

### Литература

1. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. М., 1966г., с. 535-541
2. Е.А. Никулин. "Основы теории автоматического управления". С.П., 2004г., с. 331
3. Сборник задач по теории автоматического управления и регулирования. М., 1978г., с.107

### **Методика построения системы управления технологическим процессом биологической очистки сточных вод на основе гибридных нейронных сетей**

к.т.н. доц. Мурачев Е. Г., доц. Холодов Г.М., Солопова О.И.  
МГТУ «МАМИ»

Управление технологическими процессами очистки сточных вод приходится осуществлять в условиях информационной неопределенности, связанной со сложностью протекания биохимического процесса очистки сточных вод. При данных обстоятельствах применение традиционных методов управления не является достаточно эффективным.

Поэтому для управления указанными процессами предлагается использовать методы интеллектуального и нечеткого управления, доказавшие на практике свою высокую эффективность при наличии весьма ограниченной или неопределенной информации об управляемых процессах.

Нечеткое моделирование оказывается особенно полезным, когда в описании систем управления присутствует неопределенность, которая затрудняет или даже исключает применение точных количественных методов и подходов [1].

В области управления проектами нечеткое моделирование позволяет получить более адекватные результаты по сравнению с результатами, которые основываются на использова-

нии традиционных аналитических моделей и алгоритмов управления.

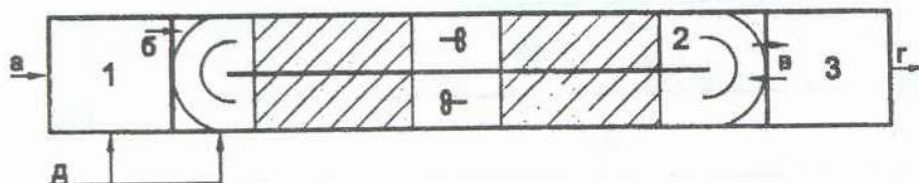
Использование нечетких моделей в управлении проектами имеет ряд преимуществ:

- уменьшение объема вычислений;
- возможность быстрой разработки технического устройства с последующим усложнением его функциональности;
- нечеткая модель более проста для понимания, чем аналогичная математическая модель на основе дифференциальных или разностных уравнений;
- более простая реализация по сравнению с классическими алгоритмами управления проектами[2].

В основу методики построения системы управления технологическим процессом биологической очистки сточных вод входит анализ самого процесса биологической очистки сточных вод.

В классической схеме реализации биологической очистки сточных вод в аэротенках, процесс очистки осуществляется в проточном режиме и включает аэрационные и отстойные сооружения, оборудование и коммуникации для подачи и распределения сточных вод по аэротенкам, сбора и подачи иловой смеси на илоотделение, отведения очищенной воды, обеспечения возврата в аэротенки циркуляционного активного ила и удаления избыточного ила, подачи и распределения воздуха в аэротенках.

Аэротенк представляет собой прямоугольный резервуар (рис. 1), разделенный продольными перегородками на отдельные коридоры, по которым иловая смесь протекает от входа в аэротенк к выходу из него при постоянном перемешивании и обогащении кислородом воздуха.



**Рис. 1. Схема реализации биологической очистки сточных вод:**

**1 - первичный отстойник; 2 – биореактор; 3 – вторичный отстойник; а – поступающая сточная вода; б – осветленная сточная вода; в – возвратный ил; г – очищенная сточная вода; д – реагент (FeCl<sub>3</sub>); затрихованная часть – зона переменной аэрации**

Основными критериями, определяющими выбор технологического режима биологической очистки сточных вод является:

- концентрация растворенного кислорода в аэротенках.
- доза ила в аэротенках,
- иловый индекс,
- гидробиологическое состояние ила.

Основными факторами, влияющими на процесс очистки, являются:

- нагрузка на аэротенок по органическим веществам,
- процент рециркуляции активного ила,
- процент регенерации активного ила.

Нагрузка на аэротенок по органическим веществам обусловлена укладом жизни города. Концентрацию активного ила, поддерживаемую в эксплуатационном режиме аэрационного сооружения, называют «дозой активного ила»  $a_j$ . Таким образом, среднюю нагрузку на активный ил по загрязнителям, выраженным через БПК, можно представить как:

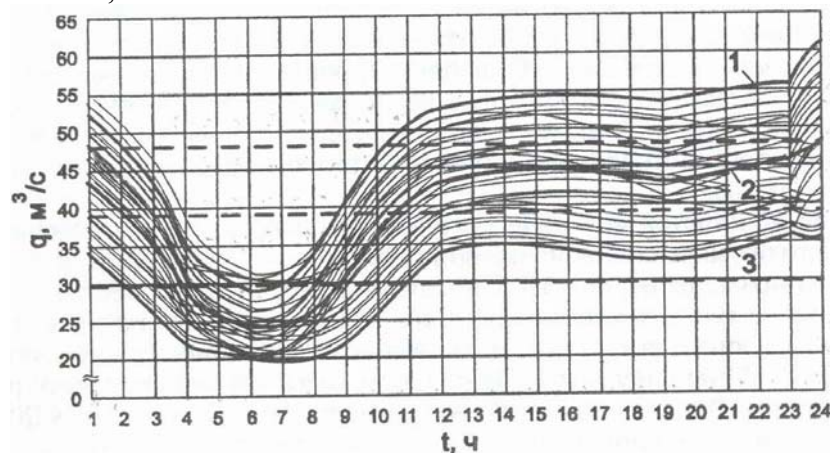
$$q_j = L_{en} / a_j (1 - s) t_{at}, \quad (1)$$

где  $L_{en}$  – БПК поступающей в аэрационный бассейн сточной жидкости, мг/л или г/м<sup>3</sup>;

$s$  – зольность ила, доли единицы;

$a_j$  – доза ила, выражаемая в г/л, если БПК выражена в мг/л, и в г/м<sup>3</sup>, если БПК выражена в г/м<sup>3</sup>;

$t_{at}$  – длительность пребывания жидкости (т.е. находящихся в ней загрязнений) в аэрационном бассейне, ч.



**Рис. 2. Режим притока (поступления) сточных вод на очистные сооружения как характерное многообразие «режима нагрузки»:**

**1, 2, 3 – расчетные величины: максимум, среднее значение, минимум**

Удельная скорость окисления загрязнений – это то количество загрязнений, которое может быть снято 1 г беззольного вещества сухого ила в 1 ч в заданных условиях реализации процесса биохимической очистки. Значение этого параметра устанавливается экспериментальным путем. Средняя нагрузка на ил и удельная скорость окисления связаны между собой так, что для конкретных заданных условий технологической реализации процесса наибольшая скорость окисления загрязнений при обеспечении требуемой глубины их изъятия достигается лишь при определенных нагрузках загрязнений на ил. Это означает, что если нагрузка на ил велика, то активный ил с ней не справится и требуемое качество очистки не будет обеспечено. Если же нагрузка на ил будет мала, то активный ил будет испытывать недостаток питания и, следовательно, «не дорабатывать», а в определенных границах недогрузки будет иметь место самоокисление активного ила и падение рабочей дозы ила в аэротенке.

Из формулы видно, что и средняя нагрузка на ил и удельная скорость окисления могут поддерживаться на определенном уровне при соблюдении постоянства произведения  $a_j t_{at}$ , т.е. дозы ила на длительность его воздействия на загрязнения. Однако доза ила в аэрационном сооружении не может назначаться произвольно, и, следовательно, справедливость этого выражения носит весьма ограниченный характер. Как живая биологическая система, активный ил требует определенного объема, что становится очевидным, если ил оставить в покое и дать ему возможность осаждения. В зависимости от таких факторов, как характер загрязнений, нагрузка на ил, доза ила, длительность отстаивания и пр., занимаемой илом объем изменяется в довольно широких пределах. Для возможности сравнения значений этого показателя, полученных экспериментально, исследуются пробы воды, взятые из аэротенка. Если попытаться установить произвольно высокую концентрацию ила в аэрационном сооружении, то при переходе иловой смеси в сооружение для отделения ила путем его осаждения последний будет постепенно выноситься вместе с очищенной водой и в аэрационном сооружении установится концентрация активного ила, соответствующая иловому индексу для данных условий, в лаборатории, в различных технологических условиях, вводится стандартизированное понятие илового индекса  $I_i$ , представляющего собой объем, мл, приходящийся на 1 г

сухого вещества активного ила после 30-минутного отстаивания иловой смеси.

Следовательно, дозу ила следует рассматривать как оптимальную концентрацию активного ила в аэрационном сооружении, складывающуюся под воздействием различных факторов, характеризующих тот или иной технологический режим работы аэрационных сооружений, сооружений илоотделения и пр. В этой связи уместно говорить лишь о некоторых средних значениях дозы ила в аэрационных сооружениях, отметив, что она может колебаться в довольно больших пределах, что является неопределенностью для системы управления технологическим процессом:

- 3 — 5 г/л — при продленной аэрации;
- 3 — 4 г/л — при низких нагрузках на ил ;
- 2,5 — 3,5 г/л — при средних;
- 2 — 3 г/л — при высоких нагрузках.

Экспериментально установлено, что в массу прироста ила включается около 25 — 30% снимаемой в сооружении БПКполн и около 75 — 80% поступивших в него взвешенных веществ. Но в связи с тем, что в аэротенке может поддерживаться лишь определенная для данных условий концентрация ила, приростная масса ила должна быть своевременно удалена из системы биологической очистки.

Поступление и удаление активного ила обеспечивают асинхронные насосы, регулирование которыми осуществляется в соответствии с вышеприведенными показателями.

Работа аэрационных сооружений оценивается такими энергетическими показателями, как расход электроэнергии на снятие единицы массы загрязнения, например кВт ч на 1 кг БПКполн (или ХПК), или расходом воздуха на очистку 1 м<sup>3</sup> сточной воды. Однако следует иметь в виду, что эти показатели зависят от эффективности подачи в аэротенк и распределения в нем воздуха (или кислорода), перемешивания всего содержимого бассейна и пр., что, строго говоря, не относится к биохимическим аспектам процесса очистки сточных вод в аэрационных.

Поступление кислорода в аэротенок обеспечивают турбовоздуходувные агрегаты с синхронными электродвигателями, а его регулирование осуществляется посредством их включения и отключения.

Расчет системы аэрации предусматривает определение необходимого количества воздуха (кислорода), расчетных параметров его подачи в аэротенки (расход и давление), числа воздухораспределительных устройств — аэраторов для обеспечения заданного кислородного режима и гидродинамических условий в аэротенке.

Для определения необходимого количества воздуха для подачи в аэротенки производится расчет удельного расхода воздуха  $q_{air}$  на 1 м<sup>3</sup> очищаемой воды, м<sup>3</sup>/м<sup>3</sup>, т.е.

$$q_{air} = q_0(L_{en} - L_{ex}) / K_1 K_2 K_t K_3 (C_a - C_T), \quad (2)$$

где:  $q_0$  — удельный расход кислорода, мг на 1 мг снятой БПКполн, принимаемый при очистке до БПКполн = 15 — 20 мг/л равным 1,1, а до БПКполн > 20 мг/л — 0,9;

$K_1$  — коэффициент, учитывающий тип аэратора, т.е. размер пузырьков воздуха, образующихся при выходе из аэратора. Для среднепузырчатой и низконапорной аэрации  $K_1 = 0,75$ .

$K_2$  — коэффициент, зависящий от глубины погружения аэратора,  $h_a$ : чем глубже погружен аэратор, тем дальше пузырек воздуха будет находиться в воде и тем большее количество кислорода успеет перейти из него в окружающую жидкость за время его подъема к поверхности и выхода из жидкости. Значение коэффициента  $K_2$  возрастает с 0,4 при  $h_a = 0,5$  м до 3,3 при  $h_a = 6$  м, что также является неопределенностью из-за различного уровня жидкости в разное время суток.

$K_t$  — коэффициент, учитывающий температуру сточных вод и принимаемый равным 1 при  $t_w = 20^\circ\text{C}$ . Для температуры воды, отличной от  $20^\circ\text{C}$ ,

$$K_t = 1 + 0,02(t_w - 20), \quad (3)$$

здесь  $t_w$  — среднемесячная температура воды за летний период, °С);

$K_3$  — коэффициент качества воды, принимаемый для городских сточных вод 0,85; для других видов сточных вод определяется экспериментальным путем. При наличии в сточных водах СПАВ коэффициент  $K_3$  в значительной степени зависит от отношения суммарной площади аэраторов  $f_{ar}$  к площади днища аэротенков  $f_{at}$  и изменяется от 0,59 при  $f_{ar}/f_{at} = 0,05$  до 0,99 при  $f_{ar}/f_{at} = 1$ ;

$C_a$  — растворимость кислорода воздуха в воде, мг/л, определяемая как

$$C_a = (1 + h_a / 20,6)C_T, \quad (4)$$

здесь  $C_T$  — растворимость кислорода в воде в зависимости от температуры  $T$  и атмосферного давления.

Таблица 1:

T	10	15	20	25	30
$C_T$	11,3	10	9	8,2	7,4

$C_0$  — средняя концентрация растворенного кислорода в иловой смеси в аэротенке, мг/л; может приниматься от 0,5 в головной части аэротенка до 2 мг/л в хвостовой части.

Определив удельный расход воздуха,  $m^3$  на  $1 m^3$  очищаемой жидкости, определяют общую потребность воздуха,  $m^3/ч$  как

$$Q_{air} = q_{air}q_w. \quad (5)$$

По пропускной способности аэратора (например, фильтросная пластина размером  $0,3 \times 0,3 m^2$  в плане пропускает  $6 m^3$  воздуха в 1 ч) определяется число пневматических аэраторов, а следовательно, и площадь аэраторов  $f_{ar}$ .

$$f_{ar} = 2n_a f_{ap}, \quad (6)$$

где  $n_a$  — число аэраторов;

$f_{ap}$  — площадь одного аэратора ( $f_{ap}$  — площадь фильтросной пластины =  $0,09 m^2$ ).

В площадь аэраторов включаются и просветы между аэраторами, если они не превышают площади аэратора [поэтому в формулу вводится коэффициент 2].

По полученному значению  $f_{ar}$  определяется отношение  $f_{ar}/f_{at}$  и уточняется значение всех коэффициентов, входящих в формулу определения удельного расхода воздуха (и зависящих от этого отношения), а также уточняется удельный расход воздуха. Если принятая в первом приближении величина  $f_{ar}/f_{at}$  совпадает с расчетной, то определяется интенсивность аэрации, под которой понимается количество воздуха, подаваемое на  $1 m^2$  площади аэротенка в 1 ч:

$$J_a = q_{air}H_{at}/t_{at}, \quad (7)$$

где  $H_{at}$  — глубина аэротенка.

Интенсивность аэрации не должна быть ниже определенного предела с тем, чтобы обеспечивать надлежащее перемешивание содержимого аэротенка независимо от потребности ила в кислороде. Минимальная интенсивность лежит в пределах  $48 m^3/(m^2ч)$  при глубине погружения аэратора  $h_a = 0,5 m$  и  $2,5 m^3/(m^2ч)$  при  $h_a = 6 m$ . С другой стороны, интенсивность аэрации не должна превышать определенных значений, так как из-за повышенного содержания воздуха в жидкости фактическая эффективность аэрации понизится по сравнению с расчетными ее значениями. Максимальные значения интенсивности зависят от отношения  $f_{ar}/f_{at}$  и изменяются от  $5 m^3/(m^2ч)$  при  $f_{ar}/f_{at} = 0,05$  до  $100 m^3/(m^2ч)$  при  $f_{ar}/f_{at} = 1$ .

В качестве контрольно измерительных приборов в данном процессе используются датчики кислородомеры, уровнемеры, мутномеры. Состояние активного ила оценивается в лаборатории по специально отобраным пробам несколько раз в день квалифицированными специалистами. На основании всех указанных выше параметров технологами предприятия

делается вывод о правильности протекания технологического процесса и его корректировке.

Исходя из этого можно сделать вывод о высокой сложности разработки автоматизированной системы управления данным технологическим процессом, поскольку наблюдаются проблемы в получении полного определения и описания технологических режимов, неоднозначность, выраженная на профессиональном языке технологов и других специалистов, физическая неопределенность, множественность отношений между элементами задачи.

Таким образом, для поддержания заданного эксплуатационного режима автоматизированная система управления должна иметь в своем составе достаточно сложный механизм принятия решения, что делается возможным только с использованием стратегического подхода к преодолению локальных неопределенностей в задаче управления, который всегда классифицировался в качестве основного критерия уровня интеллектуального развития человека. Следовательно, единственным способом достижения высокой степени автоматизации объекта является использования стратегического подхода к управлению объектом.

Искусственные нейронные сети являются наиболее эффективным методом решения там, где традиционные вычисления трудоемки или физически неадекватны. Сегодня могут быть построены искусственные нейронные сети для решения таких задач, которые являются трудными как для компьютеров, построенных по традиционной схеме, так и для человека. Несмотря на это нейронные сети эффективны для задач распознавания, но неудобны для выяснения правил, по которым происходит это распознавание. Они могут автоматически приобретать знания, но процесс их обучения зачастую происходит достаточно медленно, а анализ обученной сети сложен, как правило, обученная сеть для пользователя представляется черным ящиком. При этом какую-либо априорную информацию (знания эксперта) для ускорения процесса обучения в нейронную сеть ввести невозможно.

Системы нечеткой логики, напротив, хороши для объяснения получаемых результатов, но они не могут автоматически приобретать знания для использования их в механизме правил вывода. Математическая теория нечетких множеств позволяет описывать понятия и знания, оперировать этими знаниями и делать выводы.

Нечеткое управление оказывается особенно полезным, когда технологические процессы являются слишком сложными для анализа с помощью общепринятых количественных методов или когда доступные источники информации интерпретируются качественно, неточно или неопределенно, т.е. исходные данные являются ненадежными и слабо формализованными.

Теоретически системы нечеткого вывода и нейронные сети эквивалентны друг другу, однако на практике у них имеются свои недостатки и достоинства, что является основой аппарата гибридных нейронных сетей, где выводы делаются на основе аппарата нечеткой логики, соответствующие функции принадлежности подстраиваются с использованием алгоритмов обучения нейронных сетей. Такие системы не только используют априорную информацию, но могут приобретать новые для пользователя знания.

Гибридная нейронная сеть - это нейронная сеть с четкими сигналами, весами и активационной функцией, но объединением сигналов и весов с использованием Т-нормы, Т-конормы или некоторых других непрерывных операций.

Гибридная нейронная сеть формально по структуре идентична многослойной нейронной сети с обучением, например, по алгоритму обратного распространения ошибки, но скрытые слои в ней соответствуют этапам функционирования нечеткой системы.

- 1-й слой нейронов выполняет функцию введения нечеткости на основе заданных функций принадлежности входов;
- 2-й слой отображает совокупность нечетких правил;
- 3-й слой выполняет функцию приведения к четкости.

Каждый из этих слоев характеризуется набором параметров (параметрами функций принадлежности, нечетких решающих правил, активационных функций, весами связей), на-



стройка которых производится так же, как для обычных нейронных сетей.

Входы, выходы и веса гибридной нейронной сети - есть вещественные числа, принадлежащие отрезку [0,1]. Примером подобной сети служит система, имеющая следующую базу знаний:

П1: если  $x_1$  есть L1 и  $x_2$  есть L2 и  $x_3$  есть L3, то  $z$  есть H,

П2: если  $x_1$  есть H1 и  $x_2$  есть H2 и  $x_3$  есть L3, то  $z$  есть M,

П3: если  $x_1$  есть H1 и  $x_2$  есть H2 и  $x_3$  есть H3, то  $z$  есть S,

где  $x_1, x_2, x_3$  - входные переменные,

$z$  - выход системы,

L1, L2, L3, H1, H2, H3, H, M, S- некоторые нечеткие множества с функциями принадлежности сигмоидного типа.

Гибридная нейронная сеть для управления технологическим процессом биологической очистки сточных вод разработана на базе ANFIS-редактора пакета нечеткой логики FUZZY системы Matlab, с помощью которого осуществляется создание или загрузка структуры гибридной системы, просмотр структуры, настройка ее параметров, проверки качества функционирования такой системы.

Создание структуры, настройка параметров и проверка осуществляются по выборкам (наборам данных) - обучающей (Training data), проверочной (Checking data) и тестирующей (Testing data), которые должны быть представлены в виде файлов с расширением \*.dat, первые столбцы соответствуют входным переменным, а последний - единственной выходной переменной; количество строк в таких файлах должны соответствовать количеству образцов, на которых проводится обучение.

Так, сформированная обучающая выборка, представляется в файле:

Таблица 2

Показания кислородомера	Показания уровнемера	Данные гидробиологического анализа после обработки нейронной сетью	Выходные данные (управляющий сигнал)
0.9	0.3	1	0
0.7	0.5	0	0.85
0.5	0.7	0.9	0.9
0.2	1	0.7	1

Строгих рекомендаций по объемам указанных выборок не существует. Обучающая и проверочная выборки непосредственно задействуются в процессе настройки параметров гибридной сети, проверочная - для выяснения ситуации, не происходит ли так называемого переобучения сети, при котором ошибка для обучающей последовательности стремится к нулю, а для проверочной - возрастает. Наличие проверочной выборки не является строго необходимым, оно лишь крайне желательно. Тестовая (или тестирующая) выборка применяется для проверки качества функционирования настроенной (обученной) сети.

В правом верхнем углу окна ANFIS -редактора выдастся информация (ANFIS Info.) о проектируемой системе: количество входов, выходов, функция принадлежности входов.

Опции Test FIS позволяют провести проверку и тестирование созданной и обученной системы с выводом результатов в виде графиков.

Графический интерфейс гибридных нейронных систем содержит следующие окна:

- Fuzzy Inference System Editor (FIS Editor) — редактор нечеткой системы;
- Membership Function Editor — редактор функций принадлежности;
- Rule Editor — редактор правил;
- Rule Viewer — просмотрщик правил и результатов определения выходных данных (управляющего сигнала);
- Surface Viewer — просмотрщик поверхности отклика.

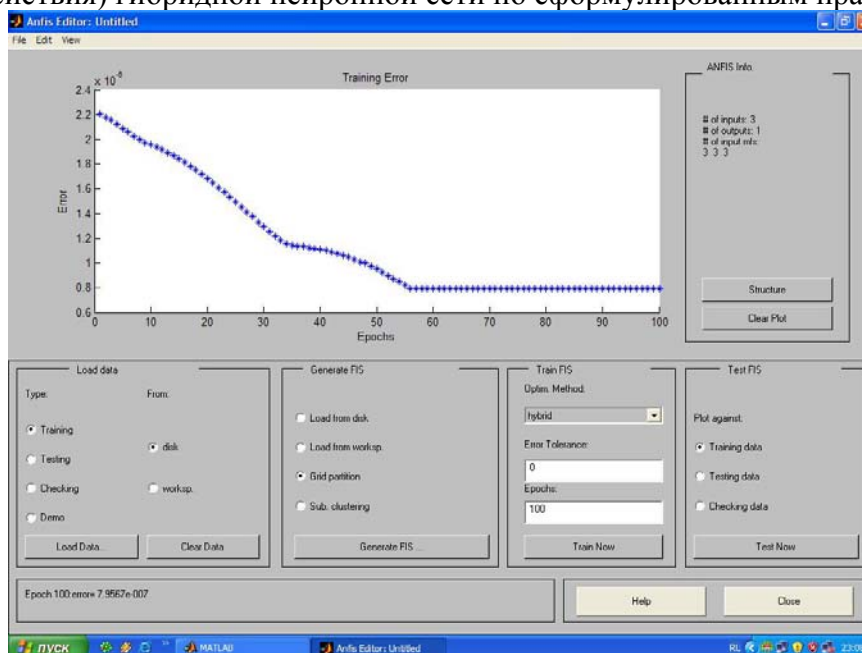
Редактор нечеткой системы (FIS Editor) содержит опции, позволяющие выбирать методы вычисления логических операций и обеспечивать доступ к окнам редактора функций принадлежности.

Кроме функций принадлежности для гибридных нейронных систем требуется формулирование и ввод в нее так называемых правил типа "если «условие», то «закключение»", называемых импликациями. Правила определяют взаимосвязь между входами и выходами системы, заставляя ее генерировать четкий вывод, учитывая нечеткие суждения. Формулирование правил осуществляется экспертами (технологами). От компетентности экспертов зависит корректность работы системы управления. Сформулированные правила обобщают и вводят в систему при помощи кнопок редактора правил Rule Editor.

Некоторые правила сформулированные для данной системы управления:

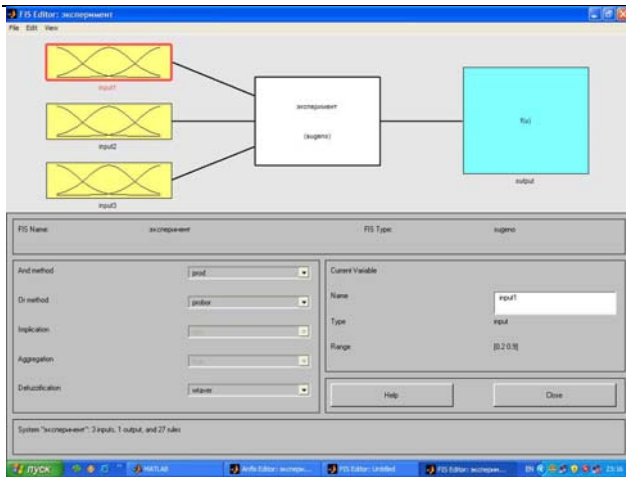
1. Если уровень жидкости мал и количество кислорода велико, то количество кислорода ниже среднего и количество ила ниже среднего
2. Если уровень жидкости средний, то количество кислорода среднее и количество ила среднее
3. Если данные из лаборатории ближе к 0, то количество ила ниже среднего.
- ...
- ...
- ...
- n. Если уровень жидкости мал, данные из лаборатории ближе к 1, количество кислорода велико, то количество кислорода уменьшить и количество ила уменьшить и т. д.

На рис. 3 – 9 показан результат работы по генерированию выходного сигнала (управляющего воздействия) гибридной нейронной сети по сформулированным правилам.

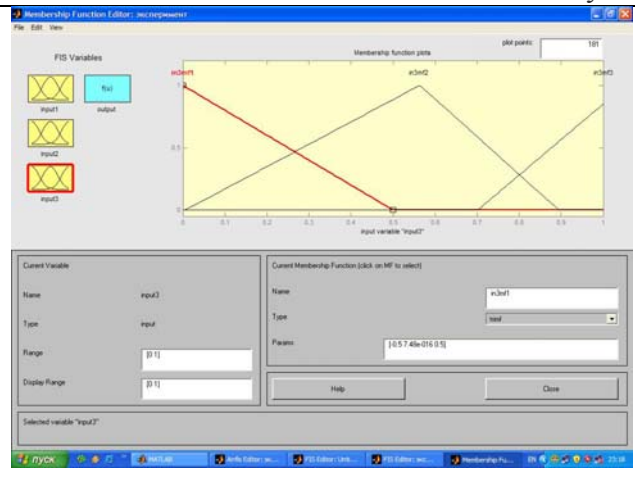


**Рис. 3. Окно редактора ANFIS с выстроенным гибридной нейронной сетью графиком зависимости входных и выходных переменных**

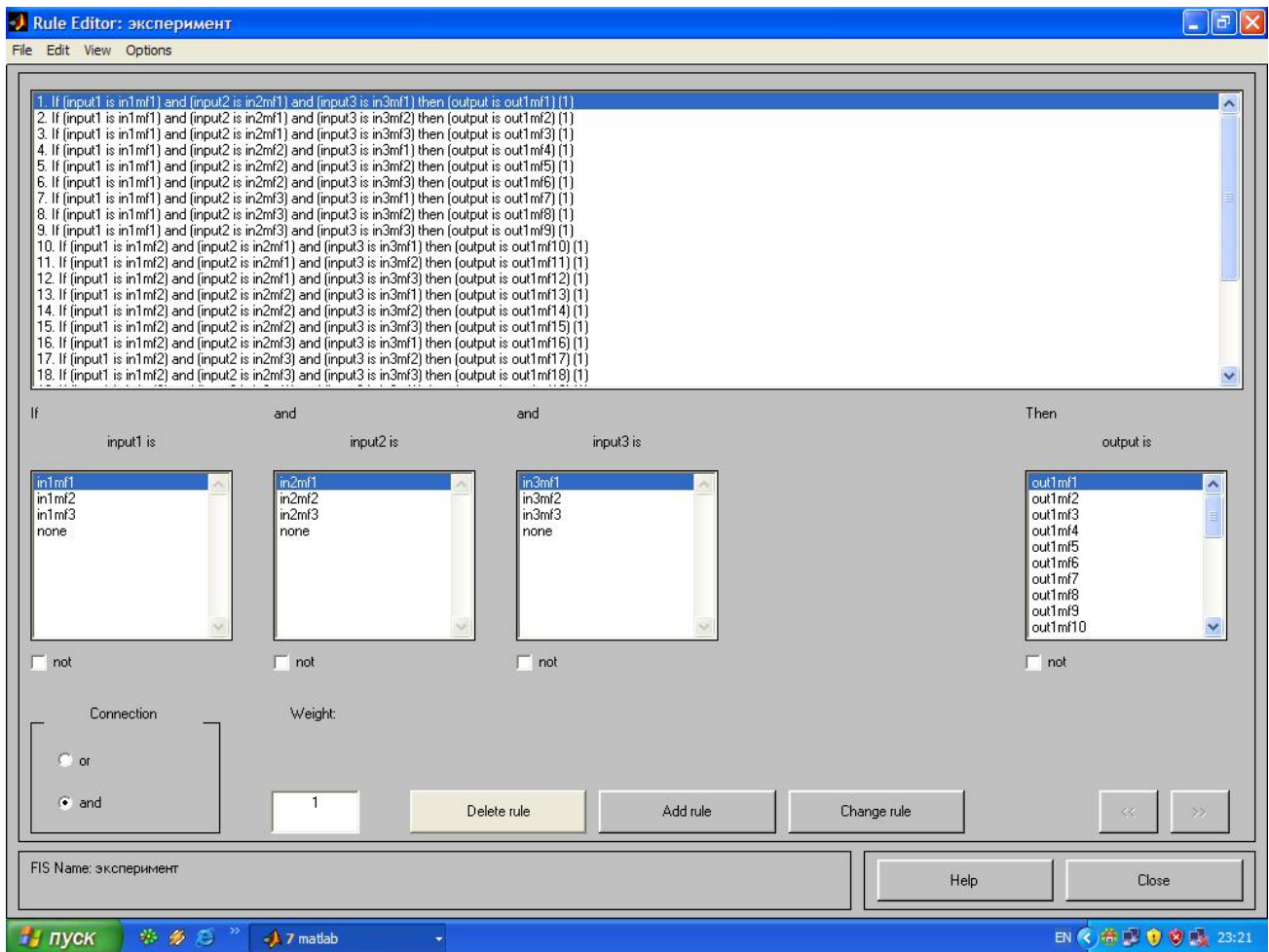




**Рис. 4. Fuzzy Inference System Editor (FIS Editor) – редактор нечеткой аппроксимирующей системы для определения выходных данных (управляющих сигналов)**



**Рис. 5. Функции принадлежности входных переменных**



**Рис. 6. Окно редактора правил Rule Editor с фрагментом списка правил формулирования выходных данных (управляющих сигналов)**

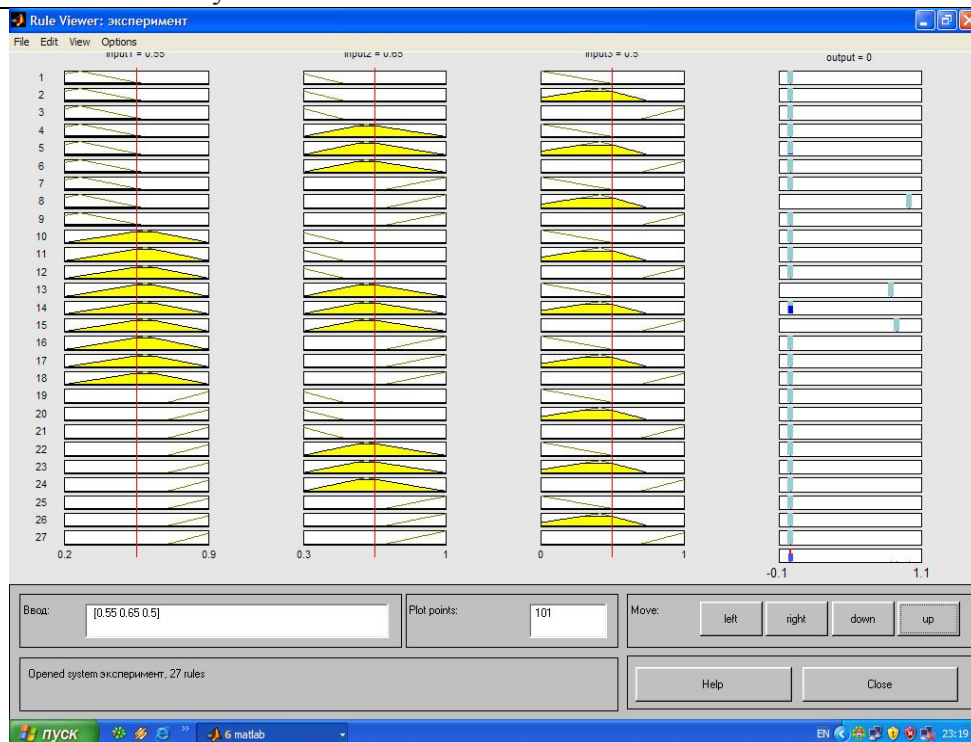


Рис. 7. Результат работы системы

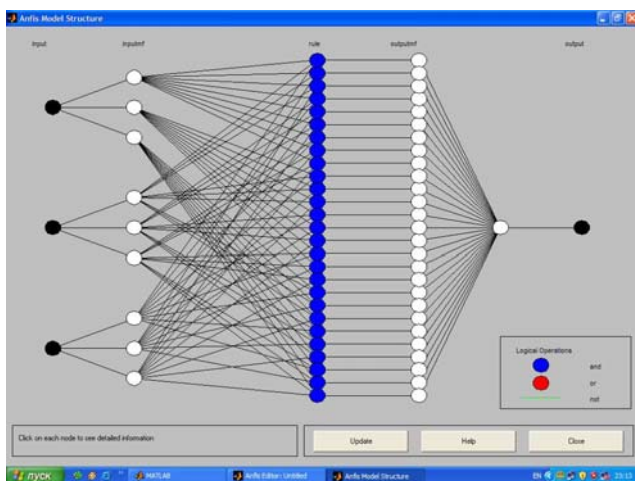


Рис. 8. Структура смоделированной нейронной сети

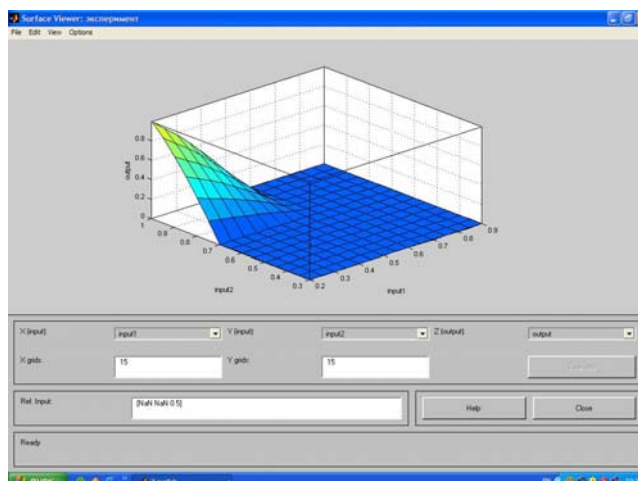


Рис. 9. Поверхность отклика гибридной нейронной сети

### Вывод

Гибридная нейронная сеть как система управления технологически процессом биологической очистки сточных вод способна формировать управляющие сигналы для исполнительных механизмов. Корректность её работы будет зависеть от компетентности специалистов, привлекаемых для формирования функций принадлежности и формулирования правил работы системы.

В рассматриваемом случае может быть только одна выходная переменная, всем правилам приписывается один и тот же вес. Другим ограничением этой архитектуры гибридной системы является количество входных переменных, которое не должно превышать 5-6.

Данная интеллектуальная система спроектирована для функционирования в условиях повышенной неопределенности. Её механизм принятия решения строится на базе методов адаптивного управления и может дополнительно использовать эвристические методы для

коррекции алгоритма управления при появлении в ходе эксплуатации новых функций или целей управления.

### Литература

1. Авернин А.Н., Батыршин И.З. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта – М.: Мир, 1986.
2. Михайлец В.Б. Оценка объектов с помощью пакета нечеткой логики Fuzzy программы Matlab.
3. Пашенко Д.С., Солдатов В.В., Левиков Д.А. Методы интеллектуального и нечеткого управления проектами автоматизации сельскохозяйственных предприятий
4. Развитие московской канализации (сборник научно-технических статей), ОАО «Можайский полографический комбинат», 2003г., 326 стр.
5. Комиссаров Ю.А., Гордеев Л.С., Нгуен Суан Нгуен Анализ и синтез систем водообеспечения химических производств, Москва «Химия» 2002г, 496 стр.
6. Яковлев С.В., Карелин Я.А., Ласков Ю.М., Калицун В.И. Водоотведение и очистка сточных вод, М., Стройиздат 1996г., 592 стр.
7. Дьяконов В.П. Matlab 6/6.1/6.5+SIMULINK 4/5 основы применения, Москва Слон – Пресс 2002, 768стр.
8. Саймон Хайкин Нейронные сети полный курс, Вильямс 2008г., 1104стр.
9. Круглов В.В., Дли М.И., Голунов Р.Ю. Нечеткая логика и искусственные нейронные сети. М: Наука. Физматлит – 2001г
10. Медведев В.С., Потемкин В.Г., Нейронные сети Matlab 6, Москва, Диалог МИФИ 2002г., 490 стр.

### ***Инкрементальная геометрически нелинейная безмоментная конечноэлементная модель пластического формоизменения листовых металлов под действием жестких инструментов***

д.т.н. проф. Сухомлинов Л.Г., к.т.н. доц. Петров В.К.  
МГТУ «МАМИ»

В работе [1] представлена осесимметричная конечноэлементная модель пластического формоизменения тонких оболочек в процессах листовой штамповки, вычислительная надежность которой обеспечивается использованием неявной инкрементальной схемы решения, учитывающей изменение геометрии оболочки на шаге нагружения. Аналогичная геометрически нелинейная на шаге нагружения формулировка использована в работе [2] при построении неосесимметричной модели пластического формоизменения тонкой оболочки под действием гидростатического давления. В настоящей статье дается обобщение модели [2] на случай формоизменения под действием жестких инструментов.

Срединную поверхность тонкой оболочки в ее исходном состоянии представляем в виде набора треугольников настолько малых размеров, чтобы допустимо было считать, что образованная модель из треугольных шарнирно соединенных элементов с линейным законом распределения перемещений вдоль каждого треугольника достаточно хорошо описывает поведение оболочки (в предположении ее безмоментности) на протяжении всего процесса формоизменения. Процесс деформирования конечноэлементной модели рассматриваем как пошаговый, при котором переход из известного состояния в начале шага нагружения в новое состояние в конце шага нагружения осуществляется с малыми приращениями деформаций. В качестве основных переменных задачи принимаем перемещения узловых точек (вершин треугольников).

При постановке задачи на шаге используем следующие декартовы прямоугольные системы координат: глобальную систему координат  $X, Y, Z$  при рассмотрении всей дискретной модели в целом и локальные системы координат  $x, y, z$ , плоскости  $x, y$  которых совпадают с плоскостями треугольных элементов в начале шага нагружения. Матрицы перехода от ло-