

Испытания полностью подтвердили работоспособность комплекса «МИГ». Результаты многократных измерений мгновенных значений скорости левого и правого бортов показали, что в диапазоне от 0,5 м/с до 10 м/с относительная погрешность измерения этих параметров не превышает 1,6%, а радиуса поворота – 4,8%.

Для примера на рис. 3 приведены результаты определения радиуса поворота МТ-ЛБ с гидрообъемномеханической трансмиссией.

#### **Выводы**

Разработанная ИИС «МИГ», обладая высокими метрологическими характеристиками, позволяет определять значения характеристик быстроходных гусеничных машин и характеристик испытательной трассы для испытания этих машин, что повышает качество получаемой измерительной информации. В результате применения этой системы может быть повышен уровень качества создаваемых быстроходных гусеничных машин.

#### **Литература**

1. ГОСТ 16504-81 «СГИП. Испытания и контроль качества продукции. Основные положения».
2. ГОСТ 8.568 «ГСИ. Аттестация испытательного оборудования. Основные положения».

#### **Связь характеристик гармонической и статистической линеаризации**

д.т.н., проф., Савочкин В.А., Шишанов С.М.  
МГТУ «МАМИ»

*В настоящей статье представлены основные выкладки метода совместной линеаризации упругих и демпфирующих характеристик системы поддрессоривания транспортной машины, на примере индивидуальной подвески. Метод совместной реализации возможно реализовать если предварительно определены коэффициенты гармонической линеаризации системы поддрессоривания коэффициентов статистической линеаризации значительно облегчается при использовании метода совместной гармонической и статистической линеаризации. Этот метод основан на возможности представления дифференцируемого стационарного случайного процесса как гармонического сигнала, случайно модулированного по амплитуде и фазе, если относительный ход опорного катка представляет собой дифференцируемый стационарный процесс, то его всегда можно представить в виде центрированного гармонического колебания, случайно модулированного по амплитуде и фазе. Приводятся обоснования того, что метод совместной линеаризации оказывается эффективным (с точки зрения сокращения выкладок) в том случае, когда уже известны аналитические (или графические) выражения для эквивалентных коэффициентов гармонической линеаризации.*

К настоящему времени накоплен большой экспериментальный материал по натурному исследованию колебаний корпуса гусеничных машин (ГМ) и их связей с характеристиками системы поддрессоривания (СП) и с характеристиками профиля местности, который помогает выбирать методы исследования современных СП.

Обобщенные экспериментальные данные качественного характера внешне дают все основания считать системы поддрессоривания современных гусеничных машин, даже и при ярко выраженной нелинейности упругих элементов и амортизаторов, линейными [1]. Именно это позволяет большинству исследователей ГМ без глубокого анализа существа вопроса пойти по пути прямой линеаризации характеристик СП, тем более что математический аппарат исследования колебаний линейных систем весьма детально разработан и его применение встречает трудности лишь вычислительного порядка. Однако прямая линеаризация характеристик не лишена субъективизма и не позволяет получить на стадии проектирования удовлетворительных результатов по качественному и количественному анализу предполагаемой СП. Все же результаты экспериментальных исследований указывают на то, что если СП ГМ при тщательном анализе нельзя отнести к линейным, то по реакции корпуса машины на

внешнее периодическое возмущение они могут быть отнесены к квазилинейным системам.

К числу таких методов относится метод гармонической линеаризации, дающий возможность для изучения установившихся колебаний корпуса при движении ГМ по гармоническому профилю заменить нелинейную систему подрессоривания эквивалентной по основной гармонике колебаний линейной системой. Последнее позволяет применить для исследования нелинейных систем подрессоривания хорошо известные методы исследования линейных систем.

Однако, точное решение статистических задач для динамических нелинейных систем принципиально возможно только на базе теории, оперирующей с законами распределения случайных функций или с моментами высших порядков.

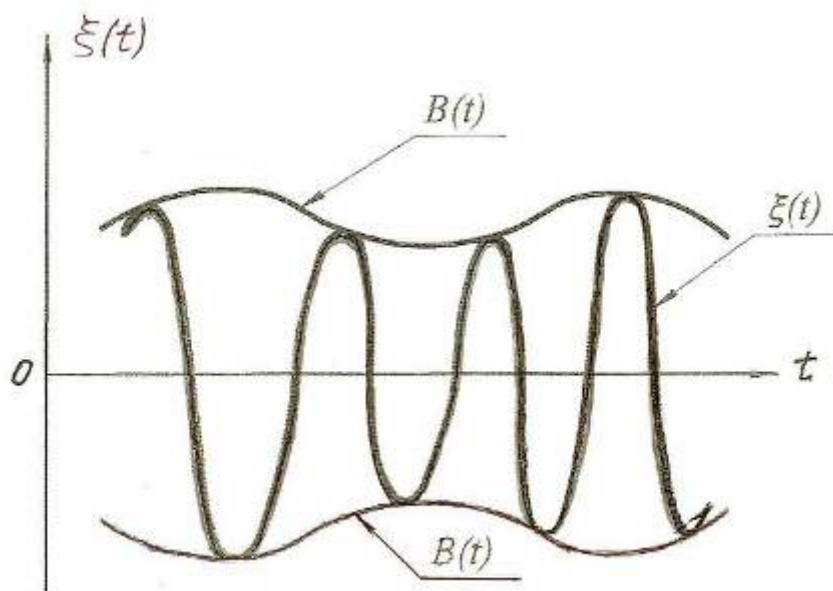
Сложность и громоздкость общих методов теоретико-вероятностного исследования нелинейных динамических систем приводят к необходимости использования приближенных методов. К таким методам относятся методы, основанные на статистической линеаризации нелинейной динамической системы [2, 3, 4]. Исходя из вышесказанного, в качестве метода теоретико-вероятностного исследования нелинейных систем подрессоривания быстроходных гусеничных машин (ГМ) рассматривается метод статистической линеаризации [5, 8].

Одной из основных трудностей, связанной с определением статистических характеристик нелинейной системы подрессоривания, является проблема определения аналитических (или даже графических) выражений для коэффициентов статистической линеаризации. Дело в том, что нелинейность сил, действующих от подвесок на корпус ГМ, определяется для СП не столь нелинейностью упругих и демпфирующих характеристик, сколь наличием односторонней связи ОК с опорной поверхностью, что в определенных режимах движения вызывает отрыв катков от опорной поверхности и даже их зависание [1]. Это приводит к тому, что упругие и демпфирующие характеристики становятся неоднозначными и существенно нелинейными.

Однако если предварительно определены коэффициенты гармонической линеаризации СП [1], то задача определения коэффициентов статистической линеаризации значительно облегчается при использовании метода совместной гармонической и статистической линеаризации. Этот метод основан на возможности представления дифференцируемого стационарного случайного процесса как гармонического сигнала, случайно модулированного по амплитуде и фазе [6, 7]

$$\xi(t) = B(t) \sin \Theta(t), \quad (1)$$

Случайную функцию  $B(t)$  называют огибающей случайных колебаний, а  $\Theta(t)$  - случайной фазой этих колебаний. Причем, случайная функция  $\xi(t)$  нигде не пересекает огибающую  $B(t)$ , а в некоторых точках соприкосновения имеет общие касательные (рис. 1).



**Рис. 1. Огибающая фазы случайных колебаний.**

Возможность такого представления случайного процесса не налагает каких-либо существенных ограничений на спектральную плотность процесса  $\xi(t)$ .

Известно, что  $x_j = m_x - z - l_j \varphi - B_j \psi$

где:  $m_x$  – математическое ожидание случайного процесса;

$z$  – вертикальное перемещение центра масс машины;

$\varphi$  – угловое перемещение в продольной плоскости;

$\psi$  – угловое перемещение в поперечной плоскости;

$B_j$  – колея машины;

$l_j$  – расстояние от центра масс машины до  $j$ -ого ОК [1].

Следовательно, если относительный ход опорного катка (ОК)  $x(t)$  представляет собой дифференцируемый стационарный процесс, то его всегда можно представить в виде центрированного (т.е.  $m_x = const$ ) гармонического колебания, случайно модулированного по амплитуде и фазе

$$x_j(t) = m_x + B_j(t) \sin \Theta_j(t) \quad (2)$$

Если основная доля стационарного случайного возмущения, передаваемого через подвески на корпус ГМ, сосредоточена в сравнительно узкой, низкочастотной полосе спектра, то спектральные плотности абсолютных координат  $z$ ,  $\varphi$  и  $\psi$ , а, следовательно, и относительных координат  $x_j(t)$  ( $j=1,2,3,\dots,2n$ ) будут также расположены в сравнительно узкой, низкочастотной полосе. При относительно малой ширине спектральной плотности случайного процесса  $x_j(t)$  его огибающая  $B_j(t)$  будет относительно медленно (по сравнению с  $\Theta_j(t)$ ) изменяться во времени, т.е. значения функции  $B_j(t)$  сильно коррелированы, и ее корреляционная функция медленно меняется по  $\tau$  [6]. В этом случае спектральная плотность случайного процесса  $B_j(t)$  будет сдвинута по сравнению со спектральной плотностью случайного процесса  $x_j(t)$  еще в более низкочастотную область.

Таким образом, если  $x_j(t)$  – стационарный случайный процесс и он определен при помощи случайной огибающей и случайной фазы в виде (2), то выражение для скорости отно-

сительно хода  $j$ -ого катка без существенной погрешности может быть представлено в следующем виде:

$$\dot{x}_j(t) = \omega(t)B_j(t)\cos\Theta(t), \quad (3)$$

где  $\omega(t) = \frac{d\Theta}{dt}$  – мгновенная частота колебаний, т.е. при вычислении производной относительного хода ОК, если его спектральная плотность расположена в низкочастотной области, можно пренебрегать производной по времени от медленно меняющейся функции  $B_j(t)$ .

В общем случае сила, действующая от индивидуальной подвески на корпус, является функцией относительного перемещения и скорости этого перемещения, т.е.

$$P = P(x, \dot{x})$$

С учетом (2) и (3) эту зависимость можно представить в следующем виде:

$$P = P(m_x + B\sin\Theta; \omega B\cos\Theta),$$

т.е.  $P$  при введении в рассмотрение огибающей и фазы случайного процесса будет являться функцией переменных  $B$ ,  $\Theta$  и  $\omega$ , т.е.

$$P = P(B, \Theta, \omega). \quad (4)$$

Следовательно, общие формулы для коэффициентов статистической линейизации с учетом (4) можно записать так:

$$\begin{aligned} P_0 &= \int_0^\infty dB \int_{-\infty}^\infty d\omega \int_{-\pi}^\pi P(B, \Theta, \omega) f_3(B, \Theta, \omega) d\Theta, \\ c &= \frac{1}{\sigma_x^2} \int_0^\infty dB \int_{-\infty}^\infty d\omega \int_{-\pi}^\pi B \sin\Theta P(B, \Theta, \omega) f_3(B, \Theta, \omega) d\Theta, \\ r &= \frac{1}{\sigma_x^2} \int_0^\infty dB \int_{-\infty}^\infty d\omega \int_{-\pi}^\pi \omega B \cos\Theta P(B, \Theta, \omega) f_3(B, \Theta, \omega) d\Theta. \end{aligned} \quad (5)$$

Учитывая вышеприведенные соотношения, формулы (5) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} P_0 &= \int_0^\infty dB \int_{-\infty}^\infty f_2(B, \omega) d\omega \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^\pi P(B, \Theta, \omega) d\Theta, \\ c &= \frac{1}{2\sigma_x^2} \int_0^\infty dB \int_{-\infty}^\infty B^2 f_2(B, \omega) d\omega \cdot \frac{1}{\pi B} \int_{-\pi}^\pi P(B, \Theta, \omega) \sin\Theta d\Theta, \\ r &= \frac{1}{2\sigma_x^2} \int_0^\infty dB \int_{-\infty}^\infty \omega B^2 f_2(B, \omega) d\omega \cdot \frac{1}{\pi \omega B} \int_{-\pi}^\pi P(B, \Theta, \omega) \cos\Theta d\Theta. \end{aligned} \quad (6)$$

При этом учтем, что

$$\begin{aligned} P_{0_3} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^\pi P(B, \Theta, \omega) d\Theta, \\ c_3 &= \frac{1}{\pi B} \int_{-\pi}^\pi P(B, \Theta, \omega) \sin\Theta d\Theta, \\ r_3 &= \frac{1}{\pi \omega B} \int_{-\pi}^\pi P(B, \Theta, \omega) \cos\Theta d\Theta \end{aligned} \quad (7)$$

представляют собой формулы для определения эквивалентных коэффициентов при гармонической линейизации нелинейной системы [1], а именно:

- $P_{0_3}$  – эквивалентная постоянная составляющая;

- $c_3$  – эквивалентный коэффициент жесткости;
- $r_3$  – эквивалентный коэффициент сопротивления амортизатора.

Следовательно, выражения (6) с учетом (7) примут следующий вид:

$$\begin{aligned}
 P_0 &= \int_0^{\infty} dB \int_{-\infty}^{\infty} P_{03}(B, \omega) f_2(B, \omega) d\omega, \\
 c &= \frac{1}{2\sigma_x^2} \int_0^{\infty} dB \int_{-\infty}^{\infty} B^2 c_3(B, \omega) f_2(B, \omega) d\omega, \\
 r &= \frac{1}{2\sigma_x^2} \int_0^{\infty} dB \int_{-\infty}^{\infty} \omega B^2 r_3(B, \omega) f_2(B, \omega) d\omega.
 \end{aligned} \tag{8}$$

Эти формулы двойного усреднения следующих случайных функций:  $P_{03}$ ,  $\frac{1}{2\sigma_x^2} \cdot B^2 \cdot c_3$  и  $\frac{1}{2\sigma_x^2} \cdot \omega B^2 \cdot r_3$

Таким образом, для определения статистических коэффициентов линеаризации необходимо, прежде всего, определить эквивалентные коэффициенты  $P_{03}$ ,  $c_3$ ,  $r_3$  гармонической линеаризации нелинейной силы  $P(B, \Theta, \omega)$  в предположении, что время «застыло». Эти эквивалентные коэффициенты в общем случае будут являться функциями амплитуды  $B$  и частоты  $\omega$ . Затем по формулам (8) вычисляется статистические коэффициенты линеаризации.

Рассмотрим пример определения статистических коэффициентов для подвески, упругая характеристика которой задана следующим аналитическим выражением:

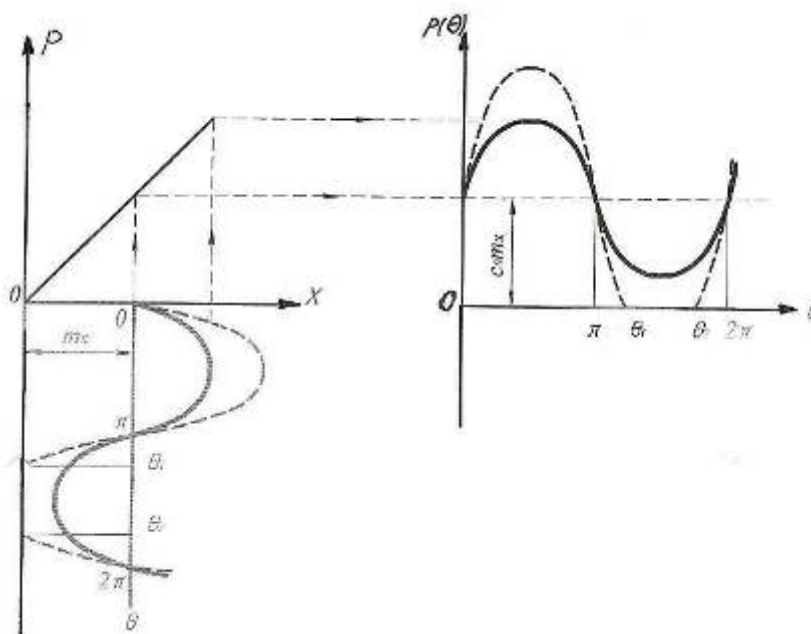
$$P = \begin{cases} c_0 x & \text{при } x \geq 0, \\ 0 & \text{при } x < 0, \end{cases} \tag{9}$$

а силы трения в подвеске равны нулю, т.е. в подвеске отсутствует демпфер.

На основании (9) и (7) запишем уравнение упругой характеристики по углу  $\Theta$

$$P = \begin{cases} c_0(m_x + B \sin \psi) & \text{при } \begin{cases} 0 < \varphi < \varphi_1 \\ \varphi_2 < \varphi < 2\pi \end{cases}; \\ 0 & \text{при } \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2. \end{cases} \tag{10}$$

Характеристики  $P(x)$  и  $P(\Theta)$  приведены на рис. 2.



**Рис. 2.** К вопросу о преобразовании  $\Theta(x)$  в  $P(\Theta)$ .

Из анализа выражений (10) и приведенных на рис.2 характеристик следует, что при  $B < m_x$  связь катка с опорной поверхностью не нарушается, а при  $B \geq m_x$ , т.е. при  $\Theta_1 \leq \Theta \leq \Theta_2$ , происходит так называемый кинематический отрыв катка от опорной поверхности. Здесь:

$$\begin{aligned} \Theta_1 &= \pi + \arcsin \frac{m_x}{B}, \\ \Theta_2 &= 2\pi - \arcsin \frac{m_x}{B}. \end{aligned} \quad (11)$$

В соответствии с (8) и (11) будем иметь

• при  $B < m_x$

$$\begin{aligned} P_{0_3} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P(\Theta) d\Theta, \\ c_{0_3} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} P(\Theta) \sin \Theta d\Theta, \\ r_{0_3} &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

• при  $B \geq m_x$

$$\begin{aligned} P_{0_3} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi+\varphi_0} P(\Theta) d\Theta + \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi-\varphi_0}^{2\pi} P(\Theta) d\Theta, \\ c_{0_3} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi+\varphi_0} P(\Theta) \sin \Theta d\Theta + \frac{1}{\pi} \int_{2\pi-\varphi_0}^{2\pi} P(\Theta) \sin \Theta d\Theta, \\ r_{0_3} &= 0, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $\Theta = \arcsin \frac{m_x}{B}$ .

Подставляя в (12) и (13) значение силы  $P(\Theta)$ , определяемое соотношением (10), после интегрирования получим

$$P_{0\sigma} = \begin{cases} c_0 m_x & \text{при } B < m_x; \\ \frac{c_0 m_x}{2\pi} \left[ \pi + 2 \arcsin \frac{m_x}{B} + \frac{2B}{m_x} \sqrt{1 - \frac{m_x^2}{B^2}} \right] & \text{при } B \geq m_x; \end{cases}, \quad (14)$$

$$c_\sigma = \begin{cases} c_0 & \text{при } B < m_x; \\ \frac{c_0}{2\pi} \left[ \pi + 2 \arcsin \frac{m_x}{B} + \frac{2m_x}{B} \sqrt{1 - \frac{m_x^2}{B^2}} \right] & \text{при } B \geq m_x. \end{cases}$$

Для упрощения дальнейших расчетов аналитические зависимости (14) без существенных погрешностей для окончательного результата могут быть аппроксимированы следующими выражениями:

$$P_{0\sigma} = \begin{cases} c_0 m_x & \text{при } B < m_x \frac{\pi}{2}; \\ \frac{c_0 m_x}{2\pi} \left( \pi + 2 \frac{B}{m_x} \right) & \text{при } B \geq m_x \frac{\pi}{2}; \end{cases}, \quad (15)$$

$$c_\sigma = \begin{cases} c_0 & \text{при } B < m_x; \\ \frac{c_0}{\pi} \left( 1 + \frac{m_x}{B} \right) & \text{при } B \geq m_x. \end{cases}$$

Подставляя значения  $P_{0\sigma}$  и  $c_\sigma$ , определяемые выражениями (15) в формуле (8) после интегрирования получим окончательно выражение для статистических коэффициентов линеаризации

$$P_0 = c_0 m_x \left\{ 1 + \frac{2\sigma_x}{\sqrt{2\pi} m_x} \left[ 0,5 - \Phi \left( \frac{\pi m_x}{2\sigma_x} \right) \right] \right\}, \quad (16)$$

$$c = c_0 \left\{ 1 - 0,5 e^{-\frac{m_x^2}{2\sigma_x^2}} + \frac{\sqrt{2\pi} m_x}{4\sigma_x^2} \left[ 0,5 - \Phi \left( \frac{m_x}{\sigma_x} \right) \right] \right\}$$

В частности, при  $m_x = \sigma_x = 0,2M$  из формулы (16) следует, что

$$P_0 = 21c_0, \quad H,$$

$$c = 8,1c_0, \quad H.$$

Эти результаты хорошо согласуются с данными расчета статистических коэффициентов прямым методом.

В заключение отметим, что метод совместной линеаризации оказывается эффективным (с точки зрения сокращения выкладок) в том случае, когда уже известны аналитические (или графические) выражения для эквивалентных коэффициентов гармонической линеаризации.

#### Литература

1. Дмитриев А.А., Чобиток В.А., Тельминов А.В, Теория теории и расчет нелинейных систем подпрессоривания гусеничных машин. М., Машиностроение, 1976
2. Казаков И.Е., Доступов Б.Г. Статистическая динамика нелинейных автоматических систем. – М., Физматгиз, 1962.
3. Первознанский А.А. Случайные процессы в нелинейных автоматических системах. – М.

Наука, 1962.

4. Пугачев В.С. Теория случайных функций. – М. Физматгиз, 1962.
5. Савочкин В.А., Дмитриев А.А. Статистическая динамика транспортных и тяговых машин. – М.: Машиностроение, 1993.
6. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М., «Советское радио», 1966.
7. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М., «Советское радио», 1969
8. Савочкин В.А., Парфенов Е.И. Теоретические основы приближенного расчета нелинейных систем поддресоривания танков. М.. Издательство министерства обороны СССР, 1983.

**Влияние межосевого рассогласования в системе управления бесступенчатой трансмиссией трехосного полноприводного автомобиля на эффективность его работы**

проф., к.т.н. Лепешкин А.В., Курмаев Р.Х.  
МГТУ «МАМИ»

*В статье приведены результаты математического моделирования, посвященные исследованию движения полноприводного трехосного автомобиля «Гидроход-49061» с бесступенчатой гидрообъемной трансмиссией, работающей в режиме заблокированной межосевой связи. При этом анализируется влияние наличия межосевого рассогласования в системе управления трансмиссией на параметры, как характеризующие ее работу, так и на эффективность машины в целом.*

Исследования проведены с целью формулирования требований, предъявляемых к системе управления бесступенчатой интеллектуальной трансмиссией многоосного полноприводного автомобиля в условиях его прямолинейного движения по ровному недеформируемому основанию.

В данной работе объектом исследований является полноприводный трехосный автомобиль «Гидроход-49061» (рис. 1) с колесной формулой 6×6 полной массой 12 тонн, разработанный ОАО «НАМИ-Сервис» совместно с АМО ЗИЛ. Привод ведущих колес его осуществляется при помощи бесступенчатой гидрообъемной трансмиссии (ГОТ) с электронной системой управления. Эта ГОТ состоит из трех одинаковых гидросистем, каждая из которых обеспечивает привод колес соответствующей оси автомобиля.



**Рис. 1. Общий вид автомобиля «Гидроход-49061».**

На рисунке 2 приведена принятая для исследования расчетная схема одной из этих гидросистем. Она содержит один регулируемый насос с приводом через согласующий редуктор  $i_n$  от ДВС автомобиля и два регулируемых гидромотора, каждый из которых через свой редуктор  $i_k$  связан с соответствующим колесом данной оси автомобиля. Для повышения точности оценки потребляемой ГОТ мощности при анализе также учитывалась работа систем