

Параметрическая идентификация продольного движения автомобиля

Катанаев Н.К.
МГТУ «МАМИ»

Параметры и характеристики автомобиля, являющегося сложной динамической системой, с достаточной степенью точности должны быть известны при конструировании, изготовлении, испытании, сертификации и эксплуатации автомобиля. В настоящее время для их определения широко используются методы математического моделирования [1,2,3], построенные на использовании алгебраических и дифференциальных уравнений. При их решении надо задавать конкретные числовые значения параметров автомобиля, определяющие эти уравнения.

Такие параметры, как масса, линейные размеры, коэффициент сцепления колес с дорогой и так далее могут быть определены достаточно просто. Однако есть параметры и характеристики (например, характеристики сопротивления движению автомобиля), которые задавать и определять оказывается достаточно сложно в силу влияния большого числа факторов, которые носят случайный характер. В данной работе ставится и исследуется прежде всего аэродинамическая составляющая этих сил, в большей степени влияющая на характеристики сопротивления продольному движению автомобиля. На высоких скоростях именно она является определяющей при исследовании динамики автомобиля и его топливно-экономических характеристик.

Для получения искомых параметров рассмотрим (см. рис. 1) схему сил и моментов, действующих на автомобиль при неустановившемся продольном движении. Анализ проведем при следующих допущениях:

- движение автомобиля прямолинейное и происходит оно по горизонтальной поверхности;
- качение колеса происходит без проскальзывания;
- колебания элементов подвески автомобиля отсутствуют;
- привод автомобиля классический на задние колёса (в режиме выбега схема привода не принципиальна, поскольку испытания проводятся на нейтральной передаче).

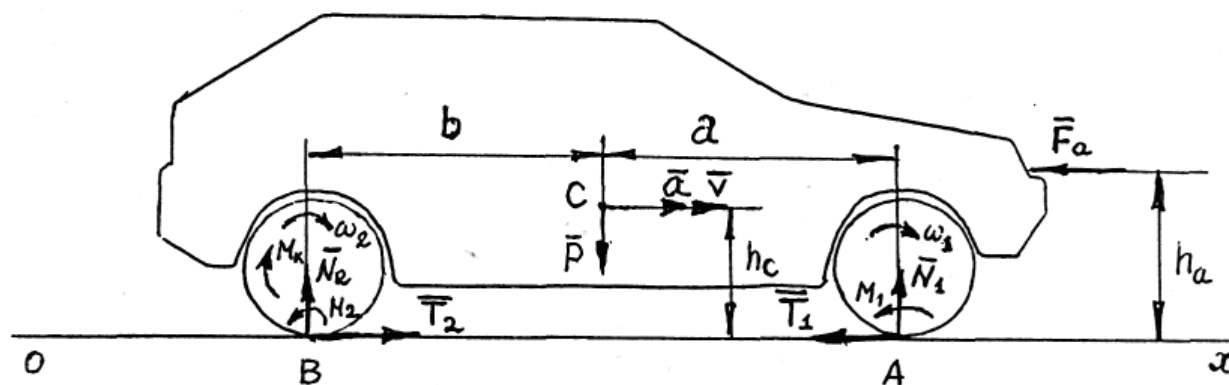


Рис. 1. Схема сил, действующих на автомобиль.

На рис. 1 показаны: точка C - положение центра масс автомобиля; h_c - высота расположения центра масс C по отношению к дороге; a и b - расстояния от вертикали, проходящей через центр масс C до вертикалей, проходящих через точки A и B контактов пары передних и пары задних колёс соответственно; \bar{P} - сила тяжести; \bar{N}_1 и \bar{N}_2 - вертикальные реакции, действующие на пару передних и пару задних колёс соответственно; \bar{T}_1 и \bar{T}_2 - силы сцепления колёс с дорогой, действующие на пару передних и пару задних колёс соответственно; M_1 и M_2 - моменты сопротивления качению, действующие на пару передних и пару задних колёс соответственно; M_k - крутящий момент, действующий на пару задних колёс со

стороны двигателя через трансмиссию автомобиля; \bar{F}_a - равнодействующая аэродинамических сил сопротивления движению автомобиля; h_a - высота расположения точки приложения силы \bar{F}_a по отношению к дороге; V - скорость движения центра масс автомобиля; $\frac{dV}{dt}$ - ускорение движения центра масс автомобиля; ω_1 и ω_2 - угловые скорости вращения пары передних и пары задних колёс соответственно.

Выберем в качестве системы отсчета горизонтальную ось Ox . Уравнение движения центра массе автомобиля в проекции на горизонтальную ось Ox имеет вид:

$$M \frac{dV}{dt} = T_2 - T_1 - F_a, \quad (1)$$

где: M - масса автомобиля.

Уравнения вращательного движения пары передних и пары задних колёс имеют вид:

$$I_1 \omega_1 = T_1 r_1 - M_1; \quad (2)$$

$$I_2 \omega_2 = M_k - T_2 r_2 - M_2, \quad (3)$$

где: r_1 и r_2 - радиусы передних и задних колёс соответственно;

I_1 - момент инерции пары передних колёс;

I_2 - момент инерции тракта преобразования мощности от коленчатого вала двигателя к ведущим колёсам.

Момент инерции I_2 вычисляется по формуле

$$I_2 = I_d i_{nj}^2 i_t^2 + I_{nj} i_t^2 + I_t + I_{k2}, \quad (4)$$

где: I_d - момент инерции вращающихся элементов двигателя, приведенный к оси вращения его коленчатого вала;

i_{nj} , и i_t - передаточные числа для j -ой передачи коробки передач и трансмиссии соответственно;

I_{nj} - момент инерции коробки передач для j -ой передачи, приведенный к её валу, соединённому с карданным валом;

I_t - момент инерции трансмиссии, приведённый к оси вращения задних колёс.

Крутящий момент M_k на j -ой передаче, приложенный к ведущим колёсам, вычисляется по формуле

$$M_k = M_e \cdot i_{nj}, \quad (5)$$

где: M_e - эффективный момент, развиваемый двигателем.

При качении колёс без скольжения выполняется кинематическая связь между скоростью V автомобиля и угловыми скоростями ω_1 и ω_2 , умноженными на соответствующие радиусы колёс.

Тогда из уравнений (2) и (3) определим силы T_1 и T_2 .

$$T_1 = \frac{M_1}{r_1} + \frac{I_1}{r_1^2} \frac{dV}{dt}; \quad (6)$$

$$T_2 = \frac{M_k}{r_2} - \frac{M_2}{r_2} - \frac{I_2}{r_2^2} \frac{dV}{dt}. \quad (7)$$

После ряда преобразований получим:

$$\left(M + \frac{I_1}{r_1^2} + \frac{I_2}{r_2^2} \right) \frac{dV}{dt} = \frac{M_k}{r_2} - \frac{M_1}{r_1} - \frac{M_2}{r_2} - F_a \quad (8)$$

Уравнение (8) служит для описания продольного движения автомобиля в неустановившемся ведущем режиме. Однако в этом режиме получить искомые параметры сложно. Поэтому чаще всего выбирают такие режимы испытаний, которые доступными средствами реально позволяют получить экспериментальные данные, которые после соответствующей обработки могут служить материалом для расчета искомых параметров. В этом отношении наиболее выигрышным является режим свободного выбега. Автомобиль разгоняют до определенной скорости, выключают передачу и тормоз, после чего он совершает свободное продольное движение до полной его остановки. При этом регистрируют через определенный интервал времени скорость, ускорение, текущее время и пройденный путь. Эта информация дает возможность определить параметры, характеризующие аэродинамические свойства автомобиля, характеристики сопротивления качения колес и сопротивление, пропорциональное скорости его движения.

Аэродинамические силы сопротивления при расчетах принимаются пропорциональными квадрату скорости движения тела в воздушной среде. Коэффициент сопротивления конкретного типа автомобилей может быть определен по формулам из аэродинамики. Для оценки этого коэффициента используют обобщенные результаты, полученные при испытаниях в аэродинамических трубах. Эти результаты хорошо применимы для летательных аппаратов, которые движутся вдали от поверхности Земли. Автомобиль же движется в непосредственной близости от опорной поверхности, что оказывает существенное влияние на коэффициент аэродинамического сопротивления. К тому же такой эксперимент является весьма дорогостоящим в силу затрат огромных материальных, финансовых и энергетических ресурсов.

Существует метод идентификации параметров продольного движения автомобиля с применением теории регрессионного анализа [2]. Исходными данными для этого метода являются массивы экспериментальных данных об ускорении и о скорости выбега, полученные в дискретных значениях интервала времени выбега.

Для построения алгоритма реализации этого метода нужны экспериментальные данные с трех испытаний по выбегу автомобиля при различных начальных скоростях выбега, проведенных в одинаковых условиях. При этом можно получить совместную систему трёх линейных алгебраических уравнений и, решив её, определить введенные параметры продольного движения автомобиля. При вычислении параметров линейных алгебраических уравнений нужно много раз определять суммы из функций скоростей и ускорений автомобиля. Поэтому при составлении программы надо предусмотреть вычисление этих сумм в соответствующей подпрограмме, а перед обращением к ней каждый раз необходимо формировать массив из соответствующих функций числовых значений скоростей и ускорений, полученных из эксперимента по выбегу автомобиля.

Система линейных алгебраических уравнений имеет третий порядок. Поэтому для её численного решения можно применить метод Крамера. Для вычисления определителей в этом методе при программировании может быть использована соответствующая подпрограмма вычисления определителя третьего порядка по правилу треугольника. Остановка вычислений предусматривается в случае, когда главный определитель оказывается равным нулю.

Этот метод широко известен и дает хорошие результаты в диапазоне изменения регистрируемых в эксперименте параметров (ускорение, скорость, дискретные значения времени и начальная скорость выбега). Однако метод безразличен к физике процесса и разброс экспериментальных данных может дать результаты, исключающие слабо влияющие, но важные факторы. Кроме того, метод не позволяет получить функциональную зависимость идентифицируемого параметра от регистрируемых экспериментальных данных.

Предлагается методика определения параметров продольного движения автомобиля, которая исключает эксперименты в аэродинамической трубе и дает возможность получить

функциональные зависимости основных характеристик для математической модели автомобиля.

Уравнения продольного движения автомобиля в режиме его выбега будет полностью определяться параметрами инерционных характеристик автомобиля и характеристик сопротивления движению. Режим выбега выполняется на нейтральной передаче. Сила инерции, выступающая как эффективная сила при торможении, определяется массой M автомобиля и ускорением dV/dt . Момент инерции будет определяться приведенными моментами инерции I_2 вращающихся элементов трансмиссии - карданного вала, главной передачи, полуосей и суммарным моментом инерции автомобильных колёс I_1 . Крутящий момент будет определяться моментом сопротивления вращению элементов трансмиссии и зависит от угловой скорости их вращения, так как это сопротивление определяется наличием смазки в трансмиссии. Смазка создает вязкое трение, зависящее от скорости движения. Силы сопротивления в теории движения тел в вязких средах принимаются прямо пропорциональными скорости их движения и зависят от коэффициента сопротивления a_1 . В случае рассмотрения движения элементов трансмиссии автомобиля момент сопротивления их вращению оказывается прямо пропорциональным угловой скорости вращения, которая, в свою очередь, прямо пропорциональна скорости движения автомобиля. Вторая составляющая уравнения связана с сопротивлением качения a_0 эластичных колес и считается постоянной величиной. Третья составляющая, определяющая аэродинамическую силу сопротивления движению автомобиля, зависит от коэффициента сопротивления воздуха k_b , площади поперечного сечения A_b ($a_2 = k_b * A_b$), скорости его движения и выражается в аэродинамике функцией, прямо пропорциональной квадрату скорости движения в воздушной среде. Таким образом, уравнение продольного движения автомобиля в режиме его выбега представим в виде:

$$C \frac{dV}{dt} = a_0 + a_1 V + a_2 V^2, \quad (9)$$

где: $C = (M + I_1 / r_1 + I_2 / r_2)$ – приведенная масса автомобиля; r - приведенный радиус.

Составляющие приведенной массы C могут быть измерены и приняты постоянными. В эксперименте в каждом i -ом дискретном по времени измерении должны быть определены V и dV/dt . Пусть в заезде произведено n -ое количество измерений. Результаты первых трех измерений последовательно, начиная с первого измерения, подставим в уравнение (9). Тогда получим систему из трех совместных уравнений, описывающих один и тот же эксперимент в точках, сдвинутых на один шаг

$$\left\{ \begin{array}{l} C \frac{dV_i}{dt} = a_0 + a_1 V_i + a_2 V_i^2, \quad (10.1) \\ C \frac{dV_{i+1}}{dt} = a_0 + a_1 V_{i+1} + a_2 V_{i+1}^2, \quad (10.2) \\ C \frac{dV_{i+2}}{dt} = a_0 + a_1 V_{i+2} + a_2 V_{i+2}^2. \quad (10.3) \end{array} \right.$$

Исключив из системы уравнений (10) параметры a_0 и a_1 , получим аналитическое выражение для определения коэффициента a_2 , характеризующего сопротивление воздуха движению автомобиля:

$$a_2 = \frac{1}{(V_{i+2} - V_i)} \left[\frac{c \left(\frac{dV_{i+1}}{dt} - \frac{dV_{i+2}}{dt} \right)}{(V_{i+1} - V_{i+2})} - \frac{c \left(\frac{dV_i}{dt} - \frac{dV_{i+1}}{dt} \right)}{(V_i - V_{i+1})} \right] \quad (11)$$

Коэффициент сопротивления a_1 получен путем исключения из системы (10) параметров a_0 и a_2

$$a_1 = \frac{(V_{i+1} + V_{i+2})(V_i + V_{i+1})}{(V_i - V_{i+2})} \left[\frac{c \left(\frac{dV_{i+1}}{dt} - \frac{dV_{i+2}}{dt} \right)}{(V_{i+1}^2 - V_{i+2}^2)} - \frac{c \left(\frac{dV_i}{dt} - \frac{dV_{i+1}}{dt} \right)}{(V_i^2 - V_{i+1}^2)} \right] \quad (12)$$

Аналитическое выражение для определения коэффициента a_0 после решения системы уравнений (10) приняло вид:

$$a_0 = \frac{cV_iV_{i+2}}{(V_{i+2} - V_i)} \left[\frac{\left(\frac{dV_i}{dt} V_{i+1} - \frac{dV_{i+1}}{dt} V_i \right)}{(V_i^2 - V_iV_{i+1})} - \frac{\left(\frac{dV_{i+1}}{dt} V_{i+2} - \frac{dV_{i+2}}{dt} V_{i+1} \right)}{(V_{i+1}V_{i+2} - V_{i+2}^2)} \right] \quad (13)$$

Для каждой группы из трех последовательных измерений по выражениям (11), (12) и (13) определяются соответственно по одному значению параметров a_0 , a_1 и a_2 . Далее дается на одну единицу шаг по i и снова определяются параметры a_0 , a_1 , a_2 и так далее. Количество таких операций составляет величину, равную $(n-2)$. Тогда средние значения искомым параметров могут быть определены из выражений:

$$a_0 = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^{n-2} a_{0,i}; \quad (14)$$

$$a_1 = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^{n-2} a_{1,i}; \quad (15)$$

$$a_2 = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^{n-2} a_{2,i} \quad (16)$$

Достоверность разработанной и формализованной методики определения параметров объекта управления проверим путем имитационного моделирования процессов неустановившегося продольного движения в режиме выбега на транспортном средстве с параметрами: $C = 1000$ кг; $a_0 = 100$ кгм / с²; $a_1 = 6$ кг/с; $a_2 = 0.4$ кг/м.

Уравнение движения такого объекта в режиме выбега имеет вид

$$1000 \frac{dV}{dt} = 100 + 6V + 0,4V^2. \quad (17)$$

Начальная скорость объекта установлена равной $V_1=30$ м/с. Шаг регистрации параметров составляет 10^c . Первые шесть измерений представлены в табл.1.

Таблица 1

i	1	2	3	4	5	6	...
V, м/с	30	23,6	18,96	15,38	12,51	10,13	...
$\frac{dV}{dt}$, м/с ²	0,64	0,4644	0,3575	0,287	0,238	0,202	...

Подставим результаты первых трех измерений начиная с $i=1$ в формулы (11), (12) и (13):

$$a_2 = \frac{1000}{18.96 - 30} \left[\frac{(0.4644 - 0.3575)}{23.6 - 18.96} - \frac{(0.64 - 0.4644)}{30 - 23.6} \right] = 0.4 \quad (18)$$

$$a_1 = \frac{1000 * (23.6 + 18.96)(30 + 23.6)}{(30 - 18.96)} \left[\frac{(0.4644 - 0.3575)}{(23.6^2 - 18.96^2)} - \frac{(0.64 - 0.4644)}{(30^2 - 23.6^2)} \right] = 6 \quad (19)$$

$$a_1 = \frac{1000 * (23.6 + 18.96)(30 + 23.6)}{(30 - 18.96)} \left[\frac{(0.4644 - 0.3575)}{(23.6^2 - 18.96^2)} - \frac{(0.64 - 0.4644)}{(30^2 - 23.6^2)} \right] = 6 \quad (20)$$

Обработка данных табл. 1 по формулам (11), (12) и (13) дала возможность получить параметры исходной модели.

Выводы

Таким образом, предлагаемая методика получения параметров, описывающих продольное движение автомобиля, дает хорошую сходимость результатов и обладает рядом отличительных особенностей:

- не требуется дорогостоящая продувка автомобиля в аэродинамической трубе;
- раскрывается функциональная зависимость параметров описания от регистрируемых характеристик продольного движения автомобиля в режиме выбега;
- для определения параметров достаточно иметь регистрируемые характеристики одного заезда.

Литература

1. Гадельшин Т.К., Межов А.Е. Основные понятия и методы оптимального управления и их приложения к исследованию динамики автомобиля. МАМИ.: М., 1991.-85с.
2. Катанаев Н.Т., Гадельшин Т.К., Межов А.Е. Идентификация параметров модели продольного движения автомобиля методом регрессионного анализа. Отчет о научно-исследовательской работе. Гос. регистрац. № 01970007828.М., МАМИ, 1997.- 45с.
3. Эндрюс Дж., Мак-Лоун Р. Математическое моделирование. Мир. М., 1997. - 276с.

Математическая модель оценки рисков дорожных комплексов

к.т.н. Комаров В.В., д.т.н., проф. Куклев Е.А.

ОАО «НИИАТ», Университет гражданской авиации, Санкт-Петербург

Введение

Состояние вопроса. В статье обобщены некоторые известные результаты в области разработки математических моделей риска с целью внесения изменений в формулировки определений, принятых в действующих стандартах в области аспектов безопасности, менеджмента риска и надёжности.

Сформулированная тема, относящаяся к сфере создания систем обеспечения безопасности в автотранспортных системах (автодорожных комплексах – АТДК), весьма актуальна. Статистика дорожно-транспортных происшествий (ДТП) показывает, что такой показатель опасности автотранспортных средств (АТС) и особенностей их эксплуатации, как смертность от ДТП в год, отнесенная к числу жителей заданных регионов (города, области, страны), изменяется незначительно [1]. В развитых странах (США, Канада, страны Европейского Союза и др.) этот показатель относительно более низкий (в год до 15 чел./100000 населения), чем, например, в России (в год до 30 чел./100000 населения). Более низкий в среднем уровень опасности в развитых странах по сравнению с Россией может быть объяснен тем, в частности, что срок эксплуатации АТС меньше, их технический уровень выше и лучше развита дорожная инфраструктура. Из представленной статистики следует, что имеются объективные причины объяснения устойчивости отмеченного явления. Эта причина одинакова и в США, и в России (хотя показатели аварийности различаются). Суть причины в том, что водители АТС не замечают критических деталей в складывающихся дорожных ситуациях, недооценивают опасность и, соответственно, принимают неверные решения, что и приводит к возникновению дорожно-транспортных происшествий (ДТП).

На этом основании можно полагать, что если пользоваться положениями теории системной безопасности, то в целом в автотранспортных системах, являющихся структурно-сложными комплексами, заложена «катастрофа», возникновение которой не удастся блокировать в полной мере. Поэтому необходимо детально изучать условия возникновения катастроф, аварий и разрабатывать и внедрять в АТДК способы управления рисками для обеспечения безопасности и уменьшения возможных нежелательных последствий.