

данной и равной  $R_z$ , то путем решения интегрального уравнения (28) или (29), в зависимости от формы погруженной в грунт части колеса, определяется прогиб шины  $h_z$  и, следовательно, все остальные параметры качения колеса, включая глубину колеи  $H$  по выражению (36).

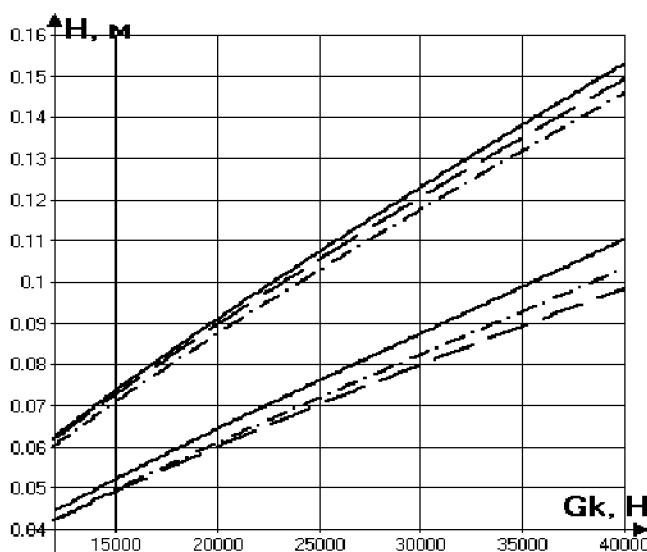
На рисунке 5 представлено изменение расчетной глубины колеи от нагрузки на колесо при различной форме контакта колеса с грунтом.

Верхний пучок кривых соответствует радиальной жесткости шины  $c_r = 4 \cdot 10^5 \text{ Н/м}$ , а нижний -  $c_r = 2 \cdot 10^5 \text{ Н/м}$ .

Из рассмотрения рисунка 5 для приближенной оценки глубины колеи достаточно ограничиться какой-либо одной расчетной схемой формы колеса.

#### Выводы

Таким образом, решение задачи определения величины глубины колеи для шин с низким давлением достаточно корректно описывается формой контакта в виде усеченного круга и является наиболее приемлемой для аналитических расчетов.



**Рисунок 5 – Расчетная зависимость глубины колеи  $H$  от нагрузки на колесо  $G_k$  ( $c = 0,27$ ;  $\mu = 0,75$ ;  $r_0 = 0,5 \text{ м}$ ;  $B = 0,3 \text{ м}$ ) при различной форме погруженной в грунт части колеса: эллипс (сплошная линия); полином (штриховая линия); усеченный круг (штрихпунктирная линия)**

#### Литература

1. Пирковский Ю.В., Шухман С.Б. Теория движения полноприводного автомобиля. Прикладные вопросы оптимизации конструкции шасси. М., 2001.-230 с.
2. Соловьев В.И. К вопросу об определении потерь мощности при качении эластичного колеса. Труды НАМИ «Автомобили и двигатели», вып. 230, М., 2002, с. 128-137.

#### **Прогнозирование остаточного ресурса конструкций и деталей машин**

к.т.н. Стародубцева С.А., д.т.н. Гусев А.С.  
 Университет машиностроения, МГТУ им. Н.Э.Баумана

*Аннотация.* Предложены эффективные методы решения задачи о прогнозировании остаточного ресурса по статистической информации об отказах и по расчетным моделям накопления повреждений.

*Ключевые слова:* методы прогнозирования остаточного ресурса, статистическая информация об отказах, расчетным моделям накопления повреждений

Такая задача обычно возникает в ситуациях, когда по предварительным экспертным или расчетным оценкам или по ряду диагностических признаков выявляется, что ресурс объекта близок к исчерпанию, а продление срока его эксплуатации на некоторое время может дать значительный экономический эффект. При этом имеется в виду, что в расчетных моделях по оценке ресурса учитывают только наиболее нагруженные режимы работы и принимают минимальные прочностные характеристики материалов. Кроме того, такие расчеты часто носят лишь сравнительный характер, и поэтому действительное техническое состояние объекта на данный момент времени эксплуатации может значительно отличаться от расчетного.

Прогнозирование остаточного ресурса можно осуществить только для конкретных объектов по их индивидуальному техническому состоянию. При этом понятие «техническое состояние» может трактоваться в широком смысле – от факта того, что на данный момент времени отказа не произошло (хотя он и мог бы произойти, если судить по имеющимся статистическим данным), до установления детализированного действительного технического состояния объекта, определяемого по большому числу диагностических признаков.

Рассмотрим наиболее типичные ситуации и расчетные модели по прогнозированию остаточного ресурса.

### 1. Прогнозирование остаточного ресурса по статистической информации об отказах

Пусть имеется информация о ресурсе в виде плотности  $f(t)$  и интегральной функции  $F(t)$  распределения вероятностей или функции  $P(t) = 1 - F(t)$  для времени  $t$  безотказной работы, а о техническом состоянии объекта известно лишь то, что на данный момент времени  $t_*$  отказа не произошло. Требуется установить закон распределения вероятностей остаточного ресурса  $T$ , отсчет которого производится от момента времени  $t = t_*$  (рисунок 1).

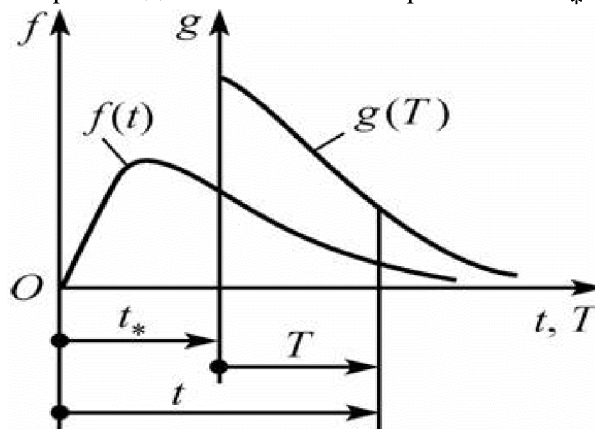


Рисунок 1

Поскольку вероятность безотказной работы в течение времени  $(t_* + T)$  равна произведению вероятности такой работы на интервале времени  $T$  (при условии, что уже отработано время  $t_*$ ), и вероятности такой работы за время  $t_*$ , то

$$P(t_* + T) = P(T/t_*) \cdot P(t_*). \quad (1)$$

Определив  $\gamma\%$ -ный остаточный ресурс  $T_\gamma$  как решение уравнения  $P(T_\gamma/t_*) = \gamma$ , получаем уравнение для определения величины  $T_\gamma$ :

$$\gamma = \frac{P(t_* + T_\gamma)}{P(t_*)}. \quad (2)$$

Этот результат также можно получить следующим образом. Поскольку плотность распределения вероятностей остаточного ресурса можно представить в виде (см. рисунок 1)

$$g(T) = c \cdot f(t_* + T), \quad (3)$$

где, если коэффициент нормировки  $c = \frac{1}{\int_0^\infty f(t_* + T) dT} = \frac{1}{P(t_*)}$ ,

то

$$g(T) = \frac{f(t_* + T)}{P(t_*)}. \quad (4)$$

Интегрируя (4) по  $T$  в пределах от  $T_\gamma$  до  $\infty$ , приходим к соотношению (2).

В соответствии с (4) интегральная функция распределения вероятностей остаточного ресурса определяется по формуле:

$$G(T) = \frac{1}{P(t_*)} \cdot \int_0^T f(t_* + T) dT = \frac{F(t_* + T) - F(t_*)}{P(t_*)}. \quad (5)$$

Остаточный  $\gamma\%$ -ный ресурс можно найти из равенства

$$\gamma = 1 - G(T_\gamma), \quad (6)$$

которое с учетом (5) принимает вид соотношения (2).

Тогда ожидаемое значение остаточного ресурса определяется как:

$$\langle T \rangle = \frac{1}{P(t_*)} \cdot \int_0^\infty T dF(T + t_*) = \int_0^\infty P(T) dT.$$

Рассмотрим примеры расчета остаточного ресурса.

#### Пример 1

Пусть рассеивание времени безотказной работы отсутствует и отказ происходит точно в момент времени  $t_0$ . Тогда:

$$f(t) = \delta \cdot (t - t_0),$$

где:  $\delta(\cdot)$  – дельта-функция.

Подставив это выражение в (4), получаем плотность распределения вероятностей остаточного ресурса в виде:

$$g(T) = \delta\{T - (t_0 - t_*)\},$$

т.е. в рассматриваемом случае остаточный ресурс  $T = t_0 - t_*$ , что и следовало ожидать.

#### Пример 2

Пусть время безотказной работы описывается законом Вейбулла с плотностью распределения вероятностей:

$$f(t) = \frac{b}{t_0^b} \cdot t^{b-1} \cdot \exp\left\{-\left(\frac{t}{t_0}\right)^b\right\}, \quad (7)$$

интегральной функцией распределения вероятностей:

$$F(t) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{t}{t_0}\right)^b\right\} \quad (8)$$

и функцией надежности:

$$P(t) = \exp\left\{-\left(\frac{t}{t_0}\right)^b\right\}, \quad (9)$$

где:  $b$  и  $t_0$  – параметры.

Требуется оценить остаточный ресурс  $T$  при условии, что объект уже отработал время  $t_*$ .

Подставив выражения (7) – (9) в (4) и (5), определяем плотность и интегральную функцию распределения вероятностей остаточного ресурса:

$$g(T) = \frac{b}{t_0^b} \cdot (t_* + T)^{b-1} \cdot \exp\left\{-\frac{(t_* + T)^b - t_*^b}{t_0^b}\right\}; \quad (10)$$

$$G(T) = 1 - \exp\left\{-\frac{(t_* + T)^b - t_*^b}{t_0^b}\right\}. \quad (11)$$

Из соотношения (2) для рассматриваемого случая находим  $\gamma$ %-ный остаточный ресурс:

$$T_\gamma = t_0 \cdot \left[ \left( \frac{t_*}{t_0} \right)^b - \ln \gamma \right]^{1/b} - t_*. \quad (12)$$

Необходимо отметить, что при  $b = 1$  (в случае экспоненциального закона распределения вероятностей ресурса) остаточный ресурс не зависит от предварительной наработки  $t_*$ . Этот случай является полной противоположностью описанной в примере 1 ситуации. В связи с этим следует отметить, что рассеивание времени безотказной работы при гауссовых стационарных процессах нагружения описывается экспоненциальным законом распределения вероятностей. Это приводит к выводу, что для таких процессов (если надежность определяется по внезапным отказам) время предварительной наработки не влияет на надежность последующего функционирования системы.

## 2. Прогнозирование остаточного ресурса по расчетным моделям накопления повреждений

В изложенном выше подходе к прогнозированию остаточного ресурса закон распределения вероятностей времени безотказной работы считался заданным. Рассмотрим ситуацию, когда этот закон необходимо найти на стадии проектирования и расчета. Для решения такой задачи можно использовать различные модели, отражающие изменение параметров технического состояния в результате постепенного накопления усталостных повреждений. С помощью этих моделей могут быть описаны такие физические процессы, как износ, коррозия и т.п., приводящие к отказам. Рассмотрим в качестве примера простейшую линейную случайную веерную функцию изменения технического состояния (рисунок 2) вида:

$$x = k \cdot t, \quad (13)$$

где скорость  $k$  изменения показателя технического состояния  $x$  является случайной величиной с заданной функцией распределения вероятностей  $F_k(k)$ .

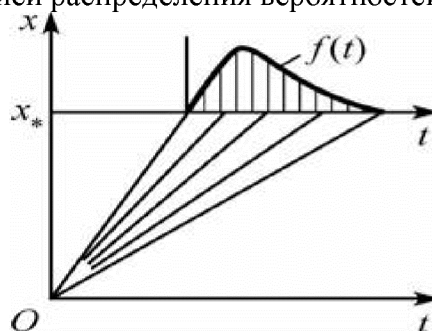


Рисунок 2

Отметим, что к виду (13) можно привести ряд нелинейных функций. Так, функции  $y = a + bz^k$  приводятся к виду (13) путем введения новых переменных:

$$x = \lg \frac{(y-a)}{b}; \quad t = \lg z.$$

Полагая, что отказ происходит в момент достижения процессом  $x(t)$  предельно допустимого уровня  $x_*$ , для определения ресурса получаем выражение

$$t = \frac{x_*}{k}, \quad (14)$$

из которого следует, что ресурс является функцией случайного параметра  $k$ .

В соответствии с методами определения закона распределения вероятностей функции случайного аргумента функцию распределения вероятностей времени безотказной работы можно найти по функции  $F_k(k)$ :

$$F(t) = 1 - F_k\left(\frac{x_*}{t}\right). \quad (15)$$

В случае, когда величина  $k$  описывается законом распределения вероятностей Вейбулла с функцией

$$F_k(k) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{k}{k_0}\right)^b\right\}, \quad (16)$$

где:  $k$  и  $b$  – параметры,

$$F(t) = \exp\left\{-\left(\frac{t_0}{t}\right)^b\right\}, \quad (17)$$

где:  $t_0 = x_0/k_0$ .

Пусть  $t_*$  – время предварительной наработки. Тогда, подставив выражение (17) в (2), определяем  $\gamma\%$ -ный остаточный ресурс:

$$T_\gamma = \frac{t_0}{c} - t_*, \quad (18)$$

$$\text{где: } c = \left\{ \ln \frac{1}{1 - \gamma \cdot \left[ 1 - \exp\left(-\frac{x_0}{t_* \cdot k_0}\right)^b \right]} \right\}^{1/b}.$$

Если функция (13) описывает процесс накопления усталостных повреждений, параметр  $k$  представляет собой скорость накопления усталостных повреждений можно определить как

$$k = \frac{1}{\bar{t} \cdot N_0} \cdot \left( \frac{\sigma_a + \psi \cdot \sigma_m}{\sigma_{-1}} \right)^m, \quad (19)$$

где:  $N_0$ ,  $\psi$ ,  $\sigma_{-1}$ ,  $m$  – параметры поверхности усталости;  $\sigma_a$ ,  $\sigma_m$  – амплитудные и средние напряжения циклов;  $\bar{t}$  – средний интервал времени между нагружениями.

Вероятностные характеристики параметра  $k$  зависят от случайных величин, входящих в соотношение (19); они могут быть найдены как вероятностные характеристики функции со случайными аргументами.

В рамках описанной модели также можно рассмотреть случай, когда опасный уровень повреждения характеризуется статистическим рассеиванием и (или) со временем изменяется (например, уменьшается вследствие старения материала или влияния других подобных факторов). Если этот уровень является случайным и описывается плотностью распределения вероятностей  $f(x_*)$ , соотношение типа (18) следует рассматривать как условное выражение, получаемое при фиксированных значениях  $x_*$ . Переходя к безусловным величинам, получим

$$T_\gamma = \int_{-\infty}^{\infty} T_\gamma(x_*) \cdot f(x_*) \cdot dx_*. \quad (20)$$

Таким образом,  $\gamma\%$ -ный ресурс может быть определен с учетом накопления усталост-

### Литература

1. Болотин В.В. Ресурс машин и конструкций. – М.: Машиностроение, 1990.
2. Гусев А.С., Карунин А. Л., Крамской Н.А., Стародубцева С.А. Надежность механических систем и конструкций при случайных воздействиях. – М.: МГТУ МАМИ, 2001.
3. Светлицкий В.А. Статистическая механика и теория надежности. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002.
4. Гусев А.С. Вероятностные методы в механике машин и конструкций. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009.

### **Анализ конструкций, обеспечивающих максимальную термодинамическую эффективность поршневых двигателей**

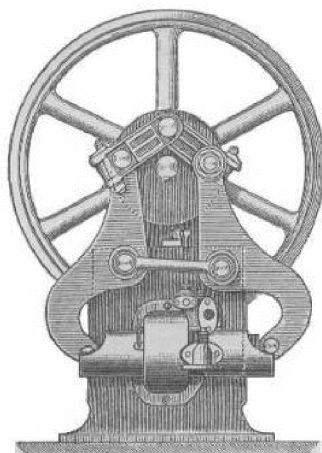
к.т.н. доц. Хрипач Н.А., к.т.н. Лежнев Л.Ю., к.т.н. Папкин Б.А., Шустров Ф.А.,  
Татарников А.П., Тингаев Н.В.  
Университет машиностроения  
8(495)223-05-23 доб. 1019, borispapkin@yandex.ru

*Аннотация.* В статье проводится анализ различных концепций бензиновых двигателей внутреннего сгорания с продолженным расширением рабочего тела, применяемых для улучшения экономических и экологических показателей. Рассматривается классическая концепция цикла Аткинсона, схема Отто-Аткинсона и Аткинсона-Миллера а также рассмотрены меры для улучшения процесса сгорания.

*Ключевые слова:* двигатель внутреннего сгорания, цикл с продолженным расширением рабочего тела, цикл Аткинсона, улучшение процесса сгорания

Одним из перспективных направлений улучшения основных показателей автомобильных бензиновых двигателей, особенно экономических и экологических, является оптимизация рабочего процесса за счет применения цикла с продолженным расширением рабочего тела.

Впервые такой цикл был реализован в дифференциальном газовом двигателе Дж. Аткинсона в 1884 году [1], эскиз которого показан на рисунке 1. Двигатель Аткинсона не получил однако широкого распространения из-за сложной кинематической схемы силового механизма и пониженных энергетических показателей по сравнению с обычным двигателем сопоставимых размеров, работающим по классическому циклу Отто (с подводом тепла при постоянном объеме).



**Рисунок 1 - Дифференциальный газовый двигатель Аткинсона:  $D = 148$  мм;  $S = 88$  мм на такте сжатия и  $160$  мм на такте расширения;  $P_e = 4,15$  кг/см<sup>2</sup>**

Позже, в 1947 году Р. Миллер предложил другой путь реализации цикла с продолжен-