

### Выводы

Предлагаемый метод инвариантен относительно структуры случайного процесса в том смысле, что позволяет обрабатывать как узкополосные, так и широкополосные, как стационарные, так и нестационарные случайные процессы, учитывая особенности их профиля (а значит и порядок приложения нагрузки) и поэтому может быть положен в основу инженерных расчетов на прочность по критерию многоциклового усталости при воздействии случайных процессов произвольной структуры.

### Литература

1. Гусев А.С. Сопротивление усталости и живучесть конструкций при случайных воздействиях. – М.: Машиностроение, 1989. – 248 с.: ил. – (Б-ка расчетчика/ Ред. кол.: Н.Н. Малинин (пред.) и др.).
2. Дмитриченко С.С., Борисов Ю.С., Русанов О.А. Накопление повреждений и характеристики сопротивления усталости узлов и деталей мобильных машин// Тракторы и сельскохозяйственные машины. – 2003, №8.
3. Ефремов Л.В. Практика инженерного анализа надежности судовой техники. — Л.: Судостроение, 1980. — 178 с.
4. Пугачев В.С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. М.: Физматгиз, 1960. – 883 с.
5. Питухин А.В. Вероятностно-статистические методы механики разрушения и теории катастроф в инженерном проектировании. Петрозаводск: изд-во ПетрГУ, 1998. - 304 с.
6. Сильвестров И.Н. Расчет ресурса и длительной прочности с использованием критерия повреждаемости// Проблемы машиностроения и надежности машин, 2006, №6, С. 116-118.
7. Когаев В.П. Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени. М., 1977. 232с.

### **Численный анализ возбуждаемых трением релаксационных автоколебаний рулевого электропривода при переменной скорости входного воздействия**

к.т.н. Михайлова В.Л.  
МГТУ «МАМИ»  
(495) 223-05-23, доб. 1318

*Аннотация.* Излагаются результаты численного моделирования обусловленных трением релаксационных автоколебаний рулевого электропривода при переменной скорости входного воздействия. Обсуждаются эффекты, связанные с влиянием параметров привода на характеристики таких автоколебаний.

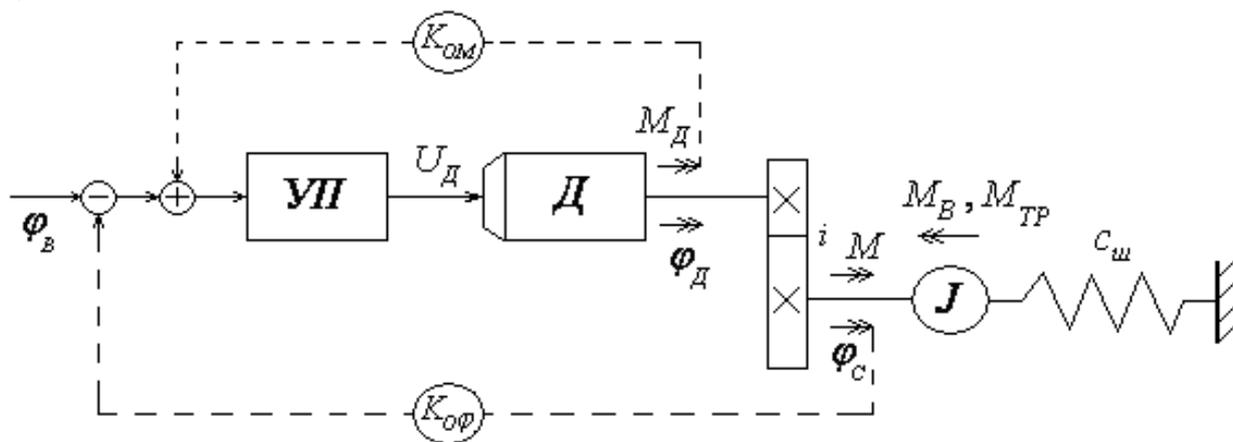
*Ключевые слова:* рулевой электропривод; численное моделирование релаксационных автоколебаний

В работе [1] представлены результаты численного моделирования фрикционных автоколебаний релаксационного типа в следящем (рулевом) электроприводе (с положительной обратной связью по моменту на валу электродвигателя) в случае постоянной скорости входного воздействия. Настоящая статья имеет целью на примере того же привода проанализировать влияние непостоянства скорости входного воздействия на картину подобных автоколебаний.

Рассматриваемый привод, функциональная схема которого представлена на рисунке 1, должен обеспечивать поворот руля на угол  $\varphi_c$  в соответствии с заданной величиной  $\varphi_B$  управляющего воздействия.

При подаче на вход сигнала  $\varphi_B$  управляемый преобразователь (УП), включающий кор-

ректирующее устройство, вырабатывает соответствующее напряжение  $U_d$ , прикладываемое к якорной цепи двигателя постоянного тока (Д) с независимым возбуждением. Развиваемый при этом на валу двигателя момент  $M_d$  трансформируется посредством редуктора (с передаточным числом  $i$ ) в момент  $M = iM_d$ , действующий на выходном валу привода. Происходящий при этом поворот вала двигателя на угол  $\varphi_d$  вызывает поворот выходного вала привода (и соответственно руля) на угол  $\varphi_c = \varphi_d / i$ . При реализации указанного поворота момент  $M$  должен преодолевать сопротивление инерционных факторов (характеризуемых моментами инерции  $J$  руля и  $J_d$  вала двигателя), сопротивление со стороны сил вязкости и трения (характеризуемых моментами  $M_B$  и  $M_{TP}$ ), а также сопротивление со стороны сил, характеризуемых шарнирным моментом  $M_{ш}$ , пропорциональным углу поворота  $\varphi_c$  руля. Вместо момента  $M_{ш}$  на рисунке 1 указана эквивалентная упругая связь с жесткостью (коэффициентом шарнирного момента)  $c_{ш}$ . Отрицательная обратная связь (с коэффициентом  $K_{о\varphi} = 1$ ) призвана обеспечивать баланс входного и выходного сигналов в соответствии с требуемым значением угла поворота руля. Предусмотрена также положительная обратная связь (с коэффициентом  $K_{ом}$ ) по моменту  $M_d$  на валу двигателя (или по току  $i_a$  в его якорной цепи).



**Рисунок 1 – Функциональная схема рулевого электропривода**

Формулировка задачи о поведении рассматриваемого привода включает следующие уравнения:

- уравнение, описывающее связь функциональных параметров на входе и выходе блока “УП”

$$K_y(Tp + 1)^2(\varphi_B - K_{о\varphi}\varphi_c + K_{ом}M_d) = (T_1p + 1)^2U_d, \quad (1)$$

где:  $K_y$  – коэффициент усиления,  $T$  и  $T_1$  – постоянные времени корректирующего устройства,  $P$  – оператор дифференцирования по времени такой, что

$$p^k = \frac{d^k}{dt^k}; \quad (2)$$

- уравнение механической характеристики двигателя [2]

$$M_d = \frac{c_m}{R_j} U_d - \frac{c_e c_m i}{R_j} p \varphi_c - T_j p M_d \quad (3)$$

где:  $c_e$  – коэффициент противо-ЭДС двигателя,  $c_m$  – коэффициент момента двигателя (такой, что  $M_d = c_m i_j$ ),  $R_j$  и  $T_j$  – сопротивление и электромагнитная постоянная времени якорной цепи двигателя;

- уравнение движения механической части привода под действием вращающего момента  $M = i M_j$ , шарнирного момента  $M_{ш} = c_{ш} \varphi_c$ , моментов вязкого сопротивления  $M_B = k_B p \varphi_c$  и трения  $M_{тр}$

$$\tilde{J} p^2 \varphi_c = i M_d - c_{ш} \varphi_c - k_B p \varphi_c - M_{тр}, \quad (4)$$

где:  $k_B$  – коэффициент вязкости,  $\tilde{J} = i^2 J_d + J$  – приведенный момент инерции механической части привода.

Вводя для угла поворота руля привода  $\varphi_c$ , момента на валу двигателя  $M_d$ , напряжения питания  $U_d$ , а также их первых производных по времени обозначения

$$y_1 = \varphi_c, y_2 = d\varphi_c / dt, y_3 = M_d, y_4 = dM_d / dt, y_5 = U_d, y_6 = dU_d / dt, \quad (5)$$

приведем систему уравнений (1), (3), (4), описывающих поведение рассматриваемого привода, к системе из шести дифференциальных уравнений первого порядка вида

$$\begin{aligned} \frac{dy_1}{dt} &= y_2, \\ \tilde{J} \frac{dy_2}{dt} &= i y_3 - c_{ш} y_1 - k_B y_2 - M_{тр}(y_2), \\ \frac{dy_3}{dt} &= y_4, \\ i f \frac{dy_2}{dt} + T_j \frac{dy_4}{dt} &= c_{mR} y_6 - y_4, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\frac{dy_5}{dt} = y_6,$$

$$\begin{aligned} K_y K_{o\varphi} T^2 \frac{dy_2}{dt} - K_y K_{om} T^2 \frac{dy_4}{dt} + T_1^2 \frac{dy_6}{dt} &= P(t) - K_y K_{o\varphi} (2T y_2 + y_1) + \\ &+ K_y K_{om} (2T y_4 + y_3) - 2T_1 y_6 - y_5, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} c_{mR} &= c_m / R_j, \quad f = c_e c_m / R_j, \\ P &= K_y (T^2 d^2 \varphi_B / dt^2 + 2T d\varphi_B / dt + \varphi_B). \end{aligned} \quad (7)$$

Первое, третье и пятое уравнения системы (6) соответствуют обозначениям (5). Второе уравнение соответствует уравнению движения (4). При этом запись  $M_{тр}(y_2)$  указывает на зависимость момента  $M_{тр}$  от скорости вращения выходного вала привода  $y_2$ . Четвертое уравнение соответствует продифференцированной по времени механической характеристике

двигателя в форме (3). Используемый при записи этого уравнения параметр  $f$  представляет собой модуль статической жесткости двигателя и характеризует его собственную демпфирующую способность. Шестое уравнение системы (6) соответствует уравнению (1). Входящий в это уравнение параметр  $P$  характеризует управляющее воздействие. Выражение для зависимости  $P(t)$  может быть получено на основе равенства (7) с использованием заданного закона изменения входного сигнала от времени  $\varphi_B = \varphi_B(t)$ .

Решение системы (6) строим исходя из нулевых начальных условий, с применением вычислительной процедуры [1], основанной на неявной схеме Эйлера в сочетании с линеаризующим итерационным процессом по схеме “переменной вязкости” для зависимости  $M_{тр}(y_2)$ .

Используемая модель трения предполагает скачкообразное изменение момента трения  $M_{тр}$  при переходе от покоя к скольжению. При этом момент трения покоя  $M_{тп}$  превышает момент трения скольжения  $M_{т}$  так, что

$$M_{тп} = (1 + f_{т1})M_{т}, \quad (8)$$

где параметр  $f_{т1}$  характеризует степень такого превышения.

Характеристики рассматриваемого привода имеют следующие значения:

$$c_e = 1,29 \text{ В} \cdot \text{с}, \quad c_m = 1,3 \text{ Н} \cdot \text{м/А}, \quad R_{я} = 4,5 \text{ Ом}, \quad T_{я} = 0,025 \text{ с},$$

$$J_d = 0,00239 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad i = 6, \quad J = 0,032 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad c_{ш} = 800 \text{ Н} \cdot \text{м}, \quad k_B = 0,9 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}.$$

$$T = 0,005 \text{ с}, \quad T_1 = 0,0002 \text{ с},$$

Для параметров  $K_y$ ,  $K_{ом}$  рассматриваем следующие варианты значений:

$$K_y = 1,11 \cdot 10^5, \quad K_{ом} = 6,25 \cdot 10^{-6} \text{ В/Н} \cdot \text{м} \quad (9)$$

и

$$K_y = 3,7 \cdot 10^4, \quad K_{ом} = 0. \quad (10)$$

Исходим также из того, что характеристики трения  $M_{т}$  и  $f_{т1}$  у данного привода не превышают  $15 \text{ Н} \cdot \text{м}$  и  $0,15$  соответственно.

В работе [1] исследования были выполнены для закона управления  $\varphi_B = \varphi_B(t)$ , заданного в виде кусочно-линейной периодической зависимости

$$\varphi_B = \frac{4 A_B}{T_B} \left[ \frac{T_B}{4} - \int_0^t \text{sign}(\sin \omega t) dt \right], \quad (11)$$

где  $\omega$  - частота,  $T_B = 2\pi / \omega$  - период изменения, а  $A_B$  - амплитуда входного воздействия.

Закон управления в виде (11) был призван обеспечить постоянство скорости входного воздействия  $|\dot{\varphi}_B|$ . Поскольку при этом для частоты  $\omega$  входного воздействия было принято значение  $\omega = \pi / 2 [\text{с}^{-1}]$ , для упомянутой скорости входного воздействия имело место  $|\dot{\varphi}_B| = A_B [\text{с}^{-1}]$ . В процессе исследований, варьируя величину  $A_B$ , фиксировали критическое значение скорости  $|\dot{\varphi}_B|^*$  входного воздействия, при котором в системе привода устанавливались релаксационные автоколебания.

Чтобы оценить влияние непостоянства скорости входного воздействия на картину автоколебаний рассматриваемого привода, зададим закон управления в виде:

$$\varphi_B = A_B \sin \omega t \quad (12)$$

Зависимость (12) представляет собой гармонический аналог кусочно-линейного периодического закона (11), обеспечивающего постоянство скорости входного воздействия. Подстановка (12) в (7) дает для зависимости  $P = P(t)$  выражение вида:

$$P = K_y A_B \left[ (1 - \omega^2 T^2) \sin \omega t + 2\omega T \cos \omega t \right] \quad (13)$$

Полагая, как об этом сказано выше,  $\omega = \pi / 2$  [с<sup>-1</sup>], приходим к ситуации, когда полупериод изменения входного воздействия имеет продолжительность 2с и, как следствие, для

средней (на полупериоде) скорости входного воздействия  $\left| \tilde{\varphi}_B \right| = \left| \Delta \varphi_B \right| / \left| \Delta t \right|$  имеет место  $\left| \tilde{\varphi}_B \right| = A_B$  [с<sup>-1</sup>]

Эффект непостоянства скорости входного воздействия проявляется прежде всего в неоднородности картины устанавливающихся релаксационных автоколебаний. Так, при уменьшении амплитуды  $A_B$  (и соответственно средней скорости  $\left| \tilde{\varphi}_B \right|$ ) до некоторого (критического) значения  $A_B^*$  (и  $\left| \tilde{\varphi}_B \right|^*$ , соответственно), при котором впервые фиксируется режим релаксационных автоколебаний, указанные колебания имеют место лишь на части полупериода входного воздействия. На остальной части полупериода колебания гасятся (вследствие демпфирующих свойств рассматриваемой приводной системы). Подобную ситуацию иллюстрирует рисунок 2, где представлена зависимость  $\varphi_c(t)$ , относящаяся к случаю

$A_B = 4,7 \cdot 10^{-4}$  (и, соответственно,  $\left| \tilde{\varphi}_B \right| = 4,7 \cdot 10^{-4}$  с<sup>-1</sup>) при задании параметров  $K_y$ ,  $K_{ом}$  привода в виде (9) и параметров трения в виде  $M_\tau = 15$  Н·м,  $f_{\tau 1} = 0,15$ .

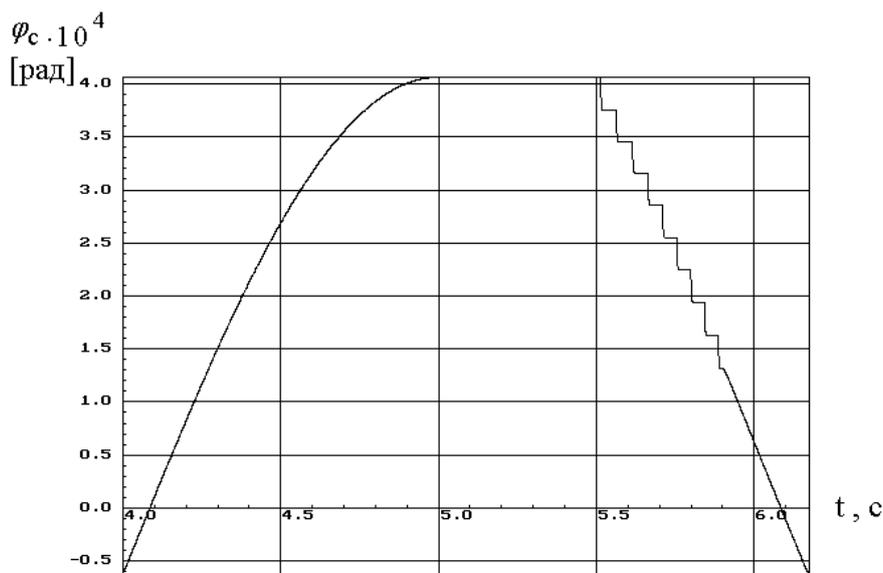
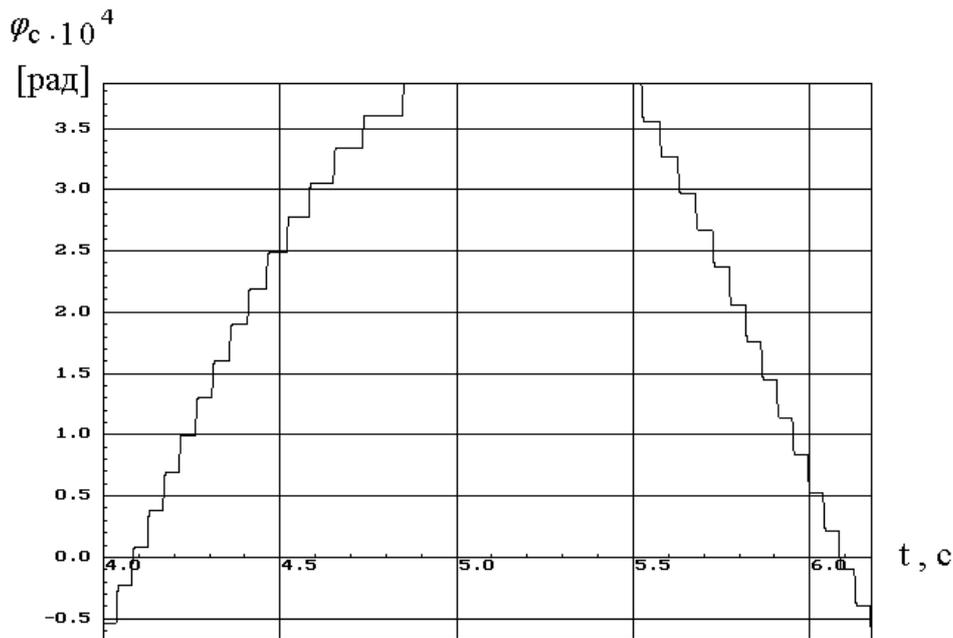


Рисунок 2 – Форма релаксационных автоколебаний привода при  $\left| \tilde{\varphi}_B \right| = 4,7 \cdot 10^{-4}$  с<sup>-1</sup>

При дальнейшем уменьшении  $A_B$  получаем критическое значение  $A_B^{**}$  (и, соответственно,  $|\tilde{\varphi}_B|^{**}$ ), при котором релаксационные автоколебания устанавливаются на всем полупериоде изменения входного воздействия. В частности, при задании параметров  $K_y, K_{ом}$  привода в виде (9) и параметров трения в виде  $M_T = 15 \text{ Н} \cdot \text{м}, f_{T1} = 0,15$  подобные автоколебания были зафиксированы при  $A_B^{**} = 4,5 \cdot 10^{-4}$  (и, соответственно,  $|\tilde{\varphi}_B|^{**} = 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$ ). Относящиеся к этому случаю результаты численного моделирования в виде графика зависимости  $\varphi_c(t)$  представлены на рис. 3.



**Рисунок 3 – Форма релаксационных автоколебаний привода при  $|\tilde{\varphi}_B| = 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$**

Аналогичные исследования проводились и для варианта (10) задания параметров  $K_y, K_{ом}$  привода. В процессе исследований варьировались значения характеристик трения  $M_T$  и  $f_{T1}$ . Полученные при этом результаты для критических значений средней скорости входного воздействия  $|\tilde{\varphi}_B|^*$  и  $|\tilde{\varphi}_B|^{**}$  представлены в таблицах 1 и 2. Данные этих таблиц обнаруживают эффект существенного сужения (вплоть до исчезновения) диапазона значений  $|\tilde{\varphi}_B|$ , соответствующих ситуации, когда релаксационные автоколебания устанавливаются лишь на части полупериода изменения входного воздействия.

Такой эффект проявляется в случае уменьшения значений характеристик трения  $M_T$  и  $f_{T1}$ , а также в случае усиления демпфирующих свойств привода (при переходе от варианта (10) значений параметров  $K_y, K_{ом}$  к варианту (9)).

**Критические значения средней скорости входного воздействия при**

$$K_y = 1,11 \cdot 10^5, K_{ом} = 6,25 \cdot 10^{-6} \text{ В/Н} \cdot \text{м}$$

| $M_T$ [ Н·м ]                       | 15                  |                     |                     | 10                  |                     |                     |
|-------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| $f_{т1}$                            | 0,15                | 0,1                 | 0,05                | 0,15                | 0,1                 | 0,05                |
| $ \tilde{\varphi}_B ^* [c^{-1}]$    | $5,1 \cdot 10^{-4}$ | -                   | -                   | $3,5 \cdot 10^{-4}$ | -                   | -                   |
| $ \tilde{\varphi}_B ^{**} [c^{-1}]$ | $4,5 \cdot 10^{-4}$ | $2,8 \cdot 10^{-4}$ | $1,2 \cdot 10^{-4}$ | $3 \cdot 10^{-4}$   | $1,8 \cdot 10^{-4}$ | $0,8 \cdot 10^{-4}$ |

**Критические значения средней скорости входного воздействия при  $K_y = 3,7 \cdot 10^4, K_{ом} = 0$ .**

| $M_T$ [ Н·м ]                       | 15                  |                     |           | 10                  |                     |                     |
|-------------------------------------|---------------------|---------------------|-----------|---------------------|---------------------|---------------------|
| $f_{т1}$                            | 0,15                | 0,1                 | 0,05      | 0,15                | 0,1                 | 0,05                |
| $ \tilde{\varphi}_B ^* [c^{-1}]$    | $6,3 \cdot 10^{-3}$ | $3,1 \cdot 10^{-3}$ | -         | $4,2 \cdot 10^{-3}$ | $2 \cdot 10^{-3}$   | -                   |
| $ \tilde{\varphi}_B ^{**} [c^{-1}]$ | $3,5 \cdot 10^{-3}$ | $2,3 \cdot 10^{-3}$ | $10^{-3}$ | $2,3 \cdot 10^{-3}$ | $1,5 \cdot 10^{-3}$ | $6,7 \cdot 10^{-4}$ |

Сравнивая данные таблицы 2 с соответствующими результатами работы [1] (при  $K_y = 3,7 \cdot 10^4, K_{ом} = 0$ , что соответствует пониженной демпфирующей способности привода), отметим, что в случае переменной скорости входного воздействия автоколебания ус-

танавливаются при скоростях  $|\tilde{\varphi}_B|^*$ , которые могут почти на 50% (при  $f_{т1}=0,15$ ) превышать соответствующие критические значения, полученные в предположении постоянной скорости входного воздействия. В то же время при  $K_y = 1,11 \cdot 10^5, K_{ом} = 6,25 \cdot 10^{-6} \text{ В/Н} \cdot \text{м}$  (при усилении демпфирующей способности привода), как видно из сравнения данных таблицы 1 и соответствующих результатов работы [1], автоколебания в условиях переменной скорости входного воздействия реализуются при меньших (примерно на 7–10%) значениях  $|\tilde{\varphi}_B|^*$  (при  $f_{т1}=0,15$ ), чем это имело место в случае постоянной скорости входного воздействия.

Анализ данных каждой из обсуждаемых таблиц позволяет отметить практическую линейность зависимостей критических значений средней скорости  $|\tilde{\varphi}_B|^*$  и  $|\tilde{\varphi}_B|^{**}$  входного воздействия от характеристик трения. Подобный эффект наблюдался и в случае постоянной скорости входного воздействия.

Сравнивая данные по критическому значению средней скорости входного воздействия

$|\tilde{\varphi}_B|^{**}$  в таблицах 1 и 2, можно отметить восьмикратное уменьшение, а по критическому значению  $|\tilde{\varphi}_B|^*$  (при  $f_{T1}=0,15$ ) двенадцатикратное уменьшение соответствующих показателей при переходе от таблицы 2 к таблице 1. Таким образом, и в случае переменной скорости входного воздействия проявляется эффект многократного усиления сопротивления рассматриваемого привода возникновению релаксационных автоколебаний в нем при переходе от варианта (10) к варианту (9) задания параметров  $K_y, K_{om}$  привода.

#### Выводы

1. Представлены результаты численного моделирования обусловленных трением релаксационных автоколебаний рулевого электропривода (с положительной обратной связью по моменту на валу электродвигателя) при переменной скорости входного воздействия.
2. Дан анализ влияния настроечных параметров привода и характеристик трения на критическое значение скорости входного воздействия, обеспечивающее установление релаксационных автоколебаний в системе привода.

#### Литература

1. Сухомлинов Г.Л., Михайлова В.Л. Численное моделирование фрикционных автоколебаний релаксационного типа в следящем электроприводе // Известия вузов. Машиностроение. - 2004. - № 6. - с. 20-28.
2. Теория автоматизированного электропривода / М.Г. Чиликин, В.И. Ключев, А.С. Сандлер. - М.: Энергия, 1979. - 616 с.

### **Изучение свойств $TiO_2$ в контексте решения научно-практических проблем промышленного производства**

Русакова С.М., д.х.н. проф. Горичев И.Г., к.х.н. доц. Артамонова И.В., к.х.н. Забенькина Е.О.,  
к.х.н. Агеева Ю.С.

*Московский государственный технический университет «МАМИ»  
8 (495) 674-20-29, 8-926-664-30-40, dolgaleva\_inna@mail.ru*

*Аннотация.* Предложены результаты исследования зависимости адсорбции различных ионов на поверхности диоксида титана от pH среды и уравнения, описывающие эту зависимость. Предложено описывать адсорбционные зависимости с позиций кислотно-основных равновесий, возникающих на межфазной границе оксид/раствор электролита. Установлено, что величина адсорбции ионов зависит от pH. Предложены оптимальные значения pH для адсорбции ионов на поверхности диоксида титана.

*Ключевые слова:* диоксид титана, адсорбция, кислотно-основная модель, константы кислотно-основных равновесий, адсорбция ионов бария, адсорбция ионов кальция, адсорбция ионов водорода, адсорбция ЭДТА.

Интерес к диоксиду титана связан с его уникальными физическими и химическими свойствами, одними из которых являются такие, как смачиваемость, оптические свойства, биологическая совместимость. Не меньший интерес с точки зрения практического применения оксида титана являются его сенсорные и каталитические свойства. На сегодняшний день показано, что на поверхности  $TiO_2$  могут быть окислены до  $CO_2$  и  $H_2O$  практически любые органические соединения. Следовательно, создание на основе диоксида титана фотокатализаторов для очистки воды, воздуха или защищаемой поверхности от токсичных веществ является важной прикладной задачей. Фотокатализаторы на основе оксида титана также могут применяться для создания самоочищающихся покрытий, что представляет огромный интерес