ных которого следует, что максимум скорости выщелачивания оксидов марганца ( $MnO_2$  и  $Mn_2O_3$ ) находится при pH = 1.6±0,2.

Таким образом, оптимальный режим растворения диоксида марганца приходится на pH 1,6±2, соотношение концентраций ионов марганца к оксалат-ионам 1:5, температура 353°К.

#### Выводы

Лимонная и щавелевая кислоты могут быть использованы для растворения диоксида марганца как в чистом виде, так и в смеси с серной кислотой. Скорость растворения возрастает с увеличением концентрации цитрат- и оксалат ионов. Порядок по оксалат - ионам выше, поэтому использование растворов щавелевой кислоты для растворения MnO<sub>2</sub> предпочтительнее. Оптимальное значение pH для проведения процессов растворения в щавелевой кислоте 1,6±0,2 при соотношении концентраций ионов марганца и оксалат ионов не менее 1:5.

Проведенные исследования позволят разработать оптимальные технологии выщелачивания оксидов марганца из обедненных марганцевых руд, техногенного сырья и отработанных химических источников тока.

Работа выполнена при поддержке договора № П 205 Программы: «Научные и научнопедагогические кадры инновационной России на 2009-2013годы».

## Литература

- 1. Куприков Ю.П. Производство тяжелых цветных металлов из лома и отходов. Харьков, изд. «Основа» при Харьковском гос. университете, 1992, 269с.
- 2. Пат. N 2164955 Российская Федерация, МПК7 С 22 В 7/00, 19/00, 47/00 Способ утилизации отработанных химических источников тока / Птицын А.Н., Галкова Л.И., Ледвий В.В., Скопов С.В., заявитель и патентообладатель ОАО «Елизаветинский опытный завод». – № 99115669/02, заявл. 14.07.1999; опубл. 10.04.2001, Бюл. № 10. – 14с.
- 3. Blesa M.A., Morando P.J., and Regazzoni A.E. Chemical Dissolution of Metal Oxides. CRC Press, Boca Raton, FL., 1994. 310p.
- 4. Н.А. Кишкина, И.Г. Горичев, Б.Е. Зайцев, А.Д. Изотов, В.С. Духанин Влияние 1гидроксиэтилидендифосфоновой кислоты на кинетику и механизм взаимодействия Mn3O4 с растворами серной кислоты. Журнал физической химии, 1999, Т. 73, №4, с. 653-660.
- 5. Марченко З., Бельцежак М. Методы спектрофотометрии в УФ и видимой областях в неорганическом анализе/ Пер. с польск. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007, 712с.
- 6. Дельмон Б. Кинетика гетерогенных реакций. М.: Мир, 1972. 554с.
- 7. Браун М., Доллимор Д., Галвей А. Реакции твердых тел. М.: Мир, 1983. 360с.
- 8. Барре П. Кинетика гетерогенных реакций. М.: Мир, 1976. 399с.

## Метод прогнозирования усталостной долговечности в условиях квазимонотонной деградации физико-механических свойств объекта

д.т.н. проф. Боровских В.Е., Подвойский А.О. Саратовский государственный технический университет +7-937-221-18-75, podvoiskijalex@mail.ru

*Аннотация*. Предлагается метод оценки ресурса объекта в условиях квазимонотонного ухудшения параметров качества системы, инвариантный относительно класса в общем случае нестационарного стохастического процесса сложной структуры.

<u>Ключевые слова</u>: стохастический процесс; деградационный процесс; вычет предела выносливости; энергия выброса.

Проблемам теории управления ресурсом посвящено большое количество монографий и обзоров, но, несмотря на это, задача прогнозирования усталостной долговечности объекта в

поле стохастических напряжений остается весьма актуальной и сегодня.

Современная наука о прочности насчитывает несколько десятков методов оценки ресурса при стохастических напряжениях. Аналитический аппарат этих методов чрезвычайно разнообразен: одни основываются на многомерных пуассоновских потоках, другие - на марковских процессах и уравнении Фоккера-Планка-Колмогорова, третьи - на понятии кривой усталости и линейной гипотезе накопления усталостных повреждений (гипотезе Пальмгрена-Майнера).

Существующие методы прогнозирования учитывают довольно широкий спектр факторов, влияющих на способность объекта (по ГОСТ 13377-75 понятия «система» и «элемент» можно объединить единым термином объект) сопротивляться усталостному разрушению, однако прогностический алгоритм этих методов основывается, главным образом, на стационарной гипотезе (гипотезе о неизменности механических свойств), а между тем известно, что реальные системы представляют собой сложные стохастические системы, свойства которых изменяются с течением времени, а случайные процессы, совершающиеся в этих системах, являются «существенно нестационарными».

Согласно классической теории усталости металлов, наклонный участок кривой выносливости (рисунок 1) по мере накопления усталостных повреждений поступательно сдвигается влево, а предел циклической прочности не изменяется. В этом случае выходит, что при напряжениях, не превышающих предел выносливости, деталь может выдержать, вообще говоря, сколь угодно большое число циклов, что очень сомнительно, потому как в природе вечных деталей просто не имеется.



Рисунок 1 – Изменение кривых выносливости по мере накопления в материале усталостных повреждений (при  $\sigma_{-1,0} = \text{const}$ ):  $\sigma_{-1,0}$  - априорное значение предела выносливости;  $\omega$  - мера усталостного повреждения; N - число циклов;  $N_0$  - абсцисса точки перегиба кривой усталости

Замечание: в настоящей работе параметры кривой выносливости определялись не по кривой усталости Велера, а по модифицированной кривой усталости Д.И. Беренова, учитывающей зависимость предела выносливости от числа циклов до разрушения.

Из многочисленных экспериментальных исследований известно, что по мере накопления усталостных повреждений предел выносливости постепенно понижается (рисунок 2) [1].

Для учета этого изменения рекомендуется заменять истинное его значение расчетной величиной, равной 0,5-0,7 первоначального значения предела выносливости. Вместе с тем уровень снижения предела выносливости зависит от спектра нагрузок: чем большая часть этого спектра находиться выше предела выносливости, тем больше следует снижать его расчетное значение.

Для получения конкретных рекомендаций по снижению предела выносливости необходимо полное решение задачи о расчете ресурса конструкции с учетом постепенного его снижения.



## Рисунок 2 – Изменение кривых выносливости по мере накопления в материале усталостных повреждений (при $\sigma_{-1,0} = var$ )

Однако прямое экспериментальное выявление закономерности усталостного повреждения для конкретных материалов и конструкций связано с почти непреодолимыми техническими трудностями [1, с.140].

Поэтому на первоначальном этапе исследований целесообразно построить гипотетические зависимости изменения предела выносливости от накопленного усталостного повреждения с последующим выяснениям их практической применяемости по результатам сопоставления расчетных и экспериментальных данных о ресурсе конструкций [1].

В связи с этим известный интерес представляет решение задачи прогнозирования вероятностной оценки надежности конструкции по критерию многоцикловой усталости при стохастическом нагружении в условиях монотонной деградации механических свойств объекта.

Подобная задача может возникнуть и на этапе проектирования, и на этапе испытания опытного образца. В первом случае спектр переменных напряжений в опасном сечении может быть получен, например, с помощью программного комплекса ANSYS в случае, когда имеется опытный образец спектр напряжений в интересующем сечении может быть получен методом тензометрии.

Для решения указанной задачи рассмотрим элементарную площадку в условиях сложного напряженного состояния в некоторой окрестности опасной точки конструкции. Под опасной точкой конструкции понимается точка, в которой поле напряжений реализует максимум, а поле энергии прочности – минимум.

Предположим, что на основе априорной информации о статистических закономерностях нагруженности конструкций-аналогов определены вероятностные характеристики логарифмически нормального закона распределения, аппроксимирующего реальный закон распределения амплитуд деформаций  $\varepsilon_x(t)$ ,  $\varepsilon_y(t)$ ,  $\varepsilon_\gamma(t)$  [2, 3]. Другими словами, имеется пакет осциллограмм, зарегистрированных в эксперименте, ординаты которых подчиняются логарифмически нормальному закону распределения (распределению-аппроксиманту).

Зная составляющие трехмерного є -процесса (т.е. располагая оцифрованными осциллограммами, снятыми с розеток тензорезисторов), можно с помощью известных соотношений линейной теории упругости определить так называемые псевдонапряжения [1]

$$\begin{aligned} \mathbf{\dot{\sigma}}_{x}(t) &= E \cdot \varepsilon_{x}(t) \\ \mathbf{\dot{\sigma}}_{y}(t) &= E \cdot \varepsilon_{y}(t), \\ \mathbf{\dot{\sigma}}_{\gamma}(t) &= E \cdot \varepsilon_{\gamma}(t) \end{aligned} \tag{1}$$

где Е - модуль упругости.

Тогда зависимость между напряжениями и деформациями примет вид [1]

$$\sigma_{x} = \frac{1}{1-\mu^{2}} \cdot (`\sigma_{x} + \mu \cdot `\sigma_{y})$$
  

$$\sigma_{y} = \frac{1}{1-\mu^{2}} \cdot (`\sigma_{y} + \mu \cdot `\sigma_{x}) , \qquad (2)$$
  

$$\tau = \frac{1}{2 \cdot (1+\mu)} \cdot (2 \cdot `\sigma_{\gamma} - `\sigma_{x} - `\sigma_{y})$$

где µ - коэффициент Пуассона.

Расчетное напряжение можно определить следующим образом [1]

$$\sigma_{\rm p} = A \cdot \sigma_{\rm x} + B \cdot \sigma_{\rm y} + C \cdot \tau,$$

где: *А*, *В*, *С*-коэффициенты, зависящие от углов наклона элементарной площадки (рисунок 3).



Рисунок 3 – Частные случаи ориентации элементарной площадки Эти коэффициенты определяются по формулам [1]:

для площадки 1

$$\begin{cases} A = \frac{2-\lambda}{2} + \frac{2-\lambda}{2} \cdot \cos 2\alpha + \frac{\lambda-1}{2} \cdot \sin 2\alpha \\ B = \frac{2-\lambda}{2} - \frac{2-\lambda}{2} \cdot \cos 2\alpha - \frac{\lambda-1}{2} \cdot \sin 2\alpha , \\ C = (\lambda-1) \cdot \cos 2\alpha - (2-\lambda) \cdot \sin 2\alpha \end{cases}$$
(3)

для площадки 2

$$B = \frac{2-\lambda}{2} - \frac{2-\lambda}{2} \cdot \cos 2\beta - \frac{\lambda-1}{2} \cdot \sin 2\beta; A = C = 0, \tag{4}$$

для площадки 3

$$A = \frac{2-\lambda}{2} + \frac{2-\lambda}{2} \cdot \cos 2\gamma + \frac{\lambda-1}{2} \cdot \sin 2\gamma; B = C = 0,$$
(5)

где: λ- коэффициент, определяющий чувствительность материала к нормальным и каса-

тельным напряжениям, 
$$\lambda = \frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}}$$
.

Если, например, за расчетное напряжение принимается октаэдрическое касательное напряжение, то  $\tau_{-1} \approx 0, 7 \cdot \sigma_{-1}$ .

Расположение опасной площадки и расчетное усталостное повреждение определяются из условия максимума накопленного в ней усталостного повреждения [1]

$$\omega = \max_{\alpha,\beta,\gamma} [\omega(\alpha), \omega(\beta), \omega(\gamma)], \tag{6}$$

а углы определяются из уравнений

$$\frac{d\omega}{d\alpha} = \frac{d\omega}{d\beta} = \frac{d\omega}{d\gamma} = 0.$$
(7)

В первом приближении углы наклона площадки можно определить из условия максимума дисперсии расчетного процесса нагружения [1]

$$\frac{ds_{\sigma}}{d\alpha} = \frac{ds_{\sigma}}{d\beta} = \frac{ds_{\sigma}}{d\gamma} = 0,$$
(8)

где  $S_{\sigma}$  - среднее квадратическое отклонение расчетного  $\sigma_p$  -процесса.

Трехмерный случайный процесс {' $\sigma_x(t)$ , ' $\sigma_y(t)$ , ' $\sigma_y(t)$ } полностью характеризуется матрицей автокорреляционных и взаимных корреляционных функций [1]

$$\begin{array}{cccc} k_{x}(\tau) & r_{xy}(\tau) & r_{x\gamma}(\tau) \\ r_{yx}(\tau) & k_{y}(\tau) & r_{y\gamma}(\tau) \\ r_{\gamma x}(\tau) & r_{\gamma y}(\tau) & k_{\gamma}(\tau) \end{array} \right), \tag{9}$$

где:  $k_x(\tau)$ ,  $k_y(\tau)$ ,  $k_\gamma(\tau)$  - автокорреляционные функции стационарных случайных процессов;

 $r_{yx}(\tau), ..., r_{\gamma y}(\tau)$  - взаимные корреляционные функции стационарно связанных случайных процессов.

Корреляционная функция расчетного  $\sigma_p$ - процесса определяется следующим образом [1]

$$k_{\sigma}(\tau) = A_{1}^{2} \cdot k_{x}(\tau) + B_{1}^{2} \cdot k_{y}(\tau) + C_{1}^{2} \cdot k_{\gamma}(\tau) + 2 \cdot A_{1} \cdot C_{1} \cdot r_{x\gamma}(\tau) + \dots$$
  
... + 2 \cdot A\_{1} \cdot B\_{1} \cdot r\_{xy}(\tau) + 2 \cdot B\_{1} \cdot C\_{1} \cdot r\_{y\gamma}(\tau) (10)

где:  $A_1 = \frac{A + B \cdot \mu}{1 - \mu^2} - \frac{C}{2 \cdot (1 + \mu)}, \quad B_1 = \frac{A \cdot \mu + B}{1 - \mu^2} - \frac{C}{2 \cdot (1 + \mu)}, \quad C_1 = \frac{C}{1 + \mu}$  - пара-

Положив в уравнении (10)  $\tau = 0$ , найдем дисперсию у<sub>р</sub>.

$$s_{\sigma}^{2} = k_{\sigma}(0) = A_{l}^{2} \cdot s_{x}^{2} + B_{l}^{2} \cdot s_{y}^{2} + C_{l}^{2} \cdot s_{\gamma}^{2} + 2 \cdot A_{l} \cdot C_{l} \cdot r_{x\gamma} + 2 \cdot A_{l} \cdot B_{l} \cdot r_{xy} + 2 \cdot B_{l} \cdot C_{l} \cdot r_{y\gamma}, \quad (11)$$
где:  $r_{xy}, r_{x\gamma}, r_{y\gamma}, r_{y\gamma}$ - корреляционные моменты.

Подставив (11) в (8), получим соотношение для определения угла наклона площадки [1]

$$A_{1} \cdot D[A_{1}] \cdot s_{x}^{2} + B_{1} \cdot D[B_{1}] \cdot s_{y}^{2} + C_{1} \cdot D[C_{1}] \cdot s_{y}^{2} + (A_{1} \cdot D[B_{1}] + D[A_{1}] \cdot B_{1}) \cdot r_{xy} + \dots$$
$$\dots + (A_{1} \cdot D[C_{1}] + D[A_{1}] \cdot C_{1}) \cdot r_{xy} + (B_{1} \cdot D[C_{1}] + D[B_{1}] \cdot C_{1}) \cdot r_{yy} = 0, \quad (12)$$

где:  $D[\cdot]$  - дифференциальный оператор первого порядка по углу наклона  $\alpha_j = \{\alpha, \beta, \gamma\}$ .

Ниже приведены реализации составляющих расчетного  $\sigma_p(t)$ -процесса с логарифмически нормально распределенными компонентами.

Раздел 3. Естественные науки.





Рисунок 8 – Реализация  $\sigma_{p}(t)$  - процесса

Замечание: в данном случае удобнее работать не с ансамблем реализаций расчетного  $\sigma_{\rm p}(t)$ -процесса, а с одной, но репрезентативной реализацией, поэтому предположим, что  $\sigma_{\rm p}(t)$ -процесс обладает свойством эргодичности; для справедливости эргодической теоремы необходимо и достаточно, чтобы автокорреляционная функция случайного  $\sigma_{\rm p}(t)$ -процесса удовлетворяла условию [4]

$$\lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \cdot \int_{0}^{T} \left( 1 - \frac{\tau}{T} \right) \cdot k_{\sigma}(\tau) d\tau = 0.$$
(13)

На практике *необходимое и достаточное* условие (13) заменяют более простым *достаточным* [4] (автокорреляционная функция должна стремиться к нулю при  $\tau \to \infty$ ).



Рисунок 9 – Автокорреляционные функции: 1 -  $k_{\gamma}(\tau)$ ; 2 -  $k_{x}(\tau)$ ; 3 -  $k_{y}(\tau)$ 



Рисунок 10 – Взаимные корреляционные функции: 1 -  $r_{y\gamma}(\tau)$ ; 2 -  $r_{xy}(\tau)$ ; 3 -  $r_{x\gamma}(\tau)$ 



### Рисунок 11 – Автокорреляционная функция $\sigma_{p}(t)$

Компоненты корреляционной матрицы определялись по формуле [4]

$$\tilde{k}_{xy}\left(\frac{m\cdot T}{n}\right) = \frac{1}{n-m} \cdot \sum_{r=1}^{n-m} [x(t_{r+m}) - \tilde{m}_x] \cdot [y(t_r) - \tilde{m}_y], m < 1 / 4 \cdot n,$$
(14)

где:  $\tilde{m}_{r}$ ,  $\tilde{m}_{u}$  - оценка математического ожидания; *n* - число разбиений.

Явление деградации механических свойств объекта как результат исчерпания предела выносливости можно описать в первом приближении с помощью соотношения, предложенного А.С. Гусевым.

Согласно этому предположению, скорость исчерпания предела выносливости зависит от скорости накопления усталостных повреждений и априорного значения предела выносливости [1]:

$$\sigma_{-1,\omega} = \sigma_{-1,0} \cdot (1-\omega)^{\varsigma}, \tag{15}$$

где:  $\sigma_{-1,\omega}$ - текущее значение предела выносливости;  $\sigma_{-1,0}$ - априорное значение предела

выносливости; ω - мера усталостных повреждений; ζ - постоянная материала.

Выработка ресурса силовых элементов конструкций связана, главным образом, с накоплением необратимых повреждений в их элементах. Эти повреждения могут иметь различную природу и происхождение, однако их можно описать в рамках единого подхода, связывающего скорость накопления повреждений с действующими нагрузками [5].

При больших длительностях разрушение происходит при незначительных пластических деформациях. Металлографические исследования показывают, что разрушению предшествует образование микротрещин перпендикулярно оси действия первого главного напряжения. С течением времени трещины растут и происходит разрыв [5].

Можно предположить, что в поперечном сечении появляются трещины и на единицу площади сечения приходится одна трещина с условной площадью (скалярную меру усталостных повреждений можно рассматривать как площадь развивающейся трещины).

Скорость распространения трещины есть функция среднего напряжения, температуры и структурного состояния материала.

Следовательно, можно записать [5]

$$\frac{d\omega}{dt} = u,\tag{16}$$

где: *и* - скорость роста трещины; *t* - условное время нагружения.

Если трещина имеет удлиненную форму и распространяется в одном направлении, то величина u равна скорости роста фронта трещины с точностью до численного множителя. В случае округлой трещины [5]

$$\frac{d\omega}{dt} = \exp[\ln u + \beta \cdot \ln \omega], (0 \le \beta \le 0, 5),$$
(17)

где `β - постоянная материала.

Относительно функции u можно делать различные предположения, опираясь на теоретические и опытные факты. В случае расчета повреждаемости при длительном усталостном нагружении  $u(\sigma)$  логично представить функцией, зависящей от величины циклических напряжений  $\sigma_V$  с учетом уменьшения действующего сечения элемента за счет роста повреждаемости. В этом случае уравнение (17) запишем в виде [5]

$$\frac{d\omega}{dN} = A \cdot \left[\frac{\sigma}{\sigma_{\rm B} \cdot (1-\omega)}\right]^n,\tag{18}$$

где: *N* - число циклов; *A*, *n* - эмпирические постоянные;  $\sigma_{\rm B}$  - временное сопротивление материала.

Решая уравнение (18) при  $\omega_{(N=0)} = 0$ , получим [5]

$$\omega(N') = 1 - \left(1 - \frac{A}{(n+1) \cdot \sigma_{B}^{n}} \cdot \int_{0}^{N'} [\sigma(N)]^{n} dN\right)^{1/(n+1)}, (0 \le N' \le N)$$
(19)

Зная историю нагружения, можно вычислить повреждаемость в любой момент времени. На стадии проектирования можно принять  $\omega = 1$  [6]; в этом случае параметры уравнения (8) определяются следующим образом

$$n = m, A = n^{-1} \cdot [\sigma_B^n \cdot (n+1)], \qquad (20)$$

где: *М* - котангенс угла наклона левой ветви кривой усталости, описываемой уравнением

$$\sigma^m \cdot N = n$$

Возвратимся теперь к выборочной функции  $\sigma_p$ -процесса: согласно Когаеву В.П. [7], амплитуды  $\sigma_a < k_a \cdot \sigma_{-1,0}$  (по опытным данным можно принять  $k_a = 0, 5$ ) не оказывают влияния на процесс накопления усталостных повреждений.

Учитывая это обстоятельство можно предположить, что вычет предела выносливости  $\Delta \sigma_{-1}^{(k)}$  (ВПВ) (разность, составленная из значения предела выносливости, вычисленного на шаге k и значения предела выносливости, вычисленного на шаге k + 1) связан с энергией выброса  $W_j$  (ЭВ) (энергией напряжений, превышающих текущее значение предела выносливости).

Подставив формулу (19) в соотношение (15) с учетом  $k_a$ , получим (рисунок 12):

$$\sigma_{-1,\omega}(N') = k_a \cdot \sigma_{-1,0} \cdot \left(1 - \frac{A}{(n+1) \cdot \sigma_B^n} \cdot \int_0^{N'} [\sigma(N)]^n dN\right)^{\varsigma/(n+1)}.$$
(21)  

$$\int_{114,9263}^{\sigma_{11}^{(0)}} \int_{114,8643}^{\sigma_{11}^{(0)}} \int_{114,86$$



Тогда предел выносливости будет исчерпываться по правилу (рисунок 13):

$$\Delta \sigma_{-1}^{(k)} = \sigma_{-1}^{(0)} \cdot \prod_{j=1}^{k-1} (<1)_j \cdot [1 - (<1)_k] \wedge \prod_{j=1}^{k-1} (<1)_j \Big|_{k=1} = 1,$$
(22)

$$\sigma_{-1}^{(k)} = \sigma_{-1}^{(0)} \cdot \prod_{j=1}^{k} (<1)_j,$$
(23)

$$(<1)_{k} = \begin{cases} m + 1 \sqrt{\left(1 - \frac{\alpha}{\sigma_{-1,0}^{m} \cdot N_{0}} \cdot \int_{t_{1}}^{t_{2}} \sigma_{x}(t) dt\right)^{\varsigma}}, w \ge w_{th}, \\ \sum_{\sigma_{x}(t) > \sigma_{-1}^{(k-1)}} m + 1 \sqrt{\left(1 - \frac{\alpha}{\sigma_{-1,0}^{m} \cdot N_{0}} \cdot \int_{t_{1}}^{t_{2}} \sigma_{x}(t) dt\right)^{\varsigma}}, w < w_{th}, \end{cases}$$
(24)

где:  $\Delta \sigma_{-1}^{(k)}$  - вычет предела выносливости;

- $\sigma_{-1}^{(k)}$  текущее значение предела выносливости;
- $\sigma_{-1}^{(0)}$  априорное значение предела выносливости,  $\sigma_{-1}^{(0)} = k_a \cdot \sigma_{-1,0}$ ;
- $(< 1)_k$  выражение меньшее единицы;
- $t_1, t_2$  точки пересечения процессом  $\sigma_p$  текущего значения предела выносливости;
- k текущий номер шага; q число шагов;  $\alpha$  параметр;  $w_{th}$  пороговое значение ЭВ.

Таким образом, если текущее значение ЭВ превышает пороговое  $W_{th}$ , то предел выносливости  $\sigma_{-1}^{(k)}$  мгновенно снижается на величину, определяемую по формуле (22), если же условие  $W \ge W_{th}$  не выполняется, то предел выносливости снижается только по окончании выброса (обозначим его через  $W_b$ ), энергия которого превышает пороговую  $W_{th}$  (важно заметить, что учитываются и выбросы предшествующие  $W_b$ ).



## Рисунок 13 – К пояснению правила снижения предела выносливости: `т<sub>j</sub> - относительное время пребывания объекта в *j* -ом состоянии

В итоге получается траектория деградационного процесса  $D(\tau_j)$ , описывающего квазимонотонное ухудшение параметров качества системы в ходе ее эксплуатации (рисунок 14).



## Рисунок 14 – Реализация дискретного процесса исчерпания предела выносливости

Замечание: для того чтобы определить средний ресурс объекта с помощью метода условных функций надежности В.В. Болотина, необходимо знать плотность распределения ординат деградационного (обратного кумулятивного) процесса. К сожалению, даже в случае простого кумулятивного процесса не всегда удается определить плотность распределения, поэтому в настоящей статье предлагается определять ресурс объекта как расстояние от начала координат до точки пересечения деградационного процесса с осью абсцисс. Для сокращения машинного времени можно ограничиться рассмотрением нескольких сотен или тысяч ступеней процесса, а затем с помощью метода Монте-Карло достроить деградационный процесс, т.е. аппроксимировать ступенчатый процесс прямой линией с углом наклона

$$\frac{1}{k} \cdot \operatorname{arctg}\left(\Delta \sigma_{-1}^{(k)} / \tau_{k}\right).$$

Важно обратить внимание на то, что рассматриваемый деградационный процесс (согласно общей классификации) является одномерным сепарабельным стохастически непрерывным случайным процессом с независимыми стационарными приращениями, т.е. ухудшение параметров качества системы описывается не в терминах теории марковских процессов, а в терминах теории случайных процессов с независимыми приращениями, что значительно упрощает идентификацию поврежденного состояния объекта и вычисление среднего ресурса.

Кроме всего прочего, в данном случае отпадает необходимость составлять кинетическое уравнение (в настоящее время не существует четких рекомендаций относительно правой части кинетического уравнения!), стохастическое дифференциальное уравнение Ито, определять коэффициенты сноса, диффузии, решать уравнение Фоккера-Планка-Колмогорова, которое, как известно, имеет относительно простое решение лишь в ряде частных случаев, не представляющих особого интереса для практики.

В завершении необходимо заметить, что предлагаемый метод не требует решения задачи идентификации класса случайного процесса. Здесь требуется разъяснение: решая основную задачу стохастической теории прогнозирования ресурса, приходится накладывать определенные ограничения на класс случайного процесса, так, например, если предполагается, что изучаемый процесс является стационарным в широком смысле, то это значит, что как минимум первые два момента процесса не зависят от временной координаты, а это очевидно ограничение. Далее предполагается, что процесс является нестационарным, скажем аддитивным: и это тоже ограничение, потому что реальные физические процессы, регистрируемые в эксперименте, как правило, допускают представление в виде аддитивно-мультипликативной модели, т.е. в виде процесса с реономными математическим ожиданием и дисперсией.

## Выводы

Предлагаемый метод инвариантен относительно структуры случайного процесса в том смысле, что позволяет обрабатывать как узкополосные, так и широкополосные, как стационарные, так и нестационарные случайные процессы, учитывая особенности их профиля (а значит и порядок приложения нагрузки) и поэтому может быть положен в основу инженерных расчетов на прочность по критерию многоцикловой усталости при воздействии случайных процессов произвольной структуры.

## Литература

- 1. Гусев А.С. Сопротивление усталости и живучесть конструкций при случайных воздействиях. М.: Машиностроение, 1989. 248 с.: ил. (Б-ка расчетчика/ Ред. кол.: Н.Н. Малинин (пред.) и др.).
- 2. Дмитриченко С.С., Борисов Ю.С., Русанов О.А. Накопление повреждений и характеристики сопротивления усталости узлов и деталей мобильных машин// Тракторы и сельскохозяйственные машины. – 2003, №8.
- 3. Ефремов Л.В. Практика инженерного анализа надежности судовой тех-ники. Л.: Судостроение, 1980. — 178 с.
- 4. Пугачев В.С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. М.: Физматгиз, 1960. 883 с.
- 5. Питухин А.В. Вероятностно-статистические методы механики разрушения и теории катастроф в инженерном проектировании. Петрозаводск: изд-во ПетрГу, 1998. - 304 с.
- 6. Сильвестров И.Н. Расчет ресурса и длительной прочности с использованием критерия повреждаемости// Проблемы машиностроения и надежности машин, 2006, №6, С. 116-118.
- 7. Когаев В.П. Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени. М., 1977. 232с.

# Численный анализ возбуждаемых трением релаксационных автоколебаний рулевого электропривода при переменной скорости входного воздействия

к.т.н. Михайлова В.Л. *МГТУ "МАМИ"* (495) 223-05-23, доб. 1318

Аннотация. Излагаются результаты численного моделирования обусловленных трением релаксационных автоколебаний рулевого электропривода при переменной скорости входного воздействия. Обсуждаются эффекты, связанные с влиянием параметров привода на характеристики таких автоколебаний.

<u>Ключевые слова</u>: рулевой электропривод; численное моделирование релаксационных автоколебаний

В работе [1] представлены результаты численного моделирования фрикционных автоколебаний релаксационного типа в следящем (рулевом) электроприводе (с положительной обратной связью по моменту на валу электродвигателя) в случае постоянной скорости входного воздействия. Настоящая статья имеет целью на примере того же привода проанализировать влияние непостоянства скорости входного воздействия на картину подобных автоколебаний.

Рассматриваемый привод, функциональная схема которого представлена на рисунке 1,

должен обеспечивать поворот руля на угол  $\varphi_{c}$  в соответствии с заданной величиной  $\varphi_{B}$  управляющего воздействия.

При подаче на вход сигнала  $\varphi_{\rm B}$  управляемый преобразователь (УП), включающий кор-