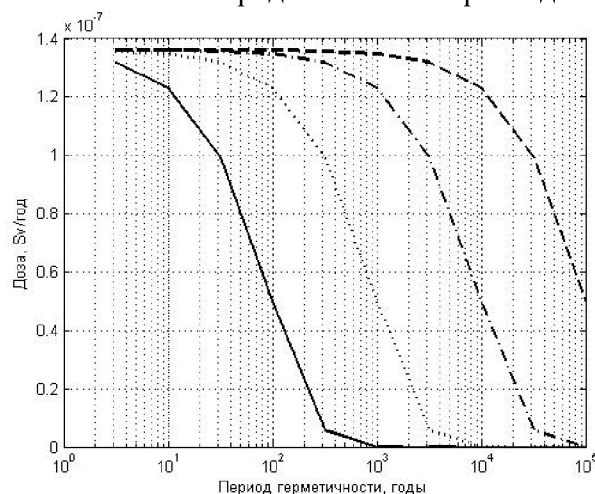


Рисунок 2 - Графики зависимости средней эквивалентной дозы от периодов герметичности хранилища для различных значений постоянных λ радиоактивного распада загрязнения

Графики имеют вид логистических функций. Графики величин доз слабо изменяются как при малых, так и при больших значениях периодов герметичности хранилища. Средняя часть графиков соответствует интервалу, на котором период герметичности приблизительно равен периоду полураспада РАЗ. Таким образом, для минимизации дозы необходимо, чтобы периоды герметичности хранилища были больше или приблизительно равны периодам полураспада радиоактивного загрязнения.

Выводы

1. Проведено компьютерное моделирование распространения в окружающую среду радиоактивного загрязнения – изотопа I^{129} с большим периодом полураспада при разгермети-

зации геологического хранилища радиоактивных отходов. Результаты компьютерного анализа показали, что величина дозы облучения существенно зависит от периодов полураспада РАЗ, скорости вытекания РАЗ из хранилища и от скоростей адвекции РАЗ в направлении земной поверхности, что обусловлено гидродинамикой подземных вод.

2. Скорости вытекания РАЗ и скорости адвекции являются важными характеристиками, которые зависят от ряда неопределенных параметров. Поэтому при проектировании хранилищ РАО необходимо использовать более адекватные математические модели для оценки этих характеристик РАЗ с учетом интервальной неопределенности.

3. При разгерметизации геологических хранилищ РАО с большим периодом полураспада, даже в случае предельно малых скоростей адвекции основная масса радиоактивного загрязнения достигает земной поверхности и загрязняет биосферу.

4. Результаты компьютерного моделирования распространения РАЗ при разгерметизации геологических хранилищ показали, что для минимизации дозы РАЗ биосферы необходимо, чтобы периоды герметичности хранилища были больше или приблизительно равны периодам полураспада радиоактивного загрязнения.

Литература

1. Advanced Nuclear Fuel cycles and Radioactive Waste Management. NEA No. 5990. – London: OECD NEA, 2006. – 246p.
2. Zdenek Dlouhy. Disposal of Radioactive Wastes. Studies in Environmental Science 15. Amsterdam: Elsevier, 1982. – 266p.
3. Uncertainty in Industrial Practice: A guide to Quantitative Uncertainty Management / Ed. by E. de Rocquigny, N. Devictor and S. Tarantola. – New York: John Wiley & Sons, 2008. – 340p.

Зависимость демографической ситуации от миграционных потоков на примере трех моделируемых стран с разными социально-экономическими показателями

Пыров П.В., д.ф.-м.н. проф. Бутусов О.Б., к.т.н. доц. Никифорова О.П.
Университет машиностроения, Государственный университет управления
8 (916) 339-8691, butusov-1@mail.ru, 8 (499) 177-5413, olga.nikiforova@yandex.ru

Аннотация. Разработана математическая и компьютерная модель для имитационного моделирования миграционных потоков между странами. В качестве основных управляющих параметров модели использованы следующие социально-экономические показатели: уровни здравоохранения, образования и экологии, а также уровень технологического развития страны. Модель может быть предложена для мониторинга, прогнозирования и управления миграционными потоками.

Ключевые слова: имитационное моделирование, компьютерное моделирование, демография, миграционные потоки.

В настоящее время международная миграция затрагивает практически все страны, будь то государства, переживающие массовый отток граждан, государства транзита, государства, принимающие мигрантов, или государства для которых характерно всё перечисленное выше. Международная миграция стала неотъемлемой частью процессов глобализации.

Миграции оказывают существенное влияние на структуру населения. Так, трудовая миграция увеличивает долю экономически активного населения в общей численности населения страны, а также долю мужского населения, поскольку в большинстве случаев мигрируют в поисках работы именно мужчины.

Современные тенденции международной миграции имеют следующие характерные особенности [1, 2]:

- рост нелегальной миграции (ярко выраженный трудовой характер: государству тоже вы-