

2. Sandulyak A.V., Garaschenko V.I., Korkhov O.J. Patent 4492921 US, 1985.
3. Зверев С., Крементуло А., Лавринович С. и др. // Хлебопродукты, 2008, № 9, с.58-59.
4. ГОСТ 20239-74, ГОСТ 12573-67, ГОСТ 15113.2-77, ГОСТ 1936-85. Метод определения металломагнитной примеси. Стандартинформ, 2007.
5. Тарутин П.П., Милов Г.Л., Хаби Г.С. А.с. СССР 300825, 1971.
6. Самбурский А.И., Перминова З.А., Пучкова Н.А. и др. Патент 2197529 RU, 2003.
7. Кармазин В.И., Кармазин В.В., Шанаурин В.Е. и др. А.с. СССР 1319904, 1987.
8. Рожков И.М., Кармазин В.В. А.с. СССР 1461506, 1989.
9. Сандуляк А.А., Ершова В.А., Сандуляк А.В. // Энергосбережение и водоподготовка, 2007, № 5(49), с. 45-48.

***Влияние колебаний формы поперечного сечения нежестких деталей типа полый цилиндр на силу резания в процессе комбинированной обработки резанием и поверхностным пластическим деформированием***

д.т.н. проф. Максимов Ю.В., к.т.н. доц. Анкин А.В., Ветрова Е.А.  
МГТУ «МАМИ»

8(495) 223-05-23, доб. 1353

*Ключевые слова:* комбинированная обработка, глубина резания, поперечное сечение, нежесткие детали типа полый цилиндр, деформация, колебания, точность обработки.

На основании ряда проведенных исследований [1] было выдвинуто утверждение, что метод комбинированной обработки резанием и поверхностным пластическим деформированием нежестких деталей типа полый цилиндр обеспечивает выигрыш в производительности, высокие показатели точности обработки (8 - 9 квалитет) и хорошую шероховатость обработанной поверхности ( $R_a = 0.08...0.32 \text{ мкм}$ ).

Однако в процессе комбинированной обработки нежестких деталей типа полый цилиндр возникают изгибные (или поперечные) и крутильные колебания.

Изгибные или поперечные колебания в процессе комбинированной обработки возникают из-за наличия геометрических погрешностей в сечении заготовки, которые можно интерпретировать в первом приближении эксцентриситетом сечения. Помимо геометрических погрешностей в сечения заготовки имеющиеся погрешность установки, погрешность статической настройки взаимоположения конструктивных элементов устройства для комбинированной обработки, погрешность статической настройки взаимоположения детали и рабочих элементов устройства, погрешность динамической настройки режущего и деформирующего инструментов и собственно устройства для комбинированной обработки также являются источниками возникновения изгибных колебаний.

Источники возникновения изгибных колебаний можно описать выражением:

$$\Delta = \Delta y + \Delta \sigma_y + \Delta \sigma_o + \Delta \delta. \quad (1)$$

Взаимное расположение векторов указанных погрешностей принимаем таким, чтобы суммарная погрешность (вынуждающая сила) была максимальной.

На основании проведенного анализа регрессионных уравнений вертикальной составляющей силы резания  $P_z$ , которая является вынуждающей силой для крутильных колебаний, было выявлено, что наибольший коэффициент в уравнении регрессии стоит при факторе  $Y1$ , интерпретирующем глубину резания, в то время как частота вращения детали (фактор  $Y3$ ) практически не оказывает воздействия на эту составляющую в случае резца с круглой пластиной  $\varnothing 16,2$  мм. Однако на составляющую  $P_x$  скорость резания оказывает существенное влияние. Определив закон изменения скорости резания (или частоты вращения детали, опи-

сываемой выражением  $\omega = \omega_0 + \varphi'(x, t)$ , мы можем уточнить полученное ранее решение задачи об изгибных колебаниях нежесткого вала применительно к интересующей нас нежесткой детали типа полый цилиндр, а также сможем определить критические скорости его вращения с точки зрения изгибных и крутильных колебаний.

Уравнение для крутильных колебаний можно представить в виде [3], в правой части данного выражения содержится составляющая  $P_z$  силы резания:

$$I \cdot \varphi'' + p^T(\varphi) = P(x\varpi), \quad (2)$$

где:  $\varphi$  – угол закручивания;

$\varphi''$  – угловое ускорение;

$p = k_k$ , где  $k_k$  – крутящий момент, отнесенный углу поворота;

$I$  – момент инерции сечения относительно оси детали, равный:

$$I = \frac{W \cdot (D - d)}{8 \cdot g},$$

где:  $W$  – вес сечения;

$D$  – наружный диаметр сечения;

$d$  – внутренний диаметр сечения;

$g$  – ускорение свободного падения.

В случае рассматриваемой детали типа полый цилиндр с круговым поперечным сечением длиной  $l$  и диаметрами  $D$  и  $d$  жесткость при кручении можно определить по формуле:

$$k_k = \frac{G \cdot J}{l} = \frac{\pi \cdot G \cdot (D - d)}{3T \cdot l}, \quad (3)$$

где:  $G$  – модуль упругости материала при сдвиге;

$J$  – момент сопротивления кручению, равный полярному моменту инерции.

Решение уравнения свободных крутильных колебаний можно описать выражением:

$$\varphi = \varphi_0 \cdot \cos(p \cdot t) + (\varphi'_0 / p) \cdot \sin(p \cdot t), \quad (4)$$

где:  $\varphi$  и  $\varphi'_0$  – угол поворота и угловая скорость в начальный момент времени  $t = 0$ .

Пусть в начальный момент времени  $t = 0$  обрабатываемая нежесткая деталь типа полый цилиндр нагружена силой  $P_{z0} = f(\omega_0, h_0, V, \theta_1, \theta_2)$ , тогда скорость  $\varphi'_0 = 0$ , а поворот  $\varphi$  будет определяться выражением:

$$\varphi_0 = M / k_k, \quad (5)$$

где:  $M = P_{z0} \cdot d / T$ .

Крутящий момент, отнесенный к углу поворота, можно определить по формуле:

$$k_k = \frac{G \cdot J}{l} = \frac{\pi \cdot G \cdot (D - d)}{3T \cdot x}, \quad (6)$$

где:  $x$  – координата сечения [3].

Однако в процессе обработки величина  $x$  будет меняться во времени, т.е.  $x = 1 - Vt$ . Таким образом, в общем виде угол поворота сечения можно записать в виде выражения:

$$\varphi(x\varpi) = T(t) \cdot \Psi(x), \quad (7)$$

где:  $T(t)$  – функция времени;

$\Psi(x)$  – координатная функция угла поворота.

Координатную функцию угла поворота  $\Psi(x)$  можно определить, решив обыкновенное дифференциальное уравнение:

$$\varphi''(x) + P^2 \varphi(x) = 0, \quad (8)$$

где:  $P$  – частота собственных крутильных колебаний, умноженная на  $2\pi$ .

Функция времени  $T(t)$  может быть определена из уравнения:

$$T(t)'' + \Omega^T \cdot T(t) = P(x) \quad (9)$$

и представлена в следующем виде:

$$T(t) = C_1 \cdot \cos(\Omega \cdot t) + C_T \cdot \sin(\Omega \cdot t), \quad (10)$$

где:  $C_1$  и  $C_2$  – произвольные постоянные, которые определяются из начальных условий.

Изгибные колебаний оказывают влияние на ось обрабатываемой нежесткой детали типа полый цилиндр, вследствие чего она изгибается. Из-за изгиба оси обрабатываемой детали изменяется глубина резания, причем изменение глубины резания на резцах равно по величине и противоположно по знаку. При вращении с угловой скоростью  $\omega$  изогнутой обрабатываемой детали, ось которой отклонена от оси  $OX$  в сечении  $X$  на величину поперечного перемещения  $\varpi(x, t)$ , данное изменение глубины резания можно определить по формуле:

$$h_2(x, t) = \varpi(x, t). \quad (11)$$

На основании вышеизложенного, реальная глубина резания может быть описана выражением:

$$h(x, t) = h_0 + \frac{e_{3П}}{l_T} \cdot \left( l_T - \frac{S_0 \cdot n}{60} \cdot t \right) + \left[ \frac{e_{ДЗ} - e_{ДП}}{l_T} \cdot \left( l_T - \frac{S_0 \cdot n}{60} \cdot t \right) + e_{ДП} \right] \cdot \cos(T(t) \cdot \Psi(x))' t + \\ + \varpi(x, t) \cdot \cos(T(t) \cdot \Psi(x))' t - a \cdot \frac{\varepsilon(x)}{T} \cdot \sin^T(T(t) \cdot \Psi(x))' t \quad (12)$$

где:  $h_0$  – глубина резания, устанавливаемая по максимальному удалению обрабатываемой поверхности от ее центра;

$e_{3П}$  – несоосность переднего и заднего центров;

$e_{ДП}$  – несоосность переднего центра и заготовки;

$e_{ДЗ}$  – несоосность заднего центра и заготовки;

$n$  – частота вращения детали;

$S_0$  – осевая подача устройства для КРДО;

$t$  – глубина резания;

$a$  – большая полуось эллипса поперечного сечения заготовки;

$\varepsilon$  – эксцентриситет;

$l_2$  – длина детали.

Обрабатывающую головку будем интерпретировать как поперечную силу, величина которой изменяется в процессе перемещения от точки  $C$  к  $B$  (рисунок 1).

Силу  $P$  можно описать выражением:

$$P(\omega, \Psi(x), \chi_1, \chi_T) \approx P_0 + C \cdot \varpi(x, t) + P_1 \cdot \left[ \varpi(x, t) \cdot \cos(\omega \cdot t) - a \cdot \frac{\varepsilon(x)}{T} \cdot \sin^T(\omega \cdot t) + \Delta(x, t) \right], \quad (13)$$

где:  $a$  – большая полуось эллипса поперечного сечения заготовки;

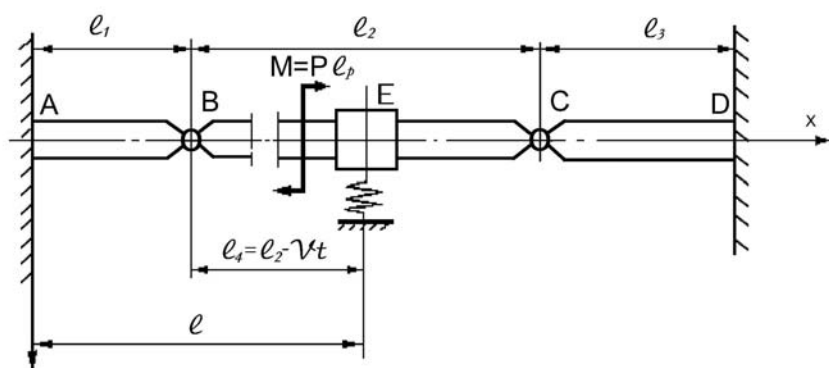
$\varepsilon$  – эксцентриситет;

$\Delta$  – приращение глубины резания в сечении с координатой  $x$  в момент времени  $t$ , вызванное погрешностью статической настройки устройства;

$\chi_1, \chi_2$  – параметры, отражающие механические свойства материала обрабатываемой детали и центров, а также иные технологические факторы и геометрические характеристики;

$P_0 = P(\omega, V, h_0, \chi_1, \chi_2)$  и  $P_1 = \frac{dP(\omega, V, h_0, \chi_1, \chi_2)}{d(h - h_0)}$  – величины сил, которые должны быть

определены технологом путем расчетов исходных данных по справочникам или опытным путем.



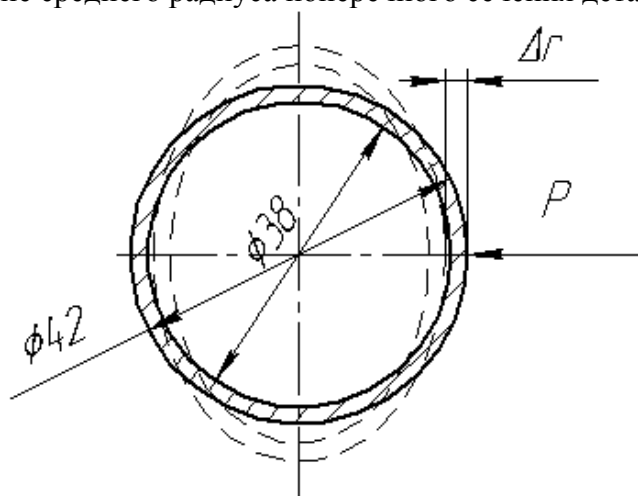
**Рисунок 1 – Механическая модель устройства для комбинированной обработки резанием и поверхностным пластическим деформированием нежестких деталей типа полый цилиндр**

Эти величины зависят от технологических факторов и не зависят ни от времени, ни от координаты.

В соответствии с формулой (13)  $\varphi(x, t) = T(t) * \Psi(x)$ , а  $\omega = \varphi'(x, t)$ , уравнение для поперечной силы  $P$  можно представить в следующем виде:

$$P(\omega, V, h, \chi_1, \chi_2) \approx P_0 + C \varpi(x, t) + P_1 \cdot \left[ \varpi(x, t) \cos(T(t) * \Psi(t))' t - a \frac{\varepsilon(x)}{2} \sin^2(T(t) * \Psi(t))' t + \Delta(x, t) \right]. \quad (14)$$

Поскольку в идеале поперечное сечение обрабатываемой нежесткой детали типа полый цилиндр представляет собой кольцо, то под действием поперечной силы форма этого кольца будет меняться, что учитывается опосредованно в виде изменения эксцентриситета, интерпретирующего изменение среднего радиуса поперечного сечения детали (рисунок 2).



**Рисунок 2 – Изменение формы поперечного сечения детали под действием поперечной силы  $P$**

Рассмотрим изменение формы поперечного сечения нежестких деталей типа полый цилиндр на примере однопроходной механической обработки трубы с наружным диаметром 42 мм и внутренним диаметром 38 мм. Глубина резания  $t_{рез} = 1$  мм на резец (см. устройство для комбинированной обработки).

Мы рассматриваем процесс однопроходной обработки детали ввиду того, что в данном случае величина перерезывающей силы  $P$  будет максимальной,  $\Delta r$  также примет наибольшее значение. За исключением рассматриваемого случая обработки,  $\Delta r$ , возникающая в процессе обработки труб указанных размеров, ничтожно мала, поэтому ей при расчетах можно пренебречь.

Под действием перерезывающей силы  $P$  поперечное сечение обрабатываемой трубы будет деформировано на  $\Delta r = (0.1...0.05)t_{рез} = 0.2...0.1$  мм.

В дальнейшем будет рассмотрен вопрос о законе изменения среднего радиуса поперечного сечения нежесткой детали типа полый цилиндр -  $\Delta r$ .

#### **Выводы**

В процессе комбинированной режущо-деформирующей обработки нежестких деталей типа полый цилиндр происходит деформация поперечного сечения детали под действием перерезывающей силы, но величина деформации настолько мала, что в дальнейших расчетах ею можно пренебречь.

#### **Литература:**

1. Папшев Д.Д. Отделочно-упрочняющая обработка поверхностным пластическим деформированием. - М.: Машиностроение, 1978. - 152 с.
2. Смелянский В.М. и др. Размерно-совмещенное обкатывание детали. - «Станки и инструмент», № 11, 1981, с. 35-36.
3. Тимошенко С.П. Теория колебаний в инженерном деле. - ГНТИ, М.-Л., 1931. - 344 с.
4. Чистосердов П.С. Управление точностью обработки при совмещении резания и ППД. - «Вестник машиностроения», № 11, 1985, с. 54-57.

#### ***Плохо обусловленные задачи в геометрических измерениях торовых поверхностей***

к.т.н. проф. Суслин В.П., к.т.н. доц. Джунковский А.В., Холодов Д.А.  
МГТУ «МАМИ»  
8(495) 223-05-23, доб. 1392

Ключевые слова: координатно-измерительная машина, торовые поверхности, подшипники, беговые дорожки, плохо обусловленные задачи, регуляризация.

Среди математических задач, возникающих при измерении геометрических объектов на координатно-измерительных машинах (КИМ), существует класс задач, решение которых неустойчиво к малым изменениям исходных данных. Они характеризуются тем, что даже малые погрешности в исходных данных могут приводить к большим ошибкам в решении. Характерным примером такой задачи может служить измерение дуги окружности на секторе меньше 90 градусов. Задачи подобного типа являются плохо обусловленными, и принадлежат к классу некорректно поставленных задач [1].

Другой областью геометрического контроля на КИМ, в которой могут возникать плохо обусловленные задачи, являются измерения профиля беговых дорожек подшипников качения (торовых поверхностей).

При анализе точностных характеристик измерительных приборов, предназначенных для контроля беговых дорожек подшипников качения, было замечено, что при измерении радиусов они дают большие погрешности, вплоть до 50 мкм и более. Наиболее вероятно, что это связано с плохой обусловленностью задачи, а не с их аппаратными особенностями изме-