ограничиться проведенным моделированием. Оно, как и расчеты, убедительно показывает, что жесткость резцедержателя станка мод. ПАБ-160 значительно выше, чем у револьверной головки станка мод. 16К20Ф3, а полученные данные по смещению режущего инструмента вполне адекватно характеризуют возможность обеспечения более высокой точности обработки на станке мод. ПАБ-160 при одинаковых условиях в сравнении со станком мод. 16К20Ф3. Подобное моделирование целесообразно осуществлять при решении практических задач по выбору оборудования для обработки точных деталей. При замене традиционно используемого оборудования типа станков мод. 16К20Ф3 на станки с более жесткими инструментальными комплексами можно повысить производительность обработки за счет более высоких режимов резания.

Профиль скорости в окне ячейки полишаровой среды (адаптированная модели стоксового обтекания шара)

д.т.н., проф., Сандуляк А.В., к.т.н., доц., Сандуляк А.А., к.т.н. Ершова В.А. *МГТУ «МАМИ»*

Функциональный вид профиля скорости (по опытным данным).

Изучение профиля скорости потока между гранулами (зернами), например шарами, пористой среды справедливо считается сложной и теоретической и, к сожалению, экспериментальной задачей. Так, для получения прямых опытных данных скорости практически непригодными оказываются любые контактные датчики: уже само наличие датчика искажает истинную картину потока и обусловливает значительную погрешность данных. При этом, естественно, она значительно увеличивается при размещении датчика у поверхности шаров и в узких клинообразных зазорах между шарами, особенно в окрестности точек их контакта.

Таких недостатков лишены бесконтактные методы измерения скорости потока, в частности, метод с использованием лазерного допплеровского измерителя скорости [1, 2]. А возникающие при его применении некоторые сложности, связанные с отклонением лазерного луча от криволинейной поверхности, устраняются за счет подбора жидкости и материала шаров (в частности, стеклянных) с одинаковыми показателями преломления [1].

В [1] приведены полученные именно таким методом многочисленные экспериментальные данные скорости жидкости u в окне между контактирующими шарами радиуса R в кубической упаковке шаров (как показывает соответствующий анализ при ламинарном течении¹, не выходящем за пределы применимости закона Дарси, когда роль инерционных эффектов пренебрежимо мала).

Скорость и измерялась в точках, находящихся на (около) диагонали окна (рис. 1), в данном случае "четырехугольного" (применительно к структуре дробных ячеек полишаровой среды – на входе в так называемую дробную ячейку этой среды [3]).

Значения скорости *и* получены в различных «диагональных» точках, находящихся на расстоянии \tilde{r} от точки контакта шаров радиуса *R*, взятой за начало координат, для разных окон (и разных диагоналей) [1]. При этом имелась возможность находить относительную скорость u/u_{max} точек потока, где u_{max} – скорость в центре окна (при $\tilde{r} = \tilde{r}_{\text{max}} = R$).

Для выявления соответствующих функциональных связей весь объем полученных в [1]

¹ Эти данные получены при числах Рейнольдса 100...300 [1], вычисленных по таким параметрам, как диаметр шара и скорость жидкости в окне. Разумеется, другие возможные (и часто практикуемые) варианты расчета чисел Рейнольдса – по скорости набегающего потока (скорости фильтрования) и диаметру шара, по средней скорости в порах и среднему диаметру пор и пр. – дают совершенно иные числа. Они, конечно же, поддаются взаимному пересчету; один из них приводится ниже: для сопоставления упомянутого числа с соответствующим предельным (критическим) числом Рейнольдса. Но надо сказать, что ни один из используемых (различными авторами) вариантов не может выступать в качестве эквивалентного, например, для сопоставления с «одновариантными» числами Рейнольдса при течении жидкости в трубе, при обтекании уединенного шара и др.

данных сведен здесь на одном графике (рис. 2): многочисленные массивы данных представлены усредненными по местоположению интервалами их колебания (разброса).



Рис. 1. Окно между контактирующими шарами, поток нормален плоскости чертежа.



Рис. 2. «Диагональный» профиль скорости жидкости в окне между контактирующими шарами: относительная локальная скорость в точках, находящихся на различном относительном удалении от точки контакта шаров; интервальные значения – по экспериментальным данным [1], линия – расчет по формуле (13).

На рис. 2 видно, что, даже, несмотря на заметный разброс², обобщенные здесь экспериментальные данные дают вполне определенное представление о профиле скорости точек потока, находящихся на "диагонали" окна. И, что не менее важно, они являются достаточно весомыми для тестирования получаемых теоретических данных.

Модель обтекания шара, адаптированная к окну между шарами

Одна из попыток решения не менее проблемной задачи – получения соответствующей расчетной зависимости для профиля скорости потока (при обтекании шара, контактирующего с другими шарами) – вполне может базироваться на основных положениях классической модели стоксового обтекания уединенного шара.

Конечно же, сам вопрос о возможности применения здесь этих положений на первый взгляд может показаться неуместным ввиду как бы очевидного разительного отличия условий обтекания уединенного шара и шара в ансамбле шаров.

Между тем, использование этих положений как отображающих фундаментальный ха-

² Кроме причин такого разброса, обусловленных принадлежностью исследуемых точек к различным окнам и диагоналям (сами эти окна и их диагонали неравнозначны: по местоположению и позиционированию в структуре шаров, по удаленности от ограничивающих стенок и пр.), это и причины, связанные с некоторым объективным отклонением фактической точки замера от диагонали и плоскости окна.

¹³⁶Известия МГТУ «МАМИ» № 2(6), 2008.

рактер поведения жидкости в окрестности шара (по меньшей мере – вблизи него на расстояниях, не превышающих половины размеров межшаровых зазоров) представляется не только вполне оправданным, но и результативным, естественно, при соответствующих обоснованных оценках и допущениях.

Как известно, модель стоксового обтекания уединенного шара радиуса *R* характеризует соответствующее ползущее течение несжимаемой жидкости, когда инерционные члены в уравнении Навье-Стокса пренебрежимо малы. В этом случае выражения для тангенциальной

 u_{θ} и радиальной u_{ρ} составляющих скорости жидкости в сферической системе координат имеют вид [4-6]:

$$u_{\theta} = -u_{\infty} \cdot \sin \theta \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot R}{4 \cdot \rho_0} - \frac{R^3}{4 \cdot \rho_0^3} \right), \ u_{\rho} = u_{\infty} \cdot \cos \theta \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot R}{2 \cdot \rho_0} + \frac{R^3}{2 \cdot \rho_0^3} \right), \tag{1}$$

где: ρ_0 – модуль выходящего из центра шара радиус-вектора изучаемой точки вне шара,

θ – угол между выбранным направлением потока и радиус-вектором этой точки,

 u_{∞} – скорость набегающего потока (часто называют скоростью жидкости вдали от шара, теоретически – на бесконечности).

Что касается реализации возможности применения этих уравнений именно для окна между контактирующими шарами (рис. 1) и его "окрестностей", то здесь необходимо проанализировать три обстоятельства.

<u>Первое.</u> Уравнения (1), как известно, справедливы при значениях чисел Рейнольдса до Re(v, d)=1...2, вычисляемых для уединенного шара всегда однозначно (в отличие от полишаровой среды): по скорости набегающего потока v и диаметру шара d (когда коэффициент сопротивления сферы обратно пропорционален числу Рейнольдса [4, 6, 7]).

Но, как уже говорилось, такое значение предельного числа (при обтекании уединенного шара) не может служить даже «ориентиром» предельного числа для потока в порах полиша-

ровой среды. Естественно, это относится и к случаю, когда число Рейнольдса $\operatorname{Re}({}^{V_f}, d)$ чисто формально вычисляется, казалось бы, по таким же (для пористой среды, применительно к

порам-каналам этой среды – фиктивным) параметрам, а именно скорость фильтрования V_f (скорость набегающего на нее потока) и диаметр шара d.

И, тем не менее, если все же следовать такому сходству, то налицо резкое отличие предельных чисел Рейнольдса для уединенного шара и для полишаровой среды,

Так, согласно [6], для гранулированной (зернистой) среды предельное число Рейнольдса, ограничивающее предел применимости закона Дарси (до заметного проявления инерци-

онных эффектов [6]), оценивается, по меньшей мере, значением $\text{Re}(^{V_f}, d) \approx 10$. Более того, имеется вероятность того, что это значение, в принципе, может быть и бо́льшим [6].

И в этом есть смысл. Действительно, ламинарный режим течения, при котором коэффициент сопротивления в известной формуле Дарси-Вейсбаха для потерь напора в такой среде обратно пропорционален числу Рейнольдса (а значит, инерционные эффекты проявля-

ются еще не столь заметно), сохраняется вплоть до значения 3 Re(${}^{V_{f}}$, d) = 60-70 [8].

<u>Второе.</u> В уравнениях (1) фигурируют два безразмерных выражения: $(1-3R/4\rho_0 - R^3/4\rho_0^3)$ и $(1-3R/2\rho_0 - R^3/2\rho_0^3)$, которые полезно сравнить между собой (рис. 3). Но при этом надо учесть, что применительно к рассматриваемой задаче (рис. 1) диа-

³ Это значение, в отличие от предыдущего, названного предельным, условно можно именовать «предельным критическим» (оба эти значения использованы ниже).

пазоном возможного изменения ρ_0/R является здесь не $\rho_0/R = 1...\infty$ (или $R/\rho_0 = 0...1$), а всего лишь⁴ $\rho_0/R = 1...\sqrt{2}$ (или $R/\rho_0 = 0,707...1$). И в этом случае из сравниваемых выражений намного превалирует первое.

Показательно также сравнение и самих уравнений (1), точнее – модулей составляющих локальной скорости: $|u_{\theta}|_{\mathbf{u}} |u_{\rho}|_{\mathbf{u}}$. При $\theta = 45^{\circ}$ и $\theta = 135^{\circ}$, когда $|\sin\theta| = |\cos\theta|$, различие $|u_{\theta}|_{\mathbf{u}} |u_{\rho}|_{\mathbf{u}}$ соответствует различию упомянутых выражений (рис. 3). А при $45^{\circ} < \theta < 135^{\circ}$, когда $|\cos\theta| < |\sin\theta|$, различие между $|u_{\theta}|_{\mathbf{u}} |u_{\rho}|_{\mathbf{u}}$ является еще бо́льшим; в миделевой же плоскости окна, когда $\cos\theta = 0$, вообще $|u_{\rho}| = 0$.



Рис. 3. Сравнение выражений в скобках уравнений (1) для диапазона R/ $\rho_0 = 0,71...1$ (исходя из относительного расстояния от поверхности шара, когда ρ_0 /R=1, до центра окна в радиальном направлении, когда ρ_0 /R=√2).

Таким образом, в диапазоне 45° $\leq \theta \leq 135^{\circ}$, т.е. и в самой миделевой плоскости окна, и в довольно большой области по обе стороны этой плоскости, доминирующим является модуль тангенциальной составляющей скорости: $|u_{\theta}|$.

При этом с погрешностью, не превышающей 5% (и то – за пределами миделевой плоскости окна: при $\theta = 45^{\circ}$ и $\theta = 135^{\circ}$, когда $|\sin\theta| = |\cos\theta|$), он соответствует модулю результирующей скорости $u = (u_{\rho}^2 + u_{\theta}^2)^{0.5}$. Значит,

$$u \cong \left| u_{\theta} \right| = u_{\infty} \cdot \sin \theta \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot R}{4 \cdot \rho_0} - \frac{R^2}{4 \cdot \rho_0^3} \right), \ u \cong 1, 3 \cdot u_{\infty} \cdot \sin \theta \cdot \left(1 - \frac{R}{\rho_0} \right).$$
(2)

⁴ Такой диапазон строго привязан здесь к размерам окна (рис. 1): если ρ_0 устремить к наиболее удаленной точке, а именно к центру окна, то $\rho_0 / R \rightarrow \sqrt{2} = 1,41$.

¹³⁸Известия МГТУ «МАМИ» № 2(6), 2008.

Здесь записан также второй, более простой и почти эквивалентный (в уже оговоренном диапазоне $R/\rho_0 = 0,71...1$) вариант уравнения скорости. Он получается просто: трехчленное выражение в скобках базового (первого) уравнения (2) искусственно заменяется более простой линейной функцией, а именно $1-3R/4\rho_0 - R^3/4\rho_0^3 \cong 1,3(1-R/\rho_0)$. О возможности такой замены свидетельствует сам вид зависимости 1 на рис. 3 в характерном для окна диапазоне $R/\rho_0 = 0,71...1$, что соответствует диапазону $\rho_0/R = \tilde{\rho}_0/R = 1...\sqrt{2}$ (рис. 1).

Из уравнений (2) как частные случаи следуют также уравнения локальной скорости жидкости в любой точке, находящейся именно в плоскости окна (sin θ = 1):

$$u = u_{\infty} \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot R}{4 \cdot \rho_0} - \frac{R^3}{4 \cdot \rho_0^3}\right), \ u \cong 1, 3 \cdot u_{\infty} \cdot \left(1 - \frac{R}{\rho_0}\right).$$
(3)

<u>Третье.</u> Разумеется, для полишаровой среды (рис. 1) входящая в уравнения (1)-(3) ско-

рость на бесконечности u_{∞} как скорость вдали от уединенного шара (скорость набегающего потока) полностью теряет свой первоначальный смысл (заметим – никоим образом не «превращаясь» в скорость набегающего потока для полишаровой среды, т.е. в так называемую скорость фильтрования).

Но, тем не менее, параметр u_{∞} остается здесь хотя и фиктивным по сути, но вполне определенным числовым параметром, с точностью до которого эти уравнения могут быть справедливы. При этом параметр u_{∞} как усредненный параметр коррекции, естественно, определенным образом связан с расходно-скоростными характеристиками потока в полишаро-

вой среде, например скоростью фильтрования V_f , средней скоростью потока в окне $\langle u \rangle$.

Ключевой здесь все же является связь между u_{∞} и $\langle u \rangle$. Для ее нахождения достаточно, ограничившись одним из восьми одинаковых "секторов" окна (на рис. 1 один такой "сектор" заштрихован), в его пределах произвести соответствующее интегрирование-усреднение локальной скорости *u*, выражающейся первым (как более точным) уравнением (3). При этом вполне понятно, что в данном случае необходимо выполнить двойное интегрирование: сначала по ρ_0 от *R* до $\tilde{\rho}_0$, а затем по β от 0 до $\pi/4$ (рис. 1), т.е.

$$\left\langle u \right\rangle = \frac{1}{\pi/4} \int_{0}^{\pi/4} d\beta \cdot \frac{1}{\tilde{\rho}_{0} - R} \int_{R}^{\tilde{\rho}_{0}} u \cdot d\rho_{0} \,. \tag{4}$$

К тому же следует принять к сведению (рис. 1), что $\tilde{\rho}_0 = R/\cos\beta - \text{модуль радиус$ $вектора произвольной точки, расположенной на диагонали окна, а <math>\beta$ – угол между этим модулем и межцентровой линией шаров.

Первое интегрирование (4) с учетом основного уравнения (3) для u приводит к такой промежуточной связи $\langle u \rangle$ и u_{∞} :

$$\left\langle u \right\rangle = \frac{4 \cdot u_{\infty}}{\pi} \int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \left(1 + \frac{3}{4} \cdot \frac{\cos\beta \cdot \ln\cos\beta}{1 - \cos\beta} - \frac{1}{8} \cdot \cos\beta - \frac{1}{8} \cdot \cos^{2}\beta \right) d\beta.$$
(5)

Дальнейшее интегрирование тоже не вызывает никаких затруднений, за исключением того, что во втором члене подынтегрального выражения громоздкая функция $\cos\beta \cdot \ln \cos\beta / (1 - \cos\beta)$ поддается интегрированию лишь с использованием методов приближенного вычисления (например, формулы Симпсона).

Вместе с тем, можно поступить и по-иному: эта функция совершенно без ущерба для точности (рис. 4) заменяется эквивалентной, более удобной для интегрирования функцией

Раздел 2. Технология машиностроения и материалы.



 $(0,25 \beta^2 - 1)$, конечно же, в интересующем нас интервале $\beta = 0...\pi/4$ ($\beta = 0...0,785$).

Рис. 4. Графическое представление выражения $\cos\beta \cdot \ln \cos\beta / (1 - \cos\beta) + 1$ точками и их логарифмическая линеаризация (линия) степенной функцией 0,25 β^2 .

Тогда интегрирование выражения (5) приводит к окончательному результату:

$$\left\langle u \right\rangle = \frac{4 \cdot u_{\infty}}{\pi} \int_{0}^{\pi/4} \left[1 + \frac{3}{4} (0, 25 \cdot \beta^{2} - 1) - \frac{1}{8} \cdot \cos^{2} \beta \right] d\beta = \frac{u_{\infty}}{13, 5}.$$
 (6)

Это значит, что для окна (рис. 1) справедлива такая ключевая связь:

$$u_{\infty} = 13, 5 \cdot \langle u \rangle. \tag{7}$$

Далее средняя скорость потока в окне $\langle u \rangle$ может быть выражена через другие расходноскоростные характеристики, в частности скорость фильтрования V_f :

$$\langle u \rangle = 4, 7 \cdot v_f \tag{8}$$

из условия тождественности значений пропускной способности формального и фактического окна (рис. 1), т.е. $v_f \cdot d^2 = \langle u \rangle \cdot (d^2 - \pi \cdot d^2/4)$.

С учетом количественной интерпретации (7) модифицированного параметра u_{∞} базовые уравнения (3) профиля скорости потока в окне (ячейки) выражаются через среднюю скорость потока в окне $\langle u \rangle$:

$$u = 13, 5 \cdot \left\langle u \right\rangle \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot R}{4 \cdot \rho_0} - \frac{R^3}{4 \cdot \rho_0^3} \right) \cong 17, 6 \cdot \left\langle u \right\rangle \cdot \left(1 - \frac{R}{\rho_0} \right), \tag{9}$$

а с учетом связи (8) – через весьма часто применяемую на практике скорость фильтрования V_f .

$$u = 63 \cdot \upsilon_f \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot R}{4 \cdot \rho_0} - \frac{R^3}{4 \cdot \rho_0^3}\right) \cong 82 \cdot \upsilon_f \cdot \left(1 - \frac{R}{\rho_0}\right). \tag{10}$$

140Известия МГТУ «МАМИ» № 2(6), 2008.

На основе (9) легко оценивается также максимальное значение скорости потока $u = u_{\text{max}}$ в окне, т.е. скорость в центре этого окна. Для этого достаточно принять во внимание, что удаленность центра окна (рис. 1): $\rho_0/R = (\tilde{\rho}_0/R)_{\text{max}} = \sqrt{2}$. Тогда после подстановки этого значения в (9) следует такая связь:

$$u_{\max} = 5, 1 \cdot \langle u \rangle = 24 \cdot v_f, \tag{11}$$

в том числе с учетом связи (8).

При этом сами уравнения (9) могут быть записаны также в виде:

$$\frac{u}{u_{\text{max}}} = 2,64 \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot R}{4 \cdot \rho_0} - \frac{R^3}{4 \cdot \rho_0^3}\right) \cong 3,4 \cdot \left(1 - \frac{R}{\rho_0}\right),\tag{12}$$

где значения u/u_{max} изменяются от 0 до 1 при изменении ρ_0/R от 1 до $\sqrt{2}$.

Профиль скорости для «диагональных» точек: теория и эксперимент.

Располагая уравнениями (12) для локальной скорости потока в любой точке окна (рис. 1), можно получить частные варианты таких уравнений – для точек, располагающихся вдоль биссектрисы клинообразного угла-зазора (принимая, как и ранее, точку контакта шаров за начало координат). В этом случае речь идет о частном профиле скорости потока – в точках, находящихся на диагонали окна: от $\tilde{r} = 0$ до $\tilde{r} = \tilde{r}$ max = R (рис. 1).

Необходимый для этого переход от общей относительной абсциссы ρ_0/R той или иной точки к частной относительной абсциссе \tilde{r}/R осуществляется просто: в уравнении (12) следует заменить модуль радиус-вектора произвольной точки ρ_0 на модуль радиус-вектора точки $\tilde{\rho}_0$, находящейся на диагонали окна (рис. 1). К тому же следует учесть, что геометрически $\tilde{\rho}_0 = \left(R^2 + \tilde{r}^2\right)^{0.5}$. Тогда $\frac{u}{1-3} = 2,64 \cdot \left\{1 - \frac{3}{1-3} \cdot \left[1 + \left(\frac{\tilde{r}}{2}\right)^2\right]^{-0.5} - \frac{1}{1-3} \cdot \left[1 + \left(\frac{\tilde{r}}{2}\right)^2\right]^{-1.5}\right\} \approx 3,4 \cdot \left\{1 - \left[1 + \left(\frac{\tilde{r}}{2}\right)^2\right]^{-0.5}\right\}$ (13)

$$u_{\text{max}}$$
 $\begin{bmatrix} 4 \\ K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K \end{bmatrix} = 4 \\ K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K \end{bmatrix} \end{bmatrix}$ Эта зависимость показана на рис. 2 (линия): она находится в согласии с приведенными здесь же и описанными выше экспериментальными данными (вертикальные интервальные

значения), заимствованными из [1]. Но при этом по-прежнему остается открытым вопрос о том, каков все же режим течения жидкости в опытах [1] и было ли принципиальное основание для сопоставления этих

данных с теоретической зависимостью (13), полученной в рамках модели стоксового течения. Напомним, что эти данные получены при числах Рейнольдса 100...300 [1], вычисленных по таким параметрам, как диаметр шара и скорость жидкости в окне.

После получения связей (8) и (11), как инструмента для пересчета «разновариантных» чисел Рейнольдса все аргументы для того, чтобы вернуться к обсуждению этого вопроса, уже имеются.

При этом в качестве предельного и «предельного критического» чисел⁵ Рейнольдса $\operatorname{Re}(V_f, d)$, вычисленных по скорости фильтрования V_f и диаметру шара d, могут быть при-

 – более жесткое. А второе соответствует оправданному игнорированию инерционных эффектов, так как коэффициент сопротивления в известной формуле Дарси-Вейсбаха для потерь напора все еще обратно пропорционален числу Рейнольдса. Оно – менее жесткое.

⁵ Напомним, одно из них оценивается как верхний предел безусловного игнорирования инерционных эффектов в жилкости. т.е. как верхний предел применимости закона Дарси к гранулированной (зернистой) среде [6]. Оно

Раздел 2. Технология машиностроения и материалы.

няты упомянутые выше значения $\text{Re} \approx 10$ [6] и Re = [Re] = 60-70 [8].

Следовательно, если в расчет брать среднюю скорость в окне $\langle u \rangle$, которая определяется согласно (8), то пересчитанные предельные и предельные критические значения числа Рейнольдса составят соответственно $\text{Re}(\langle u \rangle, d) \cong 40-50$ и $[\text{Re}(\langle u \rangle, d)] \cong 280-330$. Если в расчет брать максимальную скорость в окне u_{max} , которая определяется согласно (11), то $\text{Re}({}^{u_{\text{max}}}, d) \cong 220-260$ и $[\text{Re}({}^{u_{\text{max}}}, d)] \cong 1440-1680$.

Между тем экспериментальные данные [1], изображенные на рис. 2, получены, как уже оговорено выше, при числах Рейнольдса 100...300, вычисленных по диаметру шара и скорости жидкости в окне [1] (по всей видимости – по максимальной скорости ввиду отсутствия у авторов [1] рассмотренной здесь методологии вычисления средней скорости потока в окне).

Значит, экспериментальные данные [1], привлекаемые для сопоставления с теоретическими данными (рис. 5), получены в условиях режима течения, не выходящего не только за рамки ламинарного, но и находящегося в пределах применимости закона Дарси. И, стало быть, сопоставление этих данных [1] с полученной теоретической зависимостью (13), показавшее их согласие (рис. 5), вполне корректно.



Рис. 5. Расчетные данные (точки 1) выражения (13) и их логарифмическая линеаризация: штриховая линия 2 – зависимость (14),

сплошная линия 3 – зависимость (15), сплошная линия 4 – зависимость (16).

Степенной профиль скорости для «диагональных» точек окна.

Громоздкое уравнение (13) можно искусственно упростить, если его представить в логарифмических координатах: полученная зависимость (рис. 5, точки 1) близка к степенной.

В частности, в первом приближении (рис. 5, штриховая линия 2) она может быть представлена как:

$$\frac{u}{u_{\text{max}}} \cong \left(\frac{\tilde{r}}{R}\right)^{1,7}.$$
(14)

В этих же координатах можно провести и более детальный анализ, разбив полученную теоретическую зависимость (рис. 5, точки 1) на две кусочные степенные зависимости (рис. 5, сплошные линии 3 и 4).

Первая – для диапазона $\tilde{r}/R \le 0.5$ (рис. 5, сплошная линия 3), т.е. для приконтактной зоны, представляется как:

142Известия МГТУ «МАМИ» № 2(6), 2008.

$$\frac{u}{u_{\text{max}}} = 1, 6 \cdot \left(\frac{\tilde{r}}{R}\right)^2.$$
(15)

Вторая – для диапазона $0,5...0,6 \le \tilde{r} / R \le 1$ (рис.5, сплошная линия 4), т.е. для центральной зоны, представляется как:

$$\frac{u}{u_{\text{max}}} = \left(\frac{\tilde{r}}{R}\right)^{1,1}.$$
(16)

Из полученных зависимостей (15) и (16) следует, что в приконтактной зоне профиль скорости потока квадратичный, а в центральной – близок к линейному.

Вывод

Установлено, что к окну полишаровой среды, сквозь которую протекает жидкость, вполне применима разработанная адаптированная модель течения, основывающаяся на классической модели стоксового обтекания шара.

Литература

- 1. Волков В.И., Данилов И.С., Жак В.Д. и др. Исследования гидродинамики пристенного слоя на модели кубической упаковки. Журнал прикладной механики и технической физики, 1980, № 6, с. 58-64.
- 2. Кирпиков В.А., Зюзин А.П. Применение полупроводниковых микротермисторов для измерения поля скорости. Известия вузов. Энергетика, 1980, № 2, с. 112-116.
- 3. Сандуляк А.В., Сандуляк А.А., Ершова В А. Кривая намагничивания гранулированной среды с позиций поканального намагничивания (новый подход) // ДАН, 2007, т. 413, № 4, с. 469-471.
- 4. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа (изд. 6-е). М., Наука (главная ред. физ.-мат. лит-ры), 1987, 840с.
- 5. Кочин Н.Б., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика, ч.П. М., Гос. изд-во физ.-мат. лит-ры, 1963, 728с.
- 6. Дейли Д., Харлеман Д. Механика жидкости (пер. с англ.). М., Энергия, 1971, 480с.
- 7. Повх И.Л. Техническая гидродинамика. М., Машиностроение, 1969, 524с.
- 8. Сандуляк А.В. Магнитно-фильтрационная очистка жидкостей и газов. М., Химия, 1988, 133с.

К вопросу о практическом виде формулы, описывающей кривую намагничивания квазисплошного магнетика

к.т.н., доц. Сандуляк А.А.

МГТУ «МАМИ»

Одной из ключевых характеристик гранулированной ферромагнитной среды как рабочего органа, в частности, матричных магнитных очистных аппаратов, является кривая намагничивания, т.е. зависимость средней индукции В в такой среде (как квазисплошном магнетике) от напряженности намагничивающего поля Н.

В отличие от эмпирического решения задачи нахождения такой характеристики, в теоретическом плане такая задача считается сложной.

В работе [1] изложен новый подход к решению этой задачи, основанный на оригинальной модели поканального намагничивания гранулированной среды [2]. Получена и сопоставлена (согласующаяся с экспериментальными данными для засыпки шаров) расчетная формула:

$$B = \frac{2,9 \cdot \mu \cdot \mu_0 \cdot H}{\mu - 1} \cdot \left(\frac{\mu}{\mu - 1} \cdot \ln \mu - 1\right),\tag{1}$$