

### Выводы

1. На пути от разработчика до эксплуатационника точность деталей и их сопряжений в дизеле не является постоянной и изменяется вследствие формирования погрешностей в процессе проектирования, разработки технологических процессов и осуществления подготовки производства, изготовления деталей и их сборки, испытания дизеля, транспортировки и монтажа на объекте и обкатки для ввода в эксплуатацию.

2. Вскрытие механизма образования и наследования погрешностей позволяет установить, что запас точности деталей и их количество, не укладывающиеся в поля допусков на размеры, а также вклад в это конструкторских, технологических, производственных, сборочно-монтажных, испытательных, транспортно-монтажных и обкаточных операций - с целью разработки научно обоснованных рекомендаций для достижения заданного или оптимального уровня точности деталей и сопряжений ДВС.

3. Закономерности изменения заданной точности деталей в ходе реализации технологических и производственных циклов изготовления, а также при вводе в эксплуатацию формирует исходную эксплуатационную точность, от которой начинается отчет срока службы деталей и зависит характер и динамика износа поверхностей трения дизеля и его узлов.

### **Математическая модель механизма формирования опорной поверхности движения колесом перекатывающегося типа**

К.т.н., доц. Сергеев А.И., к.ф-м.н., доц. Черный И.В.  
МГТУ «МАМИ», БГИТА

Механизм формирования опорной поверхности с точки зрения механики можно представить трансформацией голономной нестационарной связи в стационарную и удерживающую с формированием при этом траектории деформации контактирующих поверхностей (обод колеса и поверхность движения).

Траектория деформации,  $z^2 - 2(b-p)z + b^2 - r_k^2 = 0$ , являющаяся уравнением связи и представляющая реакцию опорной поверхности системы «колесо - опорная поверхность»  $\bar{R}$  (далее просто системы), полученную двумя пересекающимися поверхностями, (рис. 1) цилиндрической  $x^2 + (z-b)^2 - r_k^2 = 0$  (I) и параболическим цилиндром:  $x^2 - pz = 0$ , (II) где интервалы определения функции по координатам  $x$  и  $z$  выражают смещение системы:

$$-\sqrt{2(b-p) + 2\sqrt{(b-p)^2 + p^2 r_k^2}} \leq x \leq \sqrt{2(b-p) + 2\sqrt{(b-p)^2 + p^2 r_k^2}},$$

$$b-p - \sqrt{p^2 - 2bp + r_k^2} \leq z \leq b-p + \sqrt{p^2 - 2bp + r_k^2}.$$

Определим работу силы по формированию траектории деформации и выберем на ней точку  $M$ , определяющую положение мгновенного центра вращения во внешнем потенциальном силовом поле.

Проекция действующего на точку  $M$  внешнего силового фактора  $\vec{F}$  на координатные оси в каждой точке поля можно определить по формулам  $F_x = \partial U / \partial x; F_z = \partial U / \partial z$ , где  $U$  является силовой функцией, зависящей от координат точки  $M$   $U(x, z)$ .

Элементарная работа силы в этом случае на элементарном участке траектории деформации в окрестности точки  $M$  (рис. 2) определяется как скалярное произведение векторов

$$\bar{F}_n d\bar{r}$$

$$\delta A = \bar{F} d\bar{r} \quad (1)$$

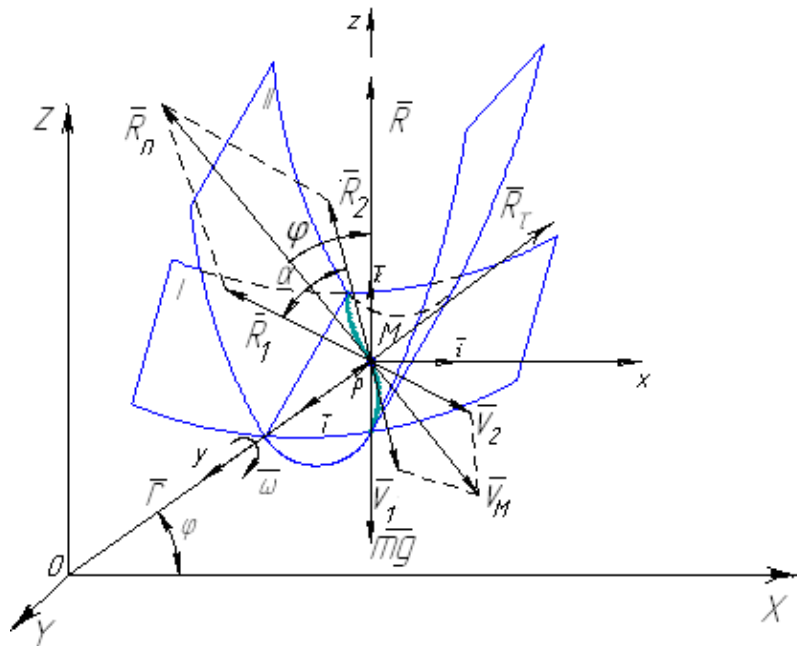


Рис. 1. Схема взаимодействия контактирующих поверхностей

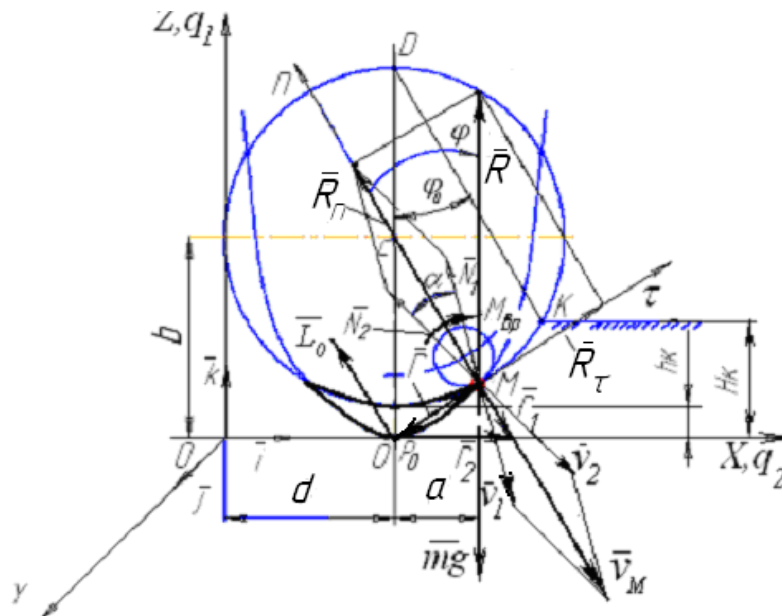


Рис. 2. Расчетная схема формирования опорной поверхности движения колесом перекатывающегося типа

Просуммировав (1) по всем элементарным участкам траектории деформации запишем:

$$A = \int_{MM_0} \bar{F} d\bar{r} = \int_{MM_0} \left( \frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial z} dz \right) \quad (2)$$

В общем случае значение криволинейного интеграла (2) может зависеть или не зависеть от конкретного вида траектории деформации поверхности движения.

В рассматриваемом случае траектория деформации определяет характеристики взаимодействующих поверхностей и не влияет на величину работы деформации, которую можно

представить в виде полного дифференциала силовой функции в общем случае зависящей от координат начального и конечного положения точки  $M$  :

$$\bar{F}d\bar{r} = -dU(x, z) \quad (3)$$

В этом случае работа силы  $\bar{F}$  по конечному перемещению точки из положения  $M$  в положение  $M_0$  будет равна:

$$A = - \int_M^{M_0} dU(x, z) = U(x, z) - U(x_0, z_0), \quad (4)$$

или

$$A = U - U_0 \quad (5)$$

Из (4) видно, что полная работа силы на перемещении  $M, M_0$  равна разности значений силовой функции  $U$  в конечной и начальной точке и от формы траектории деформации не зависит при условии, что силовая функция является однозначной.

Если силовое поле удовлетворяет условиям (3) и (4), то оно является потенциальным и действующий на систему главный вектор внешних сил  $\bar{F}$  в этом случае трансформируется через взаимодействующие поверхности  $f_1(x, z); f_2(x, z)$  в градиент силовой функции т.е.

$$\bar{F} = -gradU = -\nabla U = \frac{\partial U}{\partial \bar{r}},$$

где:  $\nabla U$  – векторный дифференциальный оператор набла.

Далее для обозначения градиента силовой функции  $gradU$  будем использовать запись в виде:  $\partial U / \partial \bar{r}$ , под которой будем представлять вектор, в декартовых координатах равный:

$$\frac{\partial U}{\partial \bar{r}} = \frac{\partial U}{\partial x} \bar{i} + \frac{\partial U}{\partial z} \bar{k}. \quad (6)$$

Так как  $\frac{\partial U}{\partial \bar{r}} d\bar{r} = dU$ , то есть существует взаимное, однозначное соответствие между скалярным полем, определяемым функцией  $U(\bar{r})$  и потенциальным силовым полем  $\bar{F}(\bar{r})$ , где в каждой точке поля вектор силы  $\bar{F}$  всегда направлен по нормали к эквипотенциальной поверхности  $U(\bar{r}) = const$  в сторону убывания потенциальной энергии.

Если главный вектор внешних сил, действующих на систему  $\bar{F}(\bar{r})$ , (рис.1), то его силовую функцию можно представить в виде:

$$U(\bar{r}) = - \int \bar{F}(\bar{r}) d\bar{r} + C \quad (7)$$

Для определения скорости формирования опорной поверхности предварительно определим множители  $\vec{\lambda}_1, \vec{\lambda}_2$ , в общем случае зависящие от траектории деформации, положения мгновенного центра вращения, а также градиентов скалярных функций и их модулей.

Из дифференциальной геометрии известно, что направление внешней нормали к поверхности совпадает с градиентом скалярной функции, и, следовательно, для нашего случая можем записать:

$$\vec{\lambda}_1 = \frac{x}{\sqrt{x^2 + p^2}} \vec{i} - \frac{p}{\sqrt{x^2 + p^2}} \vec{k};$$

$$\vec{\lambda}_2 = \frac{x}{\sqrt{x^2 + (z-b)^2}} \vec{i} + \frac{z-b}{\sqrt{x^2 + (z-b)^2}} \vec{k}$$
(8)

Градиенты функций равны:

$$|\overline{grad}f_1| = \sqrt{4x^2 + 4p^2} = 2\sqrt{x^2 + p^2};$$

$$|\overline{grad}f_2| = 2\sqrt{x^2 + (z-b)^2}$$
(9)

Трансформация связи при формировании опорной поверхности и траектория деформации определяют характеристику скорости и общей реакции  $\vec{R}$  опорной поверхности при переходе рассматриваемой точки  $M$  с одной поверхности уровня  $U(x, z) = C_1$  на другую  $U(x, z) = C_2$ .

Для определения общей реакции связи  $\vec{R}$  предварительно найдем производную по направлению в момент времени  $t = t_0$ .

$$\left. \frac{\partial f_1}{\partial \vec{\lambda}_1} \right|_{t_0} = \left( \left. \frac{\partial f_1}{\partial x} \right|_{M_0} \frac{x}{\sqrt{x^2 + p^2}} + \left. \frac{\partial f_1}{\partial z} \right|_{M_0} \left( -\frac{p}{\sqrt{x^2 + p^2}} \right) \right)_{M_0},$$

$$\left. \frac{\partial f_2}{\partial \vec{\lambda}_2} \right|_{t_0} = \left( \left. \frac{\partial f_2}{\partial x} \right|_{M_0} \frac{x}{\sqrt{x^2 + (z-b)^2}} + \left. \frac{\partial f_2}{\partial z} \right|_{M_0} \frac{z-b}{\sqrt{x^2 + (z-b)^2}} \right)_{M_0}$$

Взаимодействие контактирующих поверхностей в рассматриваемом случае сопровождается возникновением нормальных и тангенциальных напряжений, определяющих траекторию деформации, соответственно нормальную  $\vec{R}_n$  и тангенциальную  $\vec{R}_\tau$ , которые являются составляющими общей реакции опорной поверхности  $\vec{R}$  [3].

С учетом (9) определим нормальную реакцию формирования опорной поверхности исходя из уравнения вида:

$$\vec{R}_n = C_1 \vec{\lambda}_1(t_1) + C_2 \vec{\lambda}_2(t_2) = \vec{N}_1 + \vec{N}_2, \tag{10}$$

где:  $\lambda_1, \lambda_2$  – коэффициенты, в общем случае зависящие от координат  $x, z$  и времени  $t$ ;

$C_1, C_2$  – коэффициенты, характеризующие трансформацию связи взаимодействующих поверхностей  $f_1(x, z), f_2(x, z)$  при переходе системы с поверхности уровня  $U(x, z) = C_1$  на поверхность уровня  $U(x, z) = C_2$ .

Если считать, что (8) всегда ортогональна к контактирующим поверхностям и, следовательно, коллинеарна с градиентом соответствующей функции (9), определяющей характеристику возникающей между взаимодействующими поверхностями связи, то этом случае работа консервативной силы  $\overline{G} = m\overline{g}$  будет равна разности  $A_{M_1, M_2} = C_2 - C_1$ , независимо от формы траектории деформации. В рассматриваемой схеме консервативная сила всегда на-

правлена в сторону возрастания силовой функции  $U$  (или в сторону убывания потенциальной энергии  $\Pi$ ).

Исходя из выше изложенного, можно записать для деформируемой поверхности  $f_1(x, z)$

$$\vec{N}_1 = \vec{\lambda}_1 \overline{grad} f_1(x, z) = \left( \frac{x}{\sqrt{x^2 + p^2}} \vec{i} - \frac{p}{\sqrt{x^2 + p^2}} \vec{k} \right) \times (2x\vec{i} - 2p\vec{k});$$

Для поверхности  $f_2(x, z)$  нормальная реакция будет равна:

$$\vec{N}_2 = \vec{\lambda}_2 \overline{grad} f_2(x, z) = \left( \frac{x}{\sqrt{x^2 + (z-b)^2}} \vec{i} + \frac{z-b}{\sqrt{x^2 + (z-b)^2}} \vec{k} \right) \times (2x\vec{i} + 2(z-b)\vec{k})$$

Суммарная величина нормальной реакции  $\vec{R}_n$  будет равна:

$$\vec{R}_n = \vec{N}_1 + \vec{N}_2 = \left( \frac{x}{\sqrt{x^2 + p^2}} + \frac{x}{\sqrt{x^2 + (z-b)^2}} \right) \vec{i} + \left( \frac{-p}{\sqrt{x^2 + p^2}} + \frac{z-b}{\sqrt{x^2 + (z-b)^2}} \right) \vec{k}; \quad (11)$$

При этом модуль реакции  $\vec{R}_n$  равен:

$$|\vec{R}_n| = \sqrt{2 + 2 \frac{x^2 - p(z-b)}{\sqrt{x^2 + p^2} \sqrt{x^2 + (z-b)^2}} = \sqrt{2} \sqrt{1 + \frac{x^2 - p(z-b)}{\sqrt{x^2 + p^2} \sqrt{x^2 + (z-b)^2}}. \quad (12)$$

Таким образом, мы получили математическую модель формирования опорной поверхности с идеальной связью (движение системы без учета сил трения). Для шероховатых поверхностей необходимо определить тангенциальную составляющую общей реакции.

Для определения тангенциальной составляющей общей реакции предварительно определим вектор  $\vec{T}$  вращательной составляющей плоского движения катка, для чего исходя из схемы (рис.2) определим векторное произведение величин  $\vec{N}_1, \vec{N}_2$ .

$$\vec{T} = \vec{N}_1 \times \vec{N}_2 = (2x\vec{i} - 2p\vec{k}) \times (2x\vec{i} + 2(z-b)\vec{k}) = 4x(z-b+p)\vec{j},$$

при этом, по определению векторного произведения, вектор  $\vec{T}$  будет расположен перпендикулярно плоскости, образованной векторами  $\vec{N}_1, \vec{N}_2$ .

Определим тангенциальную составляющую  $\vec{R}_\tau$  формирования опорной поверхности движения из векторного произведения векторов  $\vec{T}$  и  $\vec{R}_n$ .

$$\vec{R}_\tau = \vec{T} \times \vec{R}_n = [(C_1\vec{i} + C_2\vec{k}) \times 4x(z-b+p)\vec{j}] =$$

$$= 4x(z-b+p) \left[ \left( \frac{-p}{\sqrt{x^2 + p^2}} + \frac{z-b}{\sqrt{x^2 + (z-b)^2}} \right) \vec{i} - \left[ - \left( \frac{x}{\sqrt{x^2 + p^2}} + \frac{x}{\sqrt{x^2 + (z-b)^2}} \right) \vec{k} \right] \right] \quad (13)$$

$$|\vec{R}_\tau| = 4x(z-b+p) \sqrt{2 \left( 1 + \frac{x^2 - p(z-b)}{\sqrt{x^2 + p^2} \sqrt{x^2 + (z-b)^2}} \right)} \quad (14)$$

Тангенциальная составляющая общей реакции представляет качественную характеристику взаимодействующих поверхностей.

Суммарную реакцию  $\vec{R}$ , возникающую при формировании опорной поверхности движения после определения  $\vec{R}_n$  и  $\vec{R}_\tau$  можно представить в виде:

$$\vec{R} = \left( \frac{-4px(z-b+p)+x}{\sqrt{x^2+p^2}} + \frac{4x(z-b(z-b+p)+x)}{\sqrt{x^2+(z-b)^2}} \right) \vec{i} + \left( -\frac{4x^2(z-b+p)}{\sqrt{x^2+p^2}} - \frac{4x^2(z-b+p)-z+b}{\sqrt{x^2+(z-b)^2}} \right) \vec{k}, \quad (15)$$

Модуль реакции опорной поверхности равен:

$$|R| = \sqrt{ \frac{32x^2(z-b+p)^2 + 2 + (z-b+p)^2 16x^4 - p(z-b)[16x^2(z-b+p)^2 + 1]}{\sqrt{x^2+p^2} \sqrt{x^2+(z-b)^2}} + 1 } = \sqrt{2} \sqrt{ \frac{16x^2(z-b+p)^2 + (z-b+p)^2 16x^4 - p(z-b)[16x^2(z-b+p)^2 + 1]}{\sqrt{x^2+p^2} \sqrt{x^2+(z-b)^2}} + 1 }. \quad (16)$$

Разработанные математическая модель и метод представления характеристик контактирующих поверхностей [уравнение (10)] позволяет моделировать формирование опорных поверхностей движения практически для любых движителей транспортных средств.

Полученные выражения нормальной (11), (12), тангенциальной (13), (14), а также полной реакции связи (опорной поверхности) (15), (16) позволяет решать задачи, связанные с проектированием и расчетом колесных движителей разного конструктивного исполнения с определением их качественных и количественных характеристик при движении по разным поверхностям.

### Литература

1. Сергеев А.И., Шарипов В.М. Транспортное средство. Патент РФ №2245259. Оpubл. 27.01.2005. Бюл.№3.
2. Сергеев А.И. Определение общей характеристики формирования опорной поверхности движения и обоснование конструктивного исполнения движителя перекаत्याющегося типа. Межвузовский сборник научных трудов МГТУ «МАМИ», Вып.1, 2004.с.334.
3. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. М.: Наука, 1968. 479с.

### Согласование показателей дизелей и трансмиссий тракторов

Титов А.И.

"Промтрактор" г. Чебоксары.

В настоящее время рабочие скорости тракторов по зарубежным литературным источникам составляют от 4 до 12 км/час. У нас узаконенных значений нет, ряд авторов называют эти скорости от 9 до 15км/час или другие значения.

Рабочие скорости должны обеспечивать работу трактора с имеющимся набором сельскохозяйственных машин при условии загрузки дизеля до номинальной мощности без перегрузки трактора больше максимальной силы тяги. С учётом реально существующих у отечественных серийных тракторов скоростей весь скоростной ряд обычно рассматривают со-