зволяет считать, что несмотря на это, возможно, что существуют так называемый «островок стабильности» (или даже два «островка») в области атомного номера 184.

Многочисленными опытами на ускорителях, в частности, в г. Дубне, были идентифицированы элементы с атомными номерами в пределах от 110 до 118. Однако элементы с атомным номером большим 112 уже не имеют названий, т.к. число наблюдаемых атомов в экспериментах составляло всего несколько штук. И в настоящее время уже нет сообщений об открытии новых элементов.

Области науки развиваются неравномерно. Открытия радиоактивности Беккерелем и Жолио Кюри примерно сто лет назад практически ничего не стоили. Опыты Ньютона с разложением света на цвета радуги, опыты Попова с радиосвязью, теоретическая работа Циолковского по исследованию возможности управляемого движения в космическом пространстве и множество других примеров из истории науки и техники тоже не требовали заметных расходов. Это позволяет, по мнению авторов, сделать вывод, что стоимость научной работы сама по себе не гарантирует достижения практически значимых результатов. История науки не даёт примеров того, что результативность научных исследований определялась бы, если так можно выразиться (по аналогии с «нанотехнологиями»), только «мего» или «гиго» затратными технологиями.

Литература

1. Обозрение прикладной и промышленной математики, том 17, выпуск 4. Редакция журнала «ОПиПМ», Москва, 2010.
2. Панов А.Д. Методологические проблемы космологии и квантовой гравитации. НИИЯФ МГУ, 2011 г.
3. Кузьмина С. Нобелевская премия по физике вручена за то, чего нет. Комсомольская правда, М, 04.10.2011.
4. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс Н. Феймановские лекции по физике. т 7, Физика сплошных сред, М, 1966 г.
5. Кругляков Э.П. «Учёные» с большой дороги – 3. РАН. Москва, «Наука», 2009.

Аппроксимативная модель прогнозирования ресурса при воздействии негауссовских процессов

Подвойский А.О., д.т.н. проф. Боровских В.Е.

ЗАО «Завод «СиН-газ», Саратовский государственный технический университет имени Ю.А.Гагарина

8-937-221-18-75, apodvoyskiy08@gmail.com

Аннотация. В статье развивается аппроксимативная модель прогнозирования оценок усталостной долговечности силовых элементов для случая нагружения стационарными стохастическими процессами с законом распределения ординат отличным от закона Гаусса. Предлагаемая прогностическая модель представляет собой коррекцию гауссовской узкополосной модели и может использоваться для получения экспресс-оценок ресурса на этапе разработки эскизного проекта при нагружении негауссовскими процессами.

Ключевые слова: *усталостная долговечность, негуссовские процессы, прогностическая модель*

Широко известно, что реальные процессы нагружения, возникающие в силовых элементах конструкций различного назначения, носят случайный характер и в большинстве случаев подчиняются закону Гаусса. Однако тот факт, что во многих важных для инженерной практики случаях процессы изменения напряжений оказываются негауссовскими [1] остается без внимания, что влечет за собой искажение прогностических оценок ресурса и, как следствие, снижает как экономическую эффективность, так и эксплуатационную безопасность объекта.

Прогностические модели ресурса определенные в частотной области (поведение модели определяется видом энергетического спектра S(w) стохастического процесса нагружения) и построенные в предположении, что нагружение представляет собой гауссовский процесс, не могут давать корректных оценок ресурса, если в действительности нагружение – это процесс негауссовский. В литературе развиваются различные приемы, стремящиеся учесть негауссовость реальных процессов, однако наиболее распространенным, простым и эффективным является так называемый прием сепарации свойств по коэффициентам [2]. Так, например, в работе [1] скалярная мера усталостных повреждений для негауссовского широкополосного процесса D_{ng} представляется как «исправленная» скалярная мера усталостных повреждений для гауссовского узкополосного процесса D_g, т.е.

$$D_{ng} = \lambda_{wb}\lambda_{ng}D_g, \text{ или } Y_{ng} = (\lambda_{wb}\lambda_{ng})^{-1}Y_g, \tag{1}$$

где: λ_{wb}, λ_{ng} – корректирующие множители, учитывающие широкополосность и негауссовость соответственно;

Y_{ng}, Y_g – ресурс при воздействии негауссовского и гауссовского процессов соответственно.

В статье [3] S.R. Winterstein предлагает корректирующий коэффициент λ_{ng} в форме:

$$\lambda_{ng} = 1 + \frac{m(m-1)(ku-3)}{24}, \quad ku > 3, \tag{2}$$

где: m – показатель угла наклона левой ветви кривой выносливости; ku – эксцесс.

Корректирующий коэффициент λ_{ng} в форме (2) является функцией лишь двух параметров m и ku, между тем распределение ординат процесса нагружения определяется не только эксцессом, но и коэффициентом асимметрии sk, что необходимо учитывать в расчетах на усталостную долговечность при нагружении процессами значительно отличающимися от гауссовских.

В другой форме коэффициент λ_{ng} как функция трех аргументов был предложен S.R. Winterstein в работе [4]:

$$\lambda_{ng} = \left[\frac{\sqrt{\pi}k}{2\Gamma\left(1+|\nu_2|\right)}\right]^m \cdot \left[\frac{\Gamma\left(1+|\nu_2|\right)}{\Gamma\left(1+\frac{m}{2}\right)}\right], \quad k = \frac{1}{\sqrt{1+2h_3^{*2}+6h_4^{*2}}},$$
$$\nu_2 = \sqrt{\frac{4}{\pi}(1+h_4+h_4^*)-1}, \; h_4 = \frac{ku-3}{24}, \; h_3^* = \frac{sk}{6(1+6h_4^*)}, \; h_4^* = \frac{\sqrt{1+1.5(ku-3)}-1}{18}. \tag{3}$$

Необходимо заметить, что, как отмечается в статье N.-H. Ko [5], оценки (2) и (3) в большинстве случаев не корректно учитывают влияние негауссовости на ресурс объекта.

C. Braccesi и др. в работе [1], основываясь на различных гипотезах и предполагая, что корректирующий коэффициент λ_{ng} управляется лишь показателем угла наклона m, эксцессом ku и коэффициентом асимметрии sk, определили λ_{ng} как:

$$\lambda_{ng} = \exp\left[\frac{m^{3/2}}{\pi}\left\{\frac{(ku-3)}{5} - \frac{sk^2}{4}\right\}\right]. \tag{4}$$

Возвращаясь к мысли о прогностических моделях, заметим, что в статье [6] была предложена аппроксимативная модель прогнозирования оценок ресурса, построенная в предположении воздействия стационарных гауссовских процессов:

$$Y_{apr}^{PB}(s_\sigma) = Q_p \frac{\sqrt{8\pi} N_0}{3^{m-1} w_0} \left(\frac{\sigma_{-1д}}{s_\sigma} \right)^m, \begin{cases} Q_p = m, (nbp), \\ Q_p = m+1, (wbp), \end{cases} \tag{5}$$

где: s_σ – среднеквадратическое отклонение процесса (МПа);

w_0 – круговая частота процесса по нулям (Гц);

$\sigma_{-1д}$ – предел выносливости детали (МПа);

N_0 – абсцисса точки перегиба кривой выносливости (число циклов);

$(nbp), (wbp)$ – условное обозначение узкополосного и широкополосного процесса соответственно.

Результаты вероятностного моделирования найденные с помощью модели (5) находятся в согласии с результатами, вычисленными по альтернативным моделям (модели Tovo-Benasciutti, Dirlik, Zhao-Baker и др.), которые в зарубежной литературе считаются эталонными (отклонение не превосходит 11%).

Теперь, с учетом соотношения (1) модель (5) можно переписать в виде

$$Y_{aprNG}^{PB}(s_\sigma) = \frac{1}{\lambda_{ng}} \frac{1}{\lambda_{wb}} m \frac{\sqrt{8\pi} N_0}{3^{m-1} w_0} \left(\frac{\sigma_{-1д}}{s_\sigma} \right)^m, \tag{6}$$

где: λ_{wb} в данном случае равен $\frac{m}{m+1}$, а λ_{ng} определяется в соответствии с формулой (4).

Таким образом, соотношение (6) это не что иное, как аппроксимативная модель прогнозирования оценок усталостной долговечности для случая нагружения стационарными негауссовскими процессами. Рассмотрим альтернативные модели прогнозирования и проведем сравнительный анализ расчетных оценок усталостной долговечности (альтернативные модели переписаны с учетом λ_{ng}):

1) модель T. Dirlik [7] (условное обозначение DK)

$$Y_{rfcNG}^{DK}(s_\sigma) = \frac{1}{\lambda_{ng}} \left\{ \frac{w_p}{C} s_\sigma^{2m} \left[D_1 Q^m \Gamma(1+m) + (\sqrt{2})^m \Gamma\left(1 + \frac{m}{2}\right) \cdot \left(D_2 |R|^m + D_3\right) \right] \right\}^{-1}, \tag{7}$$

где: w_p – круговая частота процесса по экстремумам (Гц);

C – постоянная кривой выносливости, $C = \sigma_{-1д}^m N_0$;

$\Gamma(\cdot)$ – гамма-функция;

$\{D_i\}_{i=1}^3, Q, R$ – параметры оптимальной подгонки $D_1 = \frac{2(x_m - \alpha_2^2)}{1+\alpha_2^2}$,

$$\alpha_2 = \lambda_2 (\sqrt{\lambda_0 \lambda_4})^{-1}, \qquad \lambda_d = \int\limits_{0\ (d=0,1,2...)}^{+\infty} w^d S(w) dw, \qquad D_2 = \frac{1 - \alpha_2 - D_1 - D_1^2}{1-R}, \qquad D_3 = 1 - D_1 - D_2,$$

$$Q = \frac{1.25(\alpha_2 - D_3 - D_2 R)}{D_1}, \ R = \frac{\alpha_2 - x_m - D_1^2}{1 - \alpha_2 - D_1 + D_1^2}, \ x_m = \frac{\lambda_1}{\lambda_0} \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_4}};$$

λ_{ng} – вычисляется по формуле (4);

rfc – указывает на то, что модель основана на методе «потоков дождя» (rainflow count).

2) модель W. Zhao и M.J. Baker [8] (условное обозначение ZB)

$$Y_{rfcNG}^{ZB}(s_\sigma) = \frac{1}{\lambda_{ng}}\left\{w_p s_\sigma^{2m}\left[\gamma a^{-\frac{m}{b}}\Gamma\left(1+\frac{m}{b}\right)+(1-\gamma)2^{\frac{m}{2}}\Gamma\left(1+\frac{m}{2}\right)\right]\right\}^{-1},$$

$$\gamma = \frac{1-\alpha_2}{1-\sqrt{\frac{2}{\pi}}\Gamma\left(1+\frac{1}{b}\right)a^{-1/b}},\ a = 8-7\alpha_2,\ b = \begin{cases}1.1, \alpha_2 < 0.9,\\ 1.1+9(\alpha_2-0.9), \alpha_2 \ge 0.9,\end{cases} \tag{8}$$

где: γ – весовой коэффициент, ($0 \le \gamma \le 1$); a, b – параметры закона Вейбулла.

3) модель D. Benasciutti и R. Tovo [9] (условное обозначение TB)

$$Y_{rfcNG}^{TB}(s_\sigma) = \frac{1}{\lambda_{ng}}\left\{b_{app}D^{NB}+(1-b_{app})D^{RC}\right\}^{-1},\ D^{RC} \approx D^{NB}\alpha_2^{m-1},$$

$$b_{app} = \frac{(\alpha_1-\alpha_2)\{1.112[1+\alpha_1\alpha_2-(\alpha_1+\alpha_2)]\exp(2.110\alpha_2)+(\alpha_1-\alpha_2)\}}{(\alpha_2-1)^2}, \tag{9}$$

где: D^{NB}, D^{RC} – скалярная мера усталостных повреждений по модели для узкополосной аппроксимации и по методу размахов (range-mean count) соответственно.

Как известно, параметры кривой выносливости (именно m, N_0, $\sigma_{-1д}$) на практике обнаруживают значительный разброс, что можно учесть с помощью метода статистического моделирования:

a) m и N_0 допустимо разыгрывать по равномерному закону

$$m = m_a + (m_b - m_a)\zeta,\ N_0 = N_{0a} + (N_{0b} - N_{0a})\zeta,$$

где: m_a, m_b – левая и правая границы диапазона изменения показателя угла наклона соответственно;

N_{0a}, N_{0b} – левая и правая границы диапазона изменения точки перегиба кривой выносливости соответственно;

ζ – псевдослучайные числа, равномерно распределенные в диапазоне [0;1],

b) $\sigma_{-1д}$ – по закону Гаусса

$$\sigma_{-1д} = \overline{\sigma}_{-1д} + s_{\sigma-1д}\xi,$$

где: $\overline{\sigma}_{-1д}, s_{\sigma-1д}$ – математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение соответственно;

ξ – псевдослучайные числа, подчиняющиеся закону Гаусса с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.

В качестве модели процесса нагружения была принята модель стационарного гауссовского широкополосного (параметр сложности структуры $\chi_0 = 1.73$) стохастического процесса с автокорреляционной функцией экспоненциально-косинусного типа, т.е. $k(\tau) = e^{-\alpha|\tau|}\cos(\beta\tau)$. Результаты расчетов по моделям (6)-(9) сведены в таблицу 1 (объем массива псевдослучайных чисел составил 25000). Кроме того, вычислялась относительная ошибка прогнозирования предлагаемой модели $Y_{aprNG}^{PB}(s_\sigma)$ в сравнении с альтернативными $Y_+(s_\sigma)$, т.е. $\delta = Y_+^{-1}(s_\sigma)\left|Y_{apr}^{PB}(s_\sigma) - Y_+(s_\sigma)\right| \cdot 100\%$.

Как видно из таблицы 1, относительная ошибка δ не превосходит 9%, что указывает, во-первых, на то, что в частном случае нагружения стационарными негауссовскими стохастическими процессами результаты по модели (6) с учетом коррекции по C. Braccesi согласуются с результатами, найденными по хорошо известным альтернативным моделям (D. Benasciutti и R. Tovo, W. Zhao и M.J. Baker, T. Dirlik), и, во-вторых, на корректность принятых допущений и возможность использовать модель (6) в инженерной практике для получения экспресс-оценок усталостной долговечности на стадии эскизного проектирования.

Таблица 1

Расчетные оценки усталостной долговечности

Параметры стохастического процесса нагружения				
$\alpha = 23.12, c^{-1}$; $\beta = 3.85, c^{-1}$; $s_\sigma = 127.00$, МПа; $\chi_0 = 1.73$; ku=3.92; sk=2.35				
Параметры кривой выносливости материала				
$m_a = 2.32$; $m_b = 4.15$; $N_{0a} = 1.42 \cdot 10^6$; $N_{0b} = 1.54 \cdot 10^6$; $\bar{\sigma}_{-1д} = 61$, МПа; $s_{\sigma_{-1д}} = 6.21$, МПа				
Формула		Обозначение	$\bar{Y}$, с	δ,%
	(6)	$Y^{PB}_{aprNG}(s_\sigma)$	76962	-
+	(7)	$Y^{DK}_{rfcNG}(s_\sigma)$	76174	1.03
+	(8)	$Y^{ZB}_{rfcNG}(s_\sigma)$	71005	8.40
+	(9)	$Y^{TB}_{rfcNG}(s_\sigma)$	73514	4.70

Литература

1. The frequency domain approach in virtual fatigue estimation of non-linear systems: The problem of non-Gaussian states of stress / Braccesi C. [et alii] // International Journal of Fatigue.- 2009.- №31.- P. 766-775.
2. Yu L. A new look at the effect of bandwidth and non-normality on fatigue damage / L. Yu, P.K. Das, D.P. Barltrop // Fatigue Fract Eng Mater Struct.- 2003.- №27.- P. 51–58.
3. Winterstein S.R. Non-normal responses and fatigue damage / S.R. Winterstein // J Struct Eng.- 1985.- №111(10).- P. 1291-1295.
4. Winterstein S.R. Moment-based Hermite models of random vibration / S.R. Winterstein // Report No.219. - Denmark: Technical University of Denmark.- 1987.
5. Ko N.-H. Verification of correction factors for non-Gaussian effect on fatigue damage on the side face of tall buildings / N.-H. Ko // International Journal of Fatigue.- 2008.- №30.- P. 779-792.
6. Подвойский А.О. Аппроксимативная модель прогнозирования оценок ресурса / А.О. Подвойский, В.Е. Боровских // Технические науки: теоретические прикладные аспекты: материалы Междунар. заочной научно-практической конференции.- Новосибирск: Сибирская ассоциация консультантов, 2012. -С. 16-22.
7. Dirlik T. Application of computers in fatigue analysis. Warwick: University of Warwick, 1985. 241 p.
8. Zhao W. On the probability density function of rainflow stress range for stationary Gaussian processes / W. Zhao, M.J. Baker // International Journal of Fatigue.- 1992.- № 14(2).- P. 121-135.
9. Benasciutti D. Comparison of spectral methods for fatigue analysis of broad-band Gaussian random processes / D. Benasciutti, R. Tovo // Probabilistic Engineering Mechanics.- 2006.- № 21.- P. 287-299.