

где: K_i – коэффициент преобразования i -того компонента;

$C_{i_{\text{вх}}}$ и $C_{i_{\text{вых}}}$ – его концентрация на входе и выходе из нейтрализатора соответственно.

Максимальная величина преобразования K_i одновременно по трем компонентам достигается при работе ДВС при работе на обогащенной смеси вблизи ее стехиометрического состава ($\alpha = 0,98-0,99$), т.е. количество кислорода освобождающегося при восстановлении NO_x , оказывается достаточным для окисления H_2 , CO и C_nH_m .

Коэффициент тепломассопереноса в соответствии с [8] равен:

$$h_{D_j} = \frac{Sh \cdot D_j}{D}, \quad (16)$$

$$Sh = 0,705 \cdot \left(\text{Re} \cdot \frac{D}{x} \right)^{0,43} \cdot Sc^{0,56}, \quad (17)$$

где: Sc – число Шмидта; Sh – число Шервуда; x – коэффициент выгорания топлива; Re – число Рейнольдса, D – диаметр цилиндра (м).

На рисунке 3 представлены общие сведения о нейтрализации отработавших газов. Из них можно заключить, что скорость процессов нейтрализаций ОГ зависит от температуры катализатора. Поэтому установка электрического подогревателя перед нейтрализатором в значительной степени позволит удовлетворить упомянутые выше требования. Это позволяет повысить температуру ОГ на входе в нейтрализатор и, следовательно, повысить скорость химических реакций, сопровождающих процесс катализа.

Литература

1. Ерохов В.И. Системы впрыска бензиновых двигателей. 2011 -551 с.
2. Международная научно-техническая конференция ААИ МГТУ «МАМИ» 2002, с. 685.
3. Международная научно-техническая конференция ААИ, посвященная 145-летию МГТУ «МАМИ». – М., 2010, с. 22-28.
4. Silva С.М., Costa М., Farias T.L., Santos Н. Energy Conversion and Management, Volume 47, Issues 18–19, November 2006, Pages 2811-2828 .
5. Koltsakis, Kandylas I.P. (1998). Three-way catalytic converter modeling applications, vol. 164.
6. Baba N., Ohsawa K. (1996). Numerical Approach for Improving the Conversion.
7. Bird R.B., Stewart W.E. Transport Phenomena (2ed., Wiley, 2002) (ISBN 0471410772).
8. Heimrich R.G., Albu S. and Osborne J. (1992). Electrically Heated Catalyst System Conversion on Two Current Technology Vehicles. SAE 920612.
9. <http://dic.academic.ru/> 2005.

О возможности найти общее решение уравнений Навье-Стокса

к.т.н. доц. Выскребцов В.Г.
Университет машиностроения
(495) 223-05-23, доб. 1318

Аннотация. Рассматриваются уравнения движения частицы ньютоновской жидкости (уравнения Навье-Стокса) в векторной форме. Используется свойство равенства нулю ротора градиента, что позволяет перейти к одному векторному уравнению только от скорости и ротора скорости. В этом уравнении содержатся линейные и квадратичные члены. На основании наблюдения над траекториями течения жидкости при вытекании из ёмкости через трубку, при котором траектории течения не меняются при изменении расхода, делается вывод о том, что при изменении скорости течения равенство квадратичной и линейной частей уравнения движения может сохраняться лишь в том случае, если эти части равны нулю.

Это позволяет перейти к более простой системе уравнений, чем уравнения Навье-Стокса.

Ключевые слова: уравнения Навье-Стокса, точные решения, численные методы, ламинарные течения, жидкость, сплошная среда.

Хотя законы движения твёрдых тел со времён работ Ньютона установлены сравнительно давно, движение частиц жидкостей и газов оказалось количественно описать гораздо труднее. Основы учения о движении жидкости с учётом такого её свойства, как вязкость, были заложены французским учёным Навье (1821 г.) и получили свой современный вид в работах англичанина Стокса (1845 г.) [1]. По настоящее время соответствующие уравнения сохранили свой вид и обычно называются уравнениями Навье-Стокса или просто Стокса. Стокс сформулировал закон линейной зависимости напряжений от скоростей деформаций, представляющих собой обобщение закона Ньютона для жидкостей. Жидкости, для которых справедлив закон Ньютона (пропорциональность касательных напряжений по граням жидкой частицы скоростям деформаций этих граней), называют ньютоновскими. К ним относят минеральные и растительные масла, воду и водные растворы, воздух и множество других.

Уравнения Навье-Стокса являются системой дифференциальных уравнений в частных производных для компонентов скорости частицы жидкости $V(U, V, W)$. К настоящему времени существует необозримое число теоретических работ по исследованию уравнений Навье-Стокса, но общее решение их отсутствует, как и общая теория решения нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка. Эти уравнения Навье-Стокса удалось решить лишь для немногих частных случаев, которые можно разделить на два типа. К первому типу можно отнести два вида точных решений уравнений, причём эти аналитически простейшие решения описывают наблюдаемые типы течений – течение Пуазейля и течение Куэтта. Значения скоростей у этих течений имеют ограниченные значения. Течения возможны в ограниченной области пространства.

Ко второму типу можно отнести гораздо большее число (несколько десятков) аналитически точных решений, которые, однако, требуют неопределённо больших значений скоростей течения и неопределённо больших областей пространства. Из наиболее известных течений такого типа можно указать на струйные течения Ландау или Сквайра или вращение в вязкой жидкости диска бесконечно большого диаметра (задача Кармана) [1]. Наблюдения таких течений автору неизвестны.

Кроме этого существует множество приближённых решений, полученных численными методами с применением ЭВМ, степень количественного соответствия которых реально наблюдаемым течениям фактически неизвестна.

Далее делается попытка анализа уравнений Навье-Стокса в общем виде, которые для краткости, следуя учебнику [1], можно записать в векторной форме как:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \text{rot}V \times V = -\text{grad}\left(\frac{p}{\rho} + \Pi + V^2/2\right) - \nu \text{rot rot}V. \quad (1)$$

Здесь: $V(U, V, W)$ - вектор скорости с координатами U, V, W в декартовой прямоугольной системе координат, ν – кинематическая вязкость жидкости, p – давление, ρ – плотность жидкости, Π – потенциал объёмных сил F (обычно сил тяжести), так что $F = -\text{grad} \Pi$, $\text{rot}V$ - значение так называемого ротора или вихря скорости, причём значения компонент вихря $\text{rot}V(\omega_x; \omega_y; \omega_z)$ скорости $V(U, V, W)$ в декартовой системе координат равно [1]:

$$\begin{aligned} \text{rot}_x V &= W_Y - V_Z = 2 \omega_x; \\ \text{rot}_y V &= U_Z - W_X = 2 \omega_y; \\ \text{rot}_z V &= V_X - U_Y = 2 \omega_z. \end{aligned} \quad (2)$$

В этом выражении $W_Y; V_Z; U_Z; W_X$ и т.д. – производные от проекций вектора скорости V на оси прямоугольной декартовой системы координат $OXYZ$. $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – проекции ротора скорости на соответствующие оси.

К этим уравнениям присоединяется ещё уравнение несжимаемости, в векторном виде выражаемое как:

$$\operatorname{div} V = 0. \quad (3)$$

Если принять, что среда (жидкость) не имеет вязкости, т.е. $\nu = 0$, то уравнение (1) примет форму уравнения Эйлера (1755 г):

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \operatorname{rot} V \times V = - \operatorname{grad} \left(\frac{p}{\rho} + \Pi + V^2/2 \right). \quad (1a)$$

Уравнение (1) можно преобразовать, что иногда и делается, к более удобному виду, используя формулу векторного анализа:

$$\nabla^2 V = \operatorname{grad} \operatorname{div} V - \operatorname{rot} \operatorname{rot} V,$$

которая при наличии (3) приводится к виду: $\nabla^2 V = - \operatorname{rot} \operatorname{rot} V$,

где: ∇ – оператор дифференцирования: $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}$.

∇^2 – символ оператора Лапласа, символ операции пространственного дифференцирования вектора скорости.

Теперь используем то обстоятельство, что для любого скалярного поля величины N справедливо соотношение [3]:

$$\operatorname{rot} \operatorname{grad} N = 0.$$

С учётом этого исходное уравнение движения (1) частицы вязкой несжимаемой жидкости может быть в векторном виде записано как:

$$\operatorname{rot} \left(\frac{\partial V}{\partial t} \right) + \operatorname{rot} (\operatorname{rot} V \times V) = - \nu \operatorname{rot} \operatorname{rot} \operatorname{rot} V. \quad (4)$$

Так как операции частного дифференцирования по времени и дифференцирования по координатным осям перестановочны вследствие независимости переменных, окончательно (5) можно записать в виде:

$$\frac{\partial (\operatorname{rot} V)}{\partial t} + \operatorname{rot} (\operatorname{rot} V \times V) = - \nu \operatorname{rot} \operatorname{rot} \operatorname{rot} V. \quad (5)$$

Существенно, что в этом выражении два члена линейны относительно скорости, а третий член – квадратичная величина относительно скорости. При установившемся движении, т.е. при $\operatorname{rot} V = 0$, получим из (6):

$$\operatorname{rot} (\operatorname{rot} V \times V) = - \nu \operatorname{rot} \operatorname{rot} \operatorname{rot} V. \quad (5a)$$

Из уравнения (5a) следует, что при увеличении модуля скорости V от малых значений квадратичными членами в уравнении (5a) можно пренебречь, и тогда движение в основном определяется линейным членом, т.е. силами вязкости. Если же значения скорости V велики, то, наоборот, движение в основном определяется квадратичным членом, т.е. силами инерции. Этот вывод качественно соответствует результатам опытов: при малых скоростях потери давления при движении жидкостей, например, в трубах пропорциональны вязкости жидкости, а при больших скоростях – плотности.

Из уравнения (5a) также следует, что имеются две возможности. Или траектории движения частиц жидкости при установившемся движении не меняются с изменением скорости течения или, наоборот, при росте скоростей течения траектории движения непрерывно меняются, и за счёт этого равенство (5a) сохраняется. В первом случае течение таково, что квадратичные и линейные члены в (5a) должны быть порознь равны нулю.

Для дальнейшего анализа уравнения движения жидкой частицы обратимся к опытам, в которых можно проследить траектории установившегося ламинарного течения при разных скоростях. Например, течение воды при вытекании её из ёмкости через трубку, расположенную снизу ёмкости на удалении от стенок. Или, наоборот, при втекании жидкости через трубку, погружённую частично сверху, как показано схематически на рисунке 1. Наблюда-

ния показывают, что траектории такого типа течений заметно не меняются при кратном изменении скоростей течения (расхода Q через трубку). Поэтому обоснованно можно принять, что для установившихся движений в ламинарном режиме справедливы уравнения, производные от (5) и (5а), а именно уравнения вида:

$$\frac{\partial(\text{rot}V)}{\partial t} = 0; \text{rot rot rot } V = 0; \text{rot}(\text{rot}V \times V) = 0. \quad (6)$$

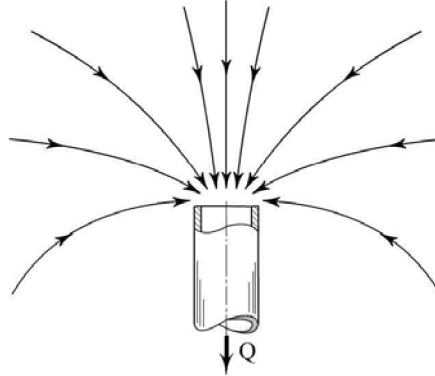


Рисунок 1 – Характер линий тока воды при втекании из объёма в круглую трубку при разных величинах расхода Q

Но тогда при соблюдении (6) кратное увеличение вязкости жидкости, например, в « m » раз позволяет сохранять равенство (5а). Другими словами, в случае справедливости (6) вязкость текучей среды, как и в случае использования уравнений Эйлера (1а), не влияет на вид траекторий. Но уравнения (6) существенно проще, чем уравнения (5). Их исследование как описывающее отдельный класс течений заслуживает специального изложения. Отметим ещё, что очевидным решением (6) служит условие: $\text{rot } V = \text{const}$, в том числе: $\text{rot } V = 0$.

Теперь посмотрим, насколько удовлетворяют уравнениям (5) и (6) значения скоростей таких течений, которые удовлетворяют, во-первых, и исходным уравнениям Навье-Стокса, и, во-вторых, их можно наблюдать в действительности, и профиль скоростей которых довольно точно измерен экспериментально. Таких давно известных течений можно указать всего два. Один тип течений – это, например, так называемое течение Пуазейля, ему соответствует течение вязкой жидкости вдоль параллельных прямых в трубах разного поперечного сечения: круглого, треугольного, прямоугольного и т.д. При таком течении скорость направлена вдоль прямых параллельных линий. Большим числом опытов подтверждено достаточно точное совпадение расчётных и экспериментально найденных профилей скоростей течения (с точностью погрешности опытов порядка одного процента) [2].

Другой тип течений – это течение по концентрическим окружностям (течение Куэтта) или течение между двумя параллельными пластинами, одна из которых неподвижна, а вторая движется в собственной плоскости с постоянной скоростью (так называемый плоский поток Куэтта) [3]. Это течение экспериментально также хорошо исследовано.

Точное решение имеется и для продольного потока через кольцевое пространство между концентрическими цилиндрами (течение Пуазейля), и оно может быть наложено на поток Куэтта. Для обоих типов течений их траектории остаются неизменными при многократном изменении скоростей течения.

В случае течения Пуазейля профиль скоростей течения любой несжимаемой жидкости с любой вязкостью в круглой трубе можно выразить в цилиндрической системе координат (θ, r, Z) в виде [1, 2]. Это течение с параболическим распределением скоростей:

$$V_Z = V_0 (1 - r^2/R^2), \quad (7)$$

где: V_Z – значение скорости течения на расстоянии r от оси трубы,

V_0 – значение постоянной скорости на оси трубы радиуса R . Это известный параболиче-

ский закон распределения скорости Пуазейлевого течения. Тогда для установившегося течения с таким распределением скоростей получим (используя выражения для координат вектора скорости в цилиндрической системе координат) значения [1]:

$$\operatorname{rot} V = (2V_0 r) / R^2; \operatorname{rot} \operatorname{rot} V = 4V_0 / R^2 = \operatorname{const}; \operatorname{rot} \operatorname{rot} \operatorname{rot} V = 0. \quad (8)$$

Таким образом, уравнения (6) удовлетворяются при рассмотрении течения Пуазейля для жидкости любой вязкости.

Для течения Куэтта вдоль окружностей между двумя соосными цилиндрами закон распределения скоростей имеет вид (в цилиндрической системе координат $(0, r, Z)$):

$$V_Z = V_0 (r - r_0) / (R - r_0). \quad (9)$$

Здесь V_0 – линейная скорость поверхности внешнего цилиндра радиусом R ; $(R - r_0)$ – величина зазора между внутренним радиуса r_0 и внешним цилиндром; r – расстояние от центральной общей оси цилиндров OZ .

Для этого течения, в соответствии с (9), справедлив линейный закон распределения скоростей. Соответственно для этого течения:

$$\operatorname{rot} V = 2V_0 / (R - r_0) = \operatorname{const}; \operatorname{rot} \operatorname{rot} V = 0. \quad (10)$$

Уравнения (6) удовлетворяются и для этого течения.

Установившихся течений принципиально других типов, имеющих другие траектории течения и имеющих точные аналитические решения уравнений Навье-Стокса и к тому же профиль скоростей которых замерялся достаточно точно в экспериментах, автору не известны (за исключением недостаточно количественно изученных осесимметричных течений через боковые поверхности пористых трубок, имеющих параболические, эллиптические или гиперболические траектории, для которых теоретическое значение вихря скорости равно нулю [4]).

Рассмотрим теперь течение вязкой несжимаемой ньютоновской жидкости с другой стороны, а именно, с энергетической. Диссипируемая, рассеиваемая в единице объёма и в единицу времени механическая энергия (рассеиваемая мощность) при движении частицы ньютоновской жидкости согласно современной теоретической гидромеханике определяется как [1]:

$$N = 2\mu [(U_X)^2 + (V_Y)^2 + (W_Z)^2 + \frac{1}{2}(U_Y + V_X)^2 + \frac{1}{2}(V_Z + W_Y)^2 + \frac{1}{2}(W_X + U_Z)^2]. \quad (11)$$

Здесь μ – динамическая вязкость жидкости, пропорциональная кинематической вязкости $\nu = \mu / \rho$, ρ – плотность жидкости; U_X ; V_Y ; W_Z и т.д. – частные производные от проекции скорости $V(U, V, W)$ по осям декартовой системы координат $(0; x; y; z)$. Преобразуя выражения в трёх последних скобках формулы (11) при условии безвихревого течения, т.е. течения, при котором компоненты ротора нулевые: $\omega_x = 0$; $\omega_y = 0$; $\omega_z = 0$; $\operatorname{rot} V(\omega_x; \omega_y; \omega_z) = 0$, получим следующее, более компактное выражение для диссипируемой энергии в единице объёма жидкости в таком виде:

$$N = 2\mu [(U_X)^2 + (V_Y)^2 + (W_Z)^2 + (V_X)^2 + (W_Y)^2 + (U_Z)^2]. \quad (12)$$

Таким образом, диссипируемая, рассеиваемая и превращаемая в тепло механическая энергия даже в случае безвихревого движения (как в случае классического течения типа «сток») оказывается согласно (12) не равной нулю. Величина этой рассеиваемой механической энергии пропорциональна вязкости ньютоновской жидкости μ . Но это противоречит уравнению движения в форме как (1а), так и (5а), согласно которым для безвихревых ламинарных течений несжимаемых жидкостей вязкость никак не должна влиять на движение частиц жидкости. Равенство вязкости нулю (идеальная жидкость) и равенство вихря нулю должны быть как бы эквивалентными условиями.

Уравнение (1а) для безвихревого установившегося течения представляет собой уравнение Бернулли сохранения энергии частицы. В уравнении Бернулли вязкость принципиально отсутствует. Именно только для такого невязкого течения должна быть справедлива теорема

Бернулли:

$$\frac{P}{\rho} + \Pi + \frac{V^2}{2} = const. \quad (13)$$

Рассеивание энергии при безвихревом течении, казалось бы, должно отсутствовать. Так что полученные результаты оказываются противоречивы. Более того, имеются другие основания для некоторых сомнений в достаточной идентичности уравнений Стокса как количественной модели ньютоновских жидкостей, и они, эти сомнения, известны давно, т.к. при выводе уравнений Стокса используется несколько допущений, справедливость которых неочевидна и должна быть проверена соответствием следствий из этих допущений путём сравнения теоретических и опытных данных.

В качестве первого такого неочевидного допущения отметим, что при введении понятия давления в движущейся вязкой среде используется допущение, приводя слова одного из популярных и переиздаваемых учебников что [1]: «... в ньютоновской несжимаемой вязкой жидкости взятое с обратным знаком среднее арифметическое трёх нормальных напряжений, приложенных к взаимно перпендикулярным площадкам в данной точке среды, представляет давление в этой точке...*P*. Сказанное предположение **является дополнительной гипотезой к обобщённому закону Ньютона**, так как исходя из общих гидродинамических соображений нельзя доказать, что определённая таким образом инвариантная скалярная величина *P* будет той самой термодинамической характеристикой жидкости или газа, которая, например, в случае совершенного газа будет связана с другими термодинамическими характеристиками – плотностью и температурой – формулой Клапейрона».

В качестве другого не бесспорного допущения, используемого при выводе уравнений равновесия частицы сплошной среды, является пренебрежение моментами внешних сил, скручивающими эту частицу. Поясним эту ситуацию словами другого достаточно авторитетного учебника [5]: «Предположим, что силы, приходящиеся на площадь *S*, статически эквивалентны силе *R*, приложенной к точке *Q*, и некоторой паре *G*. Если мы будем каким-то образом непрерывно уменьшать площадь *S*, оставляя всё время точку *Q* внутри её, то сила *R* и пара *G* будут стремиться к нулю, а направление силы – к некоторому предельному направлению (l, m, n) . Мы предположим, что число *R/S*, полученное путём деления числа единиц силы в силе *R* на число единиц площади в площади *S*, стремится к нулю, к некоторому пределу *F*, а отношение *G/S* стремится к нулю».

Таким образом, отсюда следует, что при рассмотрении равновесия отдельной твёрдой частицы момент кручения от действия внешних сил и соответственно угловое ускорение согласно теоретической механике должно учитываться и учитывается, а вот при рассмотрении жидкой частицы – нет, не учитывается. Возможно, что обстоятельство может служить признаком того, что уравнения Стокса, как и уравнения теории упругости сплошной среды, могут описывать лишь незакрученные движения и поля напряжений, т.е. только плоские и осесимметричные. Только сравнением теоретических, соответствующих точным решениям уравнений Стокса и фактических, физически наблюдаемых, течений может быть определена справедливость вышеуказанных допущений.

Однако для этого должен быть накоплен достаточно обширный массив, так сказать эмпирическая «база данных» значений профилей скоростей течений, для того, чтобы можно было сравнить эмпирические профили скоростей с профилями, построенными согласно точным решениям уравнений Стокса.

А между тем с каждым годом растёт число так называемых приближённых решений задач на основе численного моделирования [7], которые в принципе не могут быть достаточно точными вследствие так называемой «сеточной» или «схемной» вязкости, сопутствующей численным методам решения дифференциальных уравнений, особенно нелинейных, в частных производных. При этом никаких проблем не возникает, по мнению автора, в связи с тем, что не проводится сравнения с опытами по причине отсутствия этих опытов.

Это иногда вызывает обоснованную обеспокоенность некоторых исследователей, что может быть выражено словами механика и вычислительного математика П. Роуча: «...математические проблемы существования и единственности решений уравнений в частных производных, описывающих течение жидкости, далеки от своего завершения как для самих дифференциальных уравнений, так и для их конечно-разностных аналогов» [8].

Фактическая замена натуральных экспериментов так называемыми «численными экспериментами» приводит к тому, что результаты отдельных авторов физически невозпроизводимы и ненаблюдаемы. Как утверждает, например, программист Р. Темам: «Из приводимых графиков ничего, кроме их самих, извлечь нельзя. Программы машинного счёта, как правило, не публикуются, читатель лишь иногда видит алгоритм расчёта» [9].

Более того, при «численных экспериментах» в программах счёта для компьютеров встречаются такие, на взгляд автора, нечистоплотные приёмы программирования, как использование операторов типа «go to &», где & - один из начальных операторов программы для повтора вычислений и накопления ошибок округления вычисляемых величин (это приём как один из методов увеличения так называемой «схемной вязкости» или «сеточной вязкости» и т. п.) для достижения сходимости вычислений и получения правдоподобного результата.

К сожалению, достаточно точных результатов наблюдений за течением жидкостей в ламинарном режиме со времён опытов Никурадзе и Шлифтинга не публикуется. Поэтому автор считает, что дальнейший прогресс в теории вязких сплошных сред, а более обще – в теории сплошных сред, лежит, в том числе, через проведение многочисленных и, возможно, более точных замеров профиля скоростей и траекторий ламинарных течений самого разного вида. Лежит через, так сказать, создание экспериментальной «базы данных», намного более обширной, в десятки и сотни раз большей, чем та, которая была создана в начале прошлого века. А до этого времени остаются лишь виртуальные исследования, в том числе – с использованием самых современных ЭВМ, причём программы подобных «численных моделирований» остаются неизвестными, что уже давно стало, к сожалению, так сказать, отличительным признаком «численных экспериментов» [7].

Остаётся надеяться, что всё-таки ситуация изменится, так как она бесплодна и тормозит развитие не только гидромеханики, но и, более обще, развитие теории сплошных сред, в том числе в таких перспективных направлениях естествознания, как физика плазмы. Создавшееся положение работы исследователей в иллюзорном, мнимом пространстве «численного моделирования» противоестественно уже потому, что предполагает, что используемые уравнения содержат в себе все свойства изучаемого явления, чего не может быть, так как непознанное бесконечно больше уже познанного.

Изложенное положение вредно обществу, порождает информационный хаос и дезориентацию, требует больших, но неоправданных и бесплодных затрат, посылаемых в тупиковом направлении. По мнению автора, именно вследствие такого рода ситуации со второй половине прошлого столетия фактически прекратились открытия в физике и механике, по крайней мере, в механике жидкостей и газов, для появления которых нужны не виртуальные действия, а действия в физическом мире. История развития науки и деятельность выдающихся учёных (например, И. Ньютона или Д.И. Менделеева) показывает, что плодотворно именно сочетание теории и практики, а не виртуальный подход.

Литература

1. Лоцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. Издательство «Наука», М, 1973, стр. 24, 56, 494 – 495, 418 - 419, 485.
2. Шиллер Л. Движение жидкости в трубах. М – Л, 1936.
3. Выскребцов В.Г. «Неустойчивость расходящихся течений и устойчивость сходящихся течений потоков воды. Экспериментальные наблюдения». Материалы XIII Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и

сплошных сред» им. А.Г.Горшкова, Москва, МАИ, 2007.

4. Рауз Х. Механика жидкости, Изд-во литературы по строительству, М, 1967.
5. Ляв А. Математическая теория упругости. М – Л, 1935.
6. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. М, Издательство «Наука», 1980.
7. Бабаков А.А. Численное моделирование пространственно-нестационарных течений сжимаемого газа на вычислительных комплексах параллельной архитектуры. Сборник «Фрагменты истории и достижения ИАП РАН 1986 – 2011». Изд-во ООО «Полиграфическая компания «ЭксПресс», М, 2011.
8. Роуч П. Вычислительная гидродинамика, М, 1980.
9. Темам Р. Уравнения Навье-Стокса. Теория и численный анализ, М, 1986.

Радиоспектроскопия магнитных материалов

д.ф.-м.н. Козлов В.И.

Университет машиностроения

8(495)223-05-23 доб.13-78, kozlov1937@mail.ru

Аннотация. В статье представлены результаты экспериментального и теоретического исследования магнитных материалов, синтезированных для их использования в создании функциональных устройств радиоэлектроники. Наблюдался электронный парамагнитный резонанс, ферромагнитный резонанс, резонанс магнитостатических спиновых волн, нерезонансное поглощение электромагнитных волн при квазистатическом перемагничивании объектов исследования. По результатам измерения характеристик наблюдаемого физического явления вычислялись характеристики исследуемых магнитных материалов; намагниченность, константы анизотропии и др.

Ключевые слова: резонанс, намагниченность, анизотропия, пленка, спектр.

Введение

Магнитные материалы уже давно используются в радиотехнике. В последние десятилетия благодаря открытию большого количества новых физических эффектов в магнитных материалах их использование резко расширилось. Помимо классического ферромагнитного резонанса (ФМР), открытого Аркадьевым в 1912 г., физической основой работы функциональных радиотехнических устройств стали служить такие эффекты, как спин-волновой резонанс (СВР), резонанс магнитостатических волн (МСВ) и другие. Образцы, в которых они наблюдаются, удобно брать в виде тонких пленок, в которых скин-эффектом можно пренебречь.

В настоящей работе рассмотрены основные физические эффекты, происходящие в магнитных материалах при воздействии на них, помимо постоянного (квазистатического) магнитного поля также переменного магнитного поля, и представлены результаты их экспериментального исследования.

1. Электронный парамагнитный резонанс

В парамагнитном образце, находящемся в постоянном магнитном поле H_0 , имеет место прецессия магнитных моментов атомов. Частота ω_0 этой прецессии определяется соотношением [1]

$$\omega_0 = \gamma H_0, \quad (1)$$

где: $\gamma = ge/2mc = 2,8$ МГц/Э – магнетомеханическое отношение электрона.

Здесь e – заряд электрона, m – масса электрона, c – скорость света, g – фактор (для свободного электрона равен 2). Если на образец наложить еще малое переменное поле частоты ω , перпендикулярное постоянному полю H_0 , то при приближении частоты ω к частоте ω_0 будет иметь место резонансное изменение угла прецессии магнитных моментов атомов. В экс-