

## **Общие вопросы взаимодействия эластичного колеса с жесткой опорной поверхностью**

к.т.н. доц. Абузов В.И., к.т.н. доц. Балабина Т.А., к.т.н. доц. Чепурной С.И.  
Университет машиностроения,  
8(495)2230523, доб. 1390, [tmm@mami.ru](mailto:tmm@mami.ru)

*Аннотация.* В статье исходя из анализа явлений, происходящих в контакте эластичного колеса с жестким основанием, рассматриваются общие вопросы механики качения колеса, которые впоследствии использованы для более детального исследования фрикционной пары «эластичное колесо – опорная поверхность».

*Ключевые слова:* колесо, качение, сопротивление качению, трение, касательная сила.

Вопросы, связанные с сопротивлением качению, рассматривались многими авторами. Однако, в виду разбросанности полученных ими результатов по различным литературным источникам, различий применяемых ими подходов к решению этой задачи, полученных результатов, а также неточностей и неопределенностей, обобщим основные вопросы прямолинейного качения цилиндрических колес и проанализируем зависимости, удобные для исследования фрикционной пары «эластичное колесо-опорная поверхность», на которые и будем опираться в дальнейшем.

Так как пара «эластичное колесо-опорная поверхность» относится к фрикционным парам, то при решении поставленных задач воспользуемся следующими допущениями и условиями, применяемыми в теории фрикционных передач:

1. Основание, по которому перекачивается колесо, считаем абсолютно жестким.
2. Форму пятна контакта цилиндрического колеса с жестким основанием принимаем близкой к прямоугольной.
3. Предполагаем, что при прижатии эластичного колеса к жесткому основанию распределение нормальных давлений в продольном направлении контакта близко к параболическому.
4. Реальный закон изменения нормальных давлений по площадке контакта катящегося колеса зависит от конструкции эластичного колеса, его упругих характеристик, условий качения. У пневматических шин низкого и среднего давления он более близок к трапецеидальному закону, высокого - к параболическому. Большой класс колесных машин - машины напольного транспорта (погрузчики, штабелеры, робокары и т.п.), оборудуются массивными резиновыми шинами, для которых отсутствуют экспериментальные данные о распределении нормальных давлений по площадке контакта. В связи с этим на стенде ИДШ-1 в НИИ шинной промышленности были выполнены /1,2/ соответствующие экспериментальные исследования ведомых колес с цилиндрической и тороидальной формой беговых дорожек и с разной толщиной резинового слоя.

Экспериментальные результаты показали, что у рассматриваемых шин распределение нормальных давлений занимает промежуточное положение между параболическим и эллиптическим законами, причем при наличии тороидальной беговой дорожки приближается к параболическому закону в крайних продольных сечениях и к эллиптическому - в средних. По краям пятна контакта (на входе и выходе из него), как показывают экспериментальные данные, эпюра нормальных давлений меняет знак кривизны. Наличие касательной силы в контакте искажает симметричность эпюры нормальных давлений.

Параболический закон распределения нормальных давлений по площадке контакта позволяет получать непрерывные по длине пятна контакта функции интересующих параметров и более полно отражает физическую картину явлений в контакте колеса с основанием. Аналогичный закон использовался в ряде решений прикладных задач, связанных с качением упругих тел /3, 4, 5, 6, 7 и др./. Правомерность использования данного закона будет показана также ниже.

5. Тангенциальные напряжения (или удельные касательные силы)  $q_t$ , возникающие на по-

верхности колеса в зоне контакта при реализации касательной силы, принимаем пропорциональными смещениям  $U$  точек поверхности колеса:

Тангенциальным смещением называем измеренную по касательной к поверхности колеса величину смещения точки его поверхности относительно радиального луча, на котором находилась эта точка в недеформируемом состоянии колеса.

6. Рассматриваем тангенциальные смещения, возникающие с момента входа точки поверхности колеса в контакт с основанием до момента ее выхода из контакта.
7. Исходя из закона сухого трения Амонтона, тангенциальные напряжения на участке скольжения в зоне контакта принимаем равными величине  $q_t^{ck} = \mu q_n$ , где  $\mu$  - коэффициент трения скольжения..
8. Рассматриваем качение колеса с малой скоростью, что позволяет все упругие процессы, происходящие при качении, считать квазистатическими.
9. Рассматриваем установившиеся процессы.
10. Геометрическую неоднородность и дисбаланс колеса, а также влияние микропрофиля опорной поверхности не учитываем.

Качение ведомого и тормозного колес осуществляется, как известно, под действием продольной силы  $F_x$ , приложенной к оси колеса параллельно плоскости основания в направлении движения.

При качении ведомого колеса, нагруженного только нормальной нагрузкой, вследствие несовершенной упругости материала имеют место потери на внутреннее трение в материале колеса (гистерезис), которые обуславливают возникновение момента сопротивления  $M_f$  и появление силы сопротивления качению  $F_f$  - продольной касательной силы, действующей в контакте колеса с основанием в направлении, противоположном движению колеса. Подобная сила сопротивления качению возникает и у тормозного колеса, нагруженного, в сравнении с ведомым колесом, дополнительным тормозным моментом  $M_m$ . Наличие этой силы приводит к потере угловой скорости колеса и к проскальзыванию элементов его беговой дорожки относительно основания в зоне контакта.

При качении ведущего колеса, движение которого происходит под действием крутящего момента  $M_k$ , в контакте возникает ведущая (тяговая) сила, направленная по ходу колеса. Наличие этой силы вызывает проскальзывание элементов беговой дорожки колеса в зоне контакта с основанием и к потере *линейной* скорости оси колеса.

Механизм возникновения скольжения элементов поверхности колеса относительно основания подробно рассмотрен Вирабовым Р.В. С использованием схемы обращенного механизма «упругое колесо – жесткое основание», на основе теории предварительного смещения им показано, что при установившемся качении вступающие в зону контакта элементы поверхности колеса, не будучи ещё “подготовленными” к восприятию касательной силы и в то же время прижатые к основанию нормальной силой, начинают движение без скольжения, получая при этом тангенциальные смещения (направленные противоположно качению для тормозного и ведомого колес, и по направлению качения – для ведущего колеса). По мере перемещения сцепленных элементов колеса и основания в обращенном механизме в зоне контакта их тангенциальные смещения нарастают, следовательно, нарастает и действующая между сцепленными элементами касательная сила трения. В том месте контакта, где возросшая сила трения достигает предельной по сцеплению, происходит срыв и на всей части контакта, расположенной за точкой срыва, вне зависимости от того, находится ли она в зоне убывающих или возрастающих нормальных давлений, происходит скольжение.

С увеличением потери скорости колеса и соответствующим увеличением действующей в контакте касательной силы, увеличивается зона скольжения, а также мощность потерь на трение в контакте, характеризующая интенсивность износа беговой дорожки и частично – сопротивление качению колеса.

Тангенциальные смещения точек беговой дорожки в зоне контакта могут быть представлены в виде суммы двух слагаемых, одно из которых обусловлено реализацией касательной силы в контакте, а второе - геометрией колеса (его круговой формы в поперечном к

оси сечении).

В работах [6, 7] показано, что пренебрежение смещениями, обусловленными геометрией колеса, не приводит к существенной погрешности в определении кинематических параметров колеса в функции реализуемой касательной силы. В связи с этим в дальнейшем будем учитывать только тангенциальные смещения точек беговой дорожки колеса, обусловленные реализацией касательной силы.

Исходя из пропорциональности тангенциальных напряжений (удельных касательных сил) тангенциальным смещениям можем написать, что тангенциальные напряжения, обусловленные реализацией касательной силы в контакте, равны:

$$q_{tx} = \lambda_x \cdot U_x = \lambda_x \cdot \xi_x \cdot (a - x).$$

При достижении продольными тангенциальными напряжениями предельной по сцеплению величины  $q_{tx} = \mu \cdot q_n$  происходит срыв и начинается скольжение.

Подводимая к колесу мощность при равномерном движении расходуется, кроме совершения полезной работы, на преодоление сопротивления качению, обусловленного гистерезисом в материале шины и потерями на трение скольжения в контакте колеса с опорной поверхностью. Уравнение мощностного баланса имеет вид:

$$P = P_{\Gamma} + P_{\text{тр}} + P_{\Pi},$$

где:  $P_{\Gamma}$  и  $P_{\text{тр}}$  - потери мощности на гистерезис и трение в контакте;

$P$  - подводимая к колесу мощность (для ведущего колеса  $P = M_k \omega$ , где  $M_k$  - подводимый к колесу движущий момент, для ведомого колеса  $P = F_x V$ );

$P_{\Pi}$  - отводимая от колеса полезная мощность.

Потеря мощности на трение в контакте эластичного колеса с жестким основанием, обусловленная реализацией в контакте касательной силы, определяется уравнением:

$$P_{\text{тр}} = F_x \cdot \xi_x \cdot V,$$

в котором величины  $F_x$  и  $\xi_x$  подставляются со своими знаками ( $F_x$  и  $\xi_x$  положительны для ведущего режима качения и отрицательны для ведомого и тормозного).

При действии небольших касательных сил, раскладывая сначала подкоренное выражение, а затем преобразованный знаменатель в степенные ряды, и отбрасывая при этом члены второго и более высоких порядков малости, приходим к выражению:

$$r_k = r_k^c - \frac{2 \cdot q_{n_0} \cdot r_k^c \cdot a}{3 \cdot \lambda_x \cdot F_z} \cdot F_x,$$

в котором  $F_x$  подставляется со своим знаком («плюс» - для ведущего режима качения и «минус» - для ведомого).

Сравнивая последнее уравнение с формулой Е.А.Чудакова

$$r_k = r_k^c \pm \gamma_F F$$

определяющую зависимость радиуса качения эластичного колеса от продольной касательной силы, можно отметить, что они имеют одинаковую структуру. Приравнивая правые части этих равенств, можно получить формулу, позволяющую рассчитывать коэффициент тангенциальной эластичности, входящий в формулу Е.А.Чудакова:

$$\gamma_F = \frac{2 \cdot q_{n_0} \cdot r_k^c \cdot a}{3 \cdot \lambda_x \cdot F_z}$$

или

$$\gamma_F = \frac{a \cdot r_k^c}{2 \cdot k \cdot r_k \cdot F_z \cdot s} \approx \frac{a}{2 \cdot k \cdot F_z \cdot s}.$$

Из совместного решения уравнений мощностного баланса и силового равновесия колеса связь между приложенным к колесу моментом и реализуемой в контакте касательной си-

лой может быть представлена в виде  $M = F_x \cdot r_k^c$ . Это позволяет установить связь между коэффициентами  $\gamma_F$  и  $\gamma_M$  тангенциальной эластичности в формуле Е.А.Чудакова:

$$r_k = r_k^c - \gamma_M \cdot M = r_k^c - \gamma_F \cdot F_x$$

Отсюда:

$$\gamma_M = \frac{\gamma_F}{r_k^c} = \frac{a}{2 \cdot k \cdot r_k \cdot F_z \cdot s}$$

Входящие в последние формулы величины  $a$  и  $r_\delta = r - W_0$  могут быть определены экспериментально или теоретически. В частности, для определения прогиба  $W_0$  пневматических шин могут быть использованы зависимости, представленные в /8,9/; для массивных резиновых шин - формулы, приведенные в /10, 11/.

Анализ большого количества экспериментальных значений полуширины площадки контакта автомобильных шин с жестким плоским основанием показывает, что с точностью до 1...3% величина  $a$  может быть рассчитана по формуле:

$$a = 0,85 \cdot \sqrt{W_0 \cdot (2r - W_0)} \approx 0,85 \cdot \sqrt{2 \cdot r \cdot W_0}$$

К практически таким же результатам пришел В.С.Никитин /12/, получивший экспериментально, что для тракторных шин:

$$a = (0,76...0,84) \sqrt{W_0 (2r - W_0)}.$$

Полученные выше простые выражения позволяют рассчитать  $\gamma_M$  и  $\gamma_F$  с достаточно высокой точностью.

Для подтверждения этого в таблице 1 приводятся расчетные значения  $\gamma_M$  для ряда шин и величины, полученные на основании большой серии экспериментов, выполненных под руководством В.А.Петрешова /9/.

Таблица 1

Параметр (мм/даНм)	Шина		
	И-П184	ОИ-25	И-247
$\gamma_M^{экс.}$	0,05	0,067	0,031
$\gamma_M^{теор.}$	0,053	0,0636	0,034

Сравнение теоретических и экспериментальных результатов показывает их относительно небольшое расхождение, что подтверждает правомерность принятых допущений, а также используемой методики исследования.

При определении потерь мощности на гистерезис в материале шины будем учитывать лишь вертикальную деформацию шины на площадке контакта под действием нормальной нагрузки (поскольку деформация колеса в тангенциальном направлении намного меньше), что позволяет пренебречь потерями мощности на гистерезис в тангенциальном направлении, хотя практически их определение не представляет особых трудностей:

$$M_\delta = \frac{m_\delta}{\omega} = \frac{3}{16} \cdot \beta_\delta \cdot a \cdot F_z.$$

Зная момент от гистерезиса, можно найти также плечо сдвига нормальной реакции основания, обусловленное гистерезисом:

$$b_0 = \frac{M_\delta}{F_z} = \frac{3}{16} \cdot \beta_\delta \cdot a.$$

Приравнивая к этому выражению аналогичное выражение  $b_\delta = f_0 \cdot r_k^c$ , выведенное Р.В.Виравовым для того же плеча,

$$b_0 = \frac{3}{16} \cdot \beta_\delta \cdot a = f_0 \cdot r_k^c$$

получим формулу:

$$f_0 = \frac{3}{16} \cdot \frac{a}{r_k^c} \cdot \beta_d,$$

позволяющую расчетным путем определять коэффициент сопротивления качению ведомого колеса по его параметрам  $a$  и  $\beta_d$ , получаемым при статическом прижатии колеса к основанию.

Коэффициент гистерезисных потерь можно найти, воспользовавшись, например, методикой, изложенной в работе /13/.

Как уже отмечалось, при решении задач, связанных с качением эластичных колес (например, нахождение тангенциальных напряжений в контакте, касательной силы, мощности потерь на трение и других), реальный закон изменения нормальных давлений на площадке контакта заменяют обычно упрощенным, чаще всего параболическим, эллиптическим, трапецеидальным или законом постоянных (равных) давлений.

Для сравнения расчетных величин тангенциальной силы и мощности потерь на трение в контакте при разных принимаемых законах изменения нормальных давлений были выполнены расчеты /14/, которые показали, что при реализации касательных сил, близких к предельным по сцеплению, различие упрощенных законов, положенных в основу данного расчета, вносит расхождения в величинах относительной потери скорости, при которой начинается скольжение всех точек поверхности колеса в зоне контакта. Как показывает опыт, это происходит уже при  $\xi_x = 0,1 \dots 0,2$ . Поэтому с этой точки зрения наиболее близкие к реальности результаты должны давать параболический и трапецеидальный законы, которым и следует отдать предпочтение.

Отметим, что с математической точки зрения, параболический закон нормальных давлений позволяет получить непрерывные функции  $F_x=f(x)$ ;  $x_T=f(x)$ , в то время как трапецеидальный закон предполагает излом функции, что вынуждает при определении  $F_x$ ,  $x_T$ ,  $P_{тр}$  и других величин рассматривать отдельно два участка. Вместе с тем зависимости, получаемые с использованием трапецеидального закона, могут быть более простые.

Можно отметить также, что в приближенных расчетах, особенно при небольших касательных силах, вполне применим и самый простой закон распределения нормальных давлений - закон постоянных нормальных давлений, который, хотя и является чрезмерно упрощенным с присущим ему указанным недостатком, позволяет по очень простым зависимостям определять продольную касательную силу и мощность потерь на трение в контакте.

Эллиптический закон распределения нормальных давлений не может быть рекомендован для использования как вследствие отмеченного ранее свойственного ему недостатка, так и в силу того, что приводит к усложненным зависимостям (в частности, при решении двух- и трехмерных задач - к эллиптическим интегралам).

Выше уже отмечалось, что реальное распределение нормальных давлений в контакте реальных колес с жесткой опорной поверхностью для массивных шин и шин высокого давления занимает промежуточное положение между эллиптическим и параболическим законами: более близко к эллиптическому в средней части пятна контакта и к параболическому на краях пятна контакта. В связи с этим для этих шин в расчеты целесообразно вводить коэффициент тангенциальной жесткости  $\lambda_x$ , величина которого имеет среднее значение между величинами, относящимися к эллиптическому и параболическому законам  $q_n$ , т.е. принять  $\lambda_x=1,3 /15/$ .

### Литература

1. Ермилов В.Н., Мамаев А.Н. Экспериментальное исследование напряжений в контакте массивной резиновой шины и жесткого основания при прямолинейном качении колеса. - Произв. шин, резинотехнических и асбестотехнических изделий, 1982, №6, с.31-33.
2. Ermilow V.N., Mamajev A.N. Experimental study of the contact stresses between a solid rubber tyre and a rigid surface during rolling of the wheel in a straight line/ - International Polymer Science and Technology, 1983, vol.10, 17, p.78-79.

3. Мамаев А.Н., Вирабов Р.В., Португальский В.М., Чепурной С.И. Определение силовых и кинематических характеристик эластичного колеса при качении по жесткому барабану. - Сб. трудов международной н/т конференции, посвященной 145-летию МГТУ «МАМИ».- М., МГТУ «МАМИ».
4. Мамаев А.Н. Сопротивление качению ведомого колеса по жесткому барабану. - Сб. трудов международной н/т конференции, посвященной 145-летию МГТУ «МАМИ».- М., МГТУ «МАМИ», 2010.
5. Вирабов Р.В., Мамаев А.Н., Маринкин А.П. Влияние режима качения эластичного колеса на величину боковой силы при боковом уводе. Вестник машиностроения, 1986. - № 1. - с.33-35.
6. Вирабов Р.В., Мамаев А.Н. Определение мощности потерь на трение в контакте фрикционной пары - колесо с пневматической шиной-жесткое основание. - Межвуз. сб. научных трудов «Бесступенчато-регулируемые передачи», Ярославль, 1978, с.61-67.
7. Вирабов Р.В., Мамаев А.Н. Анализ кинематических и силовых соотношений при качении колеса по жесткому основанию. - Механика машин, М., Наука, 1980, вып.57, с.101-105.
8. Евграфов В.Н. Исследование влияния рабочих качеств колесного движителя на некоторые технические показатели автопоезда. - Автореферат диссертации на соискание уч.ст. к.т.н., М., МАМИ, 1979.
9. Евграфов В.Н., Московкин В.В., Петрушов В.А., Стригин И.А. Геометрические и кинематические параметры колеса и его сопротивление качению. - Автомоб. промыш., 1982, №8, с.16-17.
10. Мамаев А.Н. Влияние конструктивных параметров эластичных колес на величину их прогиба и размеры площадки контакта с жестким основанием. - Межвуз. сб. научных трудов «Безопасность и надежность автомобиля». - М., МАМИ, 1982, с.203-211.
11. Мамаев А.Н., Алепин Е.А. Определение размеров площадки контакта и прогиба колеса с резиновой шиной при статическом прижатии колеса к жесткому основанию. - Сб. научных трудов «Машиноведение», Челябинск, 1980, №251, с.82-85.
12. Никитин В.С. Влияние нагрузочных режимов колес на тяговые показатели и износ шин трактора колеса. - Автореферат диссертации на соискание ученой степени к.т.н., М., МГМИ, 1989.
13. Мамаев А.Н. Об определении коэффициента гистерезисных потерь высокоэластичных тел качения. - М., НИИНавтопром, 1982, №779, ап-Д82.
14. Алешина М.О., Вуколова Г.С., Мамаев А.Н. Влияние вида принимаемого распределения нормальных давлений в контакте колеса с жестким основанием на расчетные силовые параметры колеса. Депон. в НИИЭИавтопром, №36-ап00 от 03.04.2000 г.
15. Мамаев А.Н. Определение коэффициента тангенциальной эластичности колеса с тороидальной формой беговой дорожки. - Изв. ВУЗов, Машиностроение, 1982, № 10.

**Совершенствование экологических качеств транспортного дизеля применением средств физико-химического воздействия на процессы рабочего цикла**

д.т.н. проф. Фомин В.М., Хергеледжи М.В., Атраш Р.  
Университет машиностроения  
[mixalichDM@mail.ru](mailto:mixalichDM@mail.ru), [hergheledji@mail.ru](mailto:hergheledji@mail.ru)

Предложен метод совершенствования экологических характеристик дизеля на основе применения биологического и водородосодержащего соединений в качестве средств физико-химической активации процессов рабочего цикла.

*Ключевые слова:* дизель, выбросы вредных веществ, водород, физико-химический реагент.

Проблема экологической безопасности неуклонно растущего транспортного комплекса обуславливает необходимость внедрения новых методов и перспективных технологий,