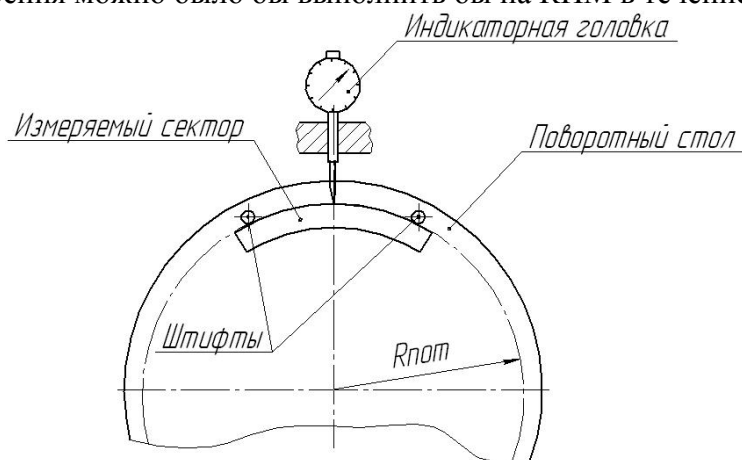


Регуляризация плохо обусловленных задач в геометрических измеренияхк.т.н. проф. Суслин В.П., к.т.н. доц. Джунковский А.В.
МГТУ «МАМИ»

При контроле на координатно-измерительных машинах (КИМ) геометрических размеров малых сегментов окружностей, цилиндров и др. результаты получаются с настолько существенными ошибками, что на практике такие измерения не производятся. Например, в метрологических службах известно, что дуги окружностей или сегменты цилиндров, меньшие 90 градусов, не следует измерять на КИМ из-за больших ошибок и нестабильности результатов. С математической точки зрения причиной больших ошибки и неоднозначности результатов при измерениях малых сегментов является плохая обусловленность измерительных задач. Поэтому в программном обеспечении координатно-измерительных машин отсутствуют модули, обеспечивающие измерения на малых областях с высокой точностью. Вместе с тем, необходимость таких измерений существует и разработка методов, обеспечивающих измерения на малых областях, представляется актуальной.

Не имея возможности контроля объектов на малых сегментах с помощью КИМ, метрологические службы находят решения проблемы путем использования специальных приспособлений, измерительных устройств и т.д. Например, на одном из предприятий так организован контроль секторов обода колеса большого радиуса (200-600 мм). На поворотном столе устанавливают два штифта на расстоянии от центра стола, равном номинальному значению радиуса колеса (рис. 1). Измеряемый сектор кладут на стол и прижимают к штифтам. В контакт с поверхностью сектора вводят наконечник индикаторной головки и устанавливают ее на ноль. Вращая поворотный стол, по показаниям индикаторной головки судят об отклонении радиуса детали от номинального значения. Процедура контроля с точным выставлением штифтов занимает около одного часа. Заметим, что если бы угол сектора был 90 градусов или более, то измерения можно было бы выполнить на КИМ в течение нескольких минут.

**Рис. 1. Измерение сектора обода колеса**

В математике существует метод решения так называемых некорректно поставленных задач. Основу метода заложил в начале 60-х годов академик А.Н. Тихонов, дав ему название «метод регуляризации» [1, 2]. В дальнейшем А.Н. Тихонов, его ученики и последователи развили теорию метода регуляризации и его приложения в различных прикладных областях [3]. Суть метода состоит в том, что постановка некорректной задачи дополняется некоторой априорной информацией количественного или качественного характера. В результате задача становится корректной или условно корректной.

Плохо обусловленные задачи являются частным случаем некорректно поставленных задач, поэтому и для них возможно применение метода регуляризации. Это открывает возможность контроля малых сегментов геометрических объектов с помощью координатно-измерительных машин.

Традиционно определение параметров математического объекта по результатам его

измерений на КИМ осуществляется методом наименьших квадратов путем минимизации функции, содержащей отклонения измеренных точек от объекта:

$$F(a) = \sum_{i=1}^n \delta_i^2 \rightarrow \min, \quad (1)$$

где: $a = a_0, a_1, \dots, a_m$ - искомые параметры математического объекта;

$\delta_i = |P_i' - P_i|$, $i=1, 2, \dots, n$ - отклонения измеренных точек;

$P_i = (X_i, Y_i, Z_i)$ - измеренная на объекте точка;

$P_i' = (X_i', Y_i', Z_i')$ - точка на математическом объекте, соответствующая измеренной.

В плохо обусловленной задаче точка минимума функции (1) нечетко выражена, функция в достаточно большой области имеет очень малый градиент. Программа минимизации при попадании в эту область перестает ощущать уменьшение функции и фиксирует минимум в случайной точке. В результате возникают большие ошибки в определении параметров математического объекта.

Улучшить обусловленность задачи можно за счет добавления априорной информации, которой могут быть номинальные значения параметров объектов. Как правило, измерения на КИМ выполняются с целью контроля, поэтому номинальные значения параметров известны, и именно их можно использовать для регуляризации задачи, добавив к функции (1) отклонения параметров от их номинальных значений:

$$\Phi(a, w) = F(a) + \sum_{j=0}^m w_j (a_j - a_{j_{nom}})^2, \quad (2)$$

где: $w_j \geq 0$ ($j=0, 1, \dots, m$) - веса параметров (коэффициенты регуляризации);

$a_{j_{nom}}$ - номинальные значения параметров.

В геометрическом контроле с помощью координатно-измерительных машин в настоящее время применяются два метода: традиционный метод, основанный на определении параметров геометрических объектов путем аппроксимации измеренных точек с помощью функции (1), и более поздний метод контроля по мат. моделям. Предлагаемый метод контроля, основанный на методе регуляризации, при измерении стандартных геометрических объектов (окружностей, цилиндров и т.д.) является обобщением двух существующих. Действительно, функция $F(a)$ в (2) обеспечивает аппроксимацию точек измерений математическим объектом, а сумма квадратов отклонений параметров объекта от их номинальных значений поддерживает его связь с идеальной моделью. Если положить $w_j = 0$ ($j=0, 1, \dots, m$), то минимизация функции (2) приведет к аппроксимации измеренных точек стандартным геометрическим объектом, то есть будет решена задача (1). При значениях весов $w_j \rightarrow \infty$ влияние $F(a)$ становится незначительным, что приводит к построению геометрического объекта с номинальными значениями параметров, относительно которого будут определены отклонения измеренных точек так же, как относительно мат. модели.

Использование номинальных значений параметров для регуляризации измерительной задачи имеет и техническое обоснование. При изготовлении объекта на производственном оборудовании параметры объекта, например, такие как радиус и координаты центра окружности, были заложены в настройки станка, технологические приспособления, параметры инструмента, в управляющие программы для оборудования с ЧПУ и т.п. Поэтому имеются основания при построении математического объекта потребовать близости его параметров к их номинальным значениям, которые являлись обязывающими при изготовлении объекта.

Предложенный метод реализован в виде экспериментальных программных модулей для измерения дуг окружностей, сегментов сфер, цилиндров и конусов. Проведено исследование

метода на математически сгенерированных данных, измерениях на КИМ эталонных средств и реальных деталей. Некоторые результаты реальных измерений приведены ниже.

На КИМ проведены измерения дуг образцового кольца с $R_{ном}=13.500$ мм на секторах (примерно) 6, 11, 22, 45 и 90 градусов (рис. 2) с последующей обработкой традиционным и новым методом. В каждом секторе было измерено 6 точек окружности. Измерения выполнялись на высокоточной КИМ DKM1-300DP, имеющей пространственную погрешность $\pm(2+L/200)$ мкм. Погрешности КИМ определены по методике МИ 2569-99 [5]. Ошибки определения радиуса окружности εR (мм) обоими методами приведены в таблице 1.

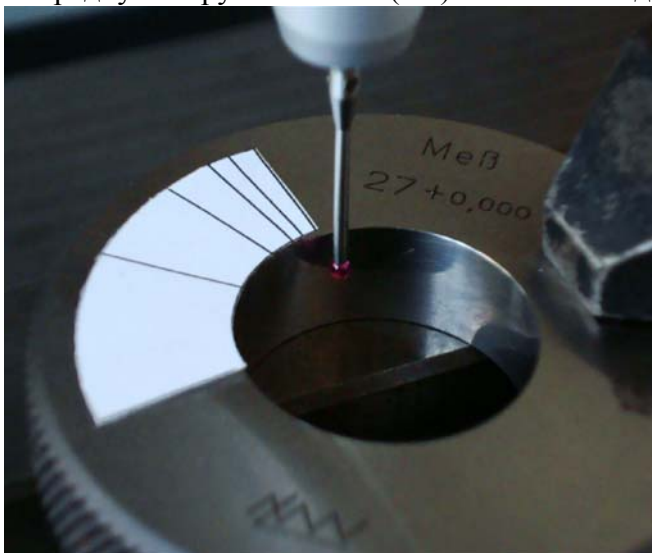


Таблица 1

Сектор (град)	$\varepsilon R(\text{мм})$	
	Традиц. метод	Новый метод
6	-0.2214	-0.0006
11	-0.0409	-0.0004
22	+0.0240	-0.0002
45	-0.0061	-0.0024
90	-0.0001	-0.0004

Рис. 2. Измерение дуг образцового кольца

Из данных таблицы видно, что уже на секторе 45 градусов ошибка определения радиуса традиционным методом более чем в два раза превышает погрешность измерительной машины и нарастает с уменьшением сектора. Это подтверждает общепринятое мнение, что на КИМ точные измерения дуг окружностей возможны для углов от 90 градусов и выше.

Новый метод позволил определить радиусы с ошибкой, не превышающей погрешности КИМ на всех секторах, включая самые малые. Измерение дуги 90 градусов хорошо обусловлено, и оба метода показали высокую точность.

На производственном предприятии проведено измерение традиционным и новым методами упоминавшегося ранее сектора обода колеса (рис. 1). Наружный радиус составляет 328 мм, внутренний – 242.5 мм. Деталь прошла проверку в метрологической службе предприятия и признана годной. В данном исследовании измерения детали произведены на КИМ с погрешностью $\pm(4+L/250)$ мкм. Внешняя и внутренняя дуга были измерены два раза по 15 точек в каждом измерении. Результаты измерений, обработанные традиционным и новым методом, приведены в таблице 2. Причем при использовании нового метода было учтено только номинальное значение радиуса, так как номинальные координаты центра неизвестны.

Большой разброс значений радиуса, полученных традиционным методом, подтверждает плохую обусловленность измерительной задачи. Именно по этой причине деталь не контролируют на КИМ, а используют поворотный стол со специальными настройками. Интересно, что в эти настройки закладывают номинальное значение радиуса (см. рис. 1), улучшая обусловленность задачи техническими средствами.

Следующие измерительные эксперименты были проведены с сегментом сферы в камере сгорания головки блока цилиндров (ГБЦ) лодочного мотора (рис. 3).

Поверхность камеры сгорания состоит из двух сферических сегментов радиусами 20 и 80 мм. Сегмент меньшего радиуса задан достаточно полно (центральный угол около 110 градусов), поэтому его измерение традиционным методом не вызывает проблем. Поверхность сегмента радиуса 80 мм составляет около 10 процентов от общей поверхности сферы, и из-

мерение этого сегмента относится к плохо обусловленным задачам. В эксперименте были проведены три измерения сферического сегмента R80 по 9 точек в каждом измерении. Измеренные данные были обработаны традиционным и новым методами. Результаты представлены в таблице 3. Номинальные значения координат центральной точки неизвестны, поэтому их значения не включались в функцию (2).

Таблица 2

Измерения	εR (мм)	
	Традиц. метод	Новый метод
$R_{nom}=328$ мм. Изм.1	+1.1817	+0.0006
$R_{nom}=328$ мм. Изм.2	+0.3173	+0.0007
$R_{nom}=242.5$ мм. Изм.1	-0.0963	-0.0007
$R_{nom}=242.5$ мм. Изм.2	-0.1140	-0.0010



Рис. 3. Измерение сегмента сферы ГБЦ

Результаты в таблице 3 показывают неприемлемость традиционного метода для измерения этого сегмента, так как получается большой разброс в измерениях, и полученные значения радиуса не соответствуют реальному размеру. В то же время с помощью метода регуляризации получены значения радиуса с небольшими ошибками и малым разбросом.

Таблица 3

Измерения	εR (мм)	
	Традиц. метод	Новый метод
Изм.1	+1.2103	+0.0010
Изм.2	+1.4186	+0.0013
Изм.3	+1.1998	+0.0010

Эксперименты по измерению малых сегментов цилиндров проводились как на математически сгенерированных данных, так и на реальной детали, поперечное сечение которой показан на рис. 4. Это ротор насоса с постоянным профилем и длиной 125 мм. На рис. 4 показаны лишь те размеры, которые упоминаются в этом тексте. Профиль ротора составлен из дуг окружностей разных радиусов с угловыми секторами от 14 до 80 градусов. Всего на детали было измерено 26 размеров, из которых 10 радиусов, 2 габаритных размера, остальные – межосевые расстояния и расстояния осей цилиндрических сегментов до осей симметрии.

Номинальные значения размеров и допуски на них были взяты с чертежа детали. По результатам измерений составлена таблица, содержащая номинальные значения размеров, измеренные значения и отклонения измеренных размеров от номинальных.

Допуски на все размеры этой детали равны ± 0.030 мм. Результаты измерений следующие: все радиусы в пределах допусков, для габаритного размера 73.4 мм отклонение от номинала составило -0.173 мм, для обоих межцентровых расстояний 34.49 мм отклонения равны -0.140 мм, по нескольким размерам выход из допуска составил 0.005-0.015 мм, остальные размеры находятся в пределах допусков.

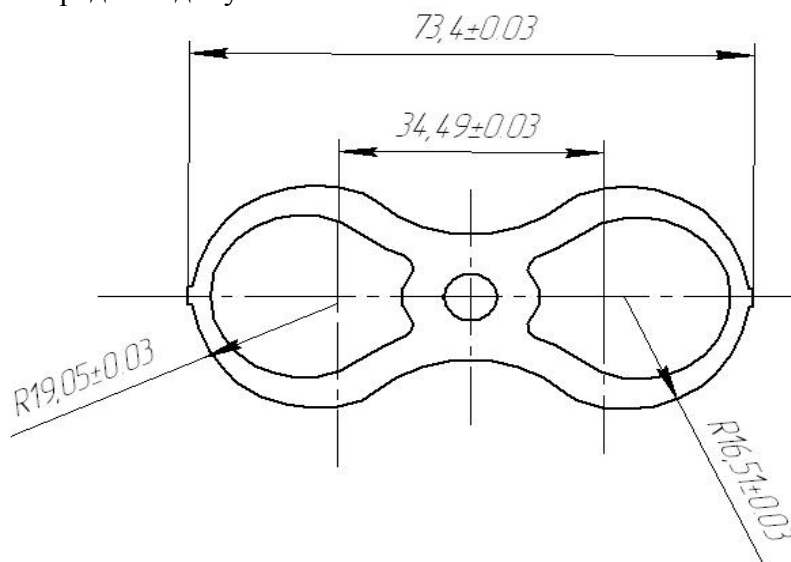


Рис. 4. Поперечное сечение ротора

Для подтверждения результатов измерений, полученных новым методом, был проведен контроль этой детали по мат. модели. По чертежу детали была составлена ее мат. модель и проведен обмер профиля детали с достаточно густой сеткой замеров. Диаграмма отклонений точек измерений от математической модели представлена на рис. 5.

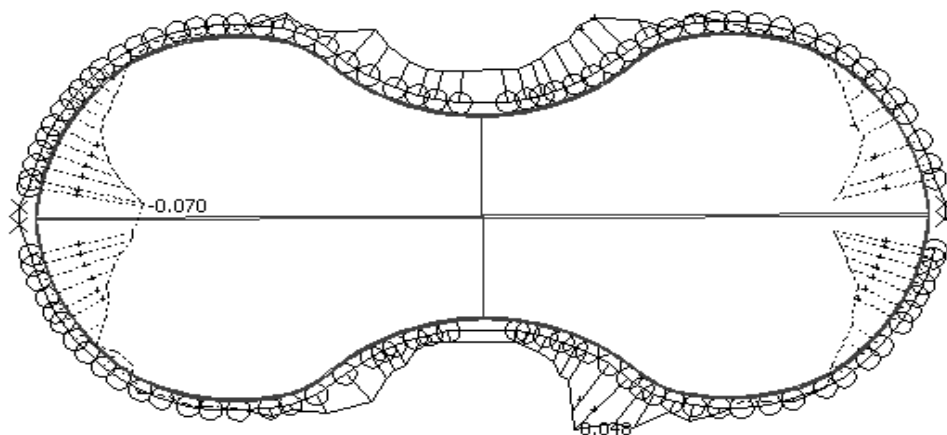


Рис. 5. Диаграмма отклонений от математической модели

На диаграмме кружочки обозначают точки измерений, исходящие из них отрезки – отклонения, длина отрезка пропорциональна величине отклонения. Если отклонение превышает допустимое, то на отрезке, на уровне допуска ставится поперечная черточка. Отрезки для положительных отклонений выведены наружу, а для отрицательных – внутрь детали. На диаграмму выведены численные значения максимального и минимального отклонений ($+0.048$ мм и -0.070 мм соответственно).

Сопоставление табличных данных и диаграммы отклонений показало хорошее совпадение результатов контроля детали двумя методами. Приведем анализ только одного размера

– межосевого расстояния 34.49 мм, которое вместе с двумя радиусами 19.05 мм формирует габаритный размер (без учета прямоугольного прилива). Новый метод показал отклонение этого размера от номинала на -0.140 мм и незначительные отклонения радиусов ($0.002-0.003$ мм). Диаграмма отклонений подтверждает ситуацию с этим размером. Из нее видно, что деталь короче номинала примерно на 0.130 мм (точно на 0.134 мм). В свою очередь полученное отклонение межосевого расстояния между дугами R19.05 также характеризует укорочение детали на очень близкую величину – 0.140 мм.

Таким образом, и новый метод и контроль по мат. модели показали превышение допустимых отклонений рассматриваемой детали. Величины этих отклонений сопоставимы в результатах, полученных обоими методами.

В настоящем исследовании не ставилась задача сравнения двух методов. Контроль по мат. модели привлечен лишь для того, чтобы показать, что измерения малых сегментов цилиндров новым методом дают правильные результаты.

Измерения ротора были также обработаны традиционным методом без использования регуляризации. Отклонения практически всех размеров, включая все радиусы, превысили допуски. Результаты никак не коррелируют с диаграммой отклонений контроля детали по мат. модели. Никаких логически обоснованных выводов о том, где нарушена геометрия детали, сделать невозможно.

Эксперименты по измерениям малых сегментов окружностей, сфер и цилиндров показали, что метод регуляризации, основанный на использовании в минимизируемой функции отклонений от номинальных значений, улучшает обусловленность измерительных задач и позволяет получать результаты измерений с высокой точностью и стабильностью.

Применение предложенного метода в практике измерений существенно изменяет ситуацию по возможностям контроля малых сегментов с помощью координатно-измерительных машин. Те измерения, которые раньше не проводились на КИМ, теперь могут на них выполняться с гарантией правильности результатов. Отпадает также необходимость применения для контроля малых сегментов специальных средств измерений, контрольной оснастки и специальных методик.

Литература

1. Тихонов А.Н. О решении некорректно поставленных задач и методе регуляризации // ДАН СССР. 1963. Т. 151, № 3. с. 501-504.
2. Тихонов А.Н. О регуляризации некорректно поставленных задач // ДАН СССР. 1963. Т. 153, № 1. с. 49-52.
3. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979. 288 с.
4. Суслин В.П., Джунковский А.В., Шутер М.Г. Новый метод определения геометрических параметров объектов при измерениях на малых областях // Законодательная и прикладная метрология. 2008. № 6. с. 39-42.
5. МИ 2569-99. Машины координатно-измерительные портального типа. Методика поверки. М.: ВНИИМС, 1999. - 10 с.