

коррекции алгоритма управления при появлении в ходе эксплуатации новых функций или целей управления.

Литература

1. Авернин А.Н., Батыршин И.З. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта – М.: Мир, 1986.
2. Михайлец В.Б. Оценка объектов с помощью пакета нечеткой логики Fuzzy программы Matlab.
3. Пашенко Д.С., Солдатов В.В., Левиков Д.А. Методы интеллектуального и нечеткого управления проектами автоматизации сельскохозяйственных предприятий
4. Развитие московской канализации (сборник научно-технических статей), ОАО «Можайский полографический комбинат», 2003г., 326 стр.
5. Комиссаров Ю.А., Гордеев Л.С., Нгуен Суан Нгуен Анализ и синтез систем водообеспечения химических производств, Москва «Химия» 2002г, 496 стр.
6. Яковлев С.В., Карелин Я.А., Ласков Ю.М., Калицун В.И. Водоотведение и очистка сточных вод, М., Стройиздат 1996г., 592 стр.
7. Дьяконов В.П. Matlab 6/6.1/6.5+SIMULINK 4/5 основы применения, Москва Слон – Пресс 2002, 768стр.
8. Саймон Хайкин Нейронные сети полный курс, Вильямс 2008г., 1104стр.
9. Круглов В.В., Дли М.И., Голунов Р.Ю. Нечеткая логика и искусственные нейронные сети. М: Наука. Физматлит – 2001г
10. Медведев В.С., Потемкин В.Г., Нейронные сети Matlab 6, Москва, Диалог МИФИ 2002г., 490 стр.

Инкрементальная геометрически нелинейная безмоментная конечноэлементная модель пластического формоизменения листовых металлов под действием жестких инструментов

д.т.н. проф. Сухомлинов Л.Г., к.т.н. доц. Петров В.К.
МГТУ «МАМИ»

В работе [1] представлена осесимметричная конечноэлементная модель пластического формоизменения тонких оболочек в процессах листовой штамповки, вычислительная надежность которой обеспечивается использованием неявной инкрементальной схемы решения, учитывающей изменение геометрии оболочки на шаге нагружения. Аналогичная геометрически нелинейная на шаге нагружения формулировка использована в работе [2] при построении неосесимметричной модели пластического формоизменения тонкой оболочки под действием гидростатического давления. В настоящей статье дается обобщение модели [2] на случай формоизменения под действием жестких инструментов.

Срединную поверхность тонкой оболочки в ее исходном состоянии представляем в виде набора треугольников настолько малых размеров, чтобы допустимо было считать, что образованная модель из треугольных шарнирно соединенных элементов с линейным законом распределения перемещений вдоль каждого треугольника достаточно хорошо описывает поведение оболочки (в предположении ее безмоментности) на протяжении всего процесса формоизменения. Процесс деформирования конечноэлементной модели рассматриваем как пошаговый, при котором переход из известного состояния в начале шага нагружения в новое состояние в конце шага нагружения осуществляется с малыми приращениями деформаций. В качестве основных переменных задачи принимаем перемещения узловых точек (вершин треугольников).

При постановке задачи на шаге используем следующие декартовы прямоугольные системы координат: глобальную систему координат X, Y, Z при рассмотрении всей дискретной модели в целом и локальные системы координат x, y, z , плоскости x, y которых совпадают с плоскостями треугольных элементов в начале шага нагружения. Матрицы перехода от ло-

кальных координат к глобальным и наоборот формируем традиционным для метода конечных элементов образом.

Формоизменение оболочки осуществляется путем контактного взаимодействия с жесткими инструментами, положение которых изменяется по заданному закону. При постановке задачи считаем, что поверхности инструментов в их актуальном положении на текущем шаге нагружения описывается уравнениями вида

$$\Psi(X, Y, Z) = 0 \quad (1)$$

В каждой точке соответствующей поверхности определяем внешнюю нормаль \vec{n} (в проекциях на оси глобальной системы координат) и орты \vec{e}_1, \vec{e}_2 , лежащие в плоскости, касательной к поверхности инструмента.

Для вектора перемещений узла дискретной модели оболочки на шаге нагружения используем обозначение \vec{u} . Связь между проекциями (u_x, u_y, u_z) и (u_x, u_y, u_z) вектора \vec{u} на оси локальной и глобальной систем координат устанавливается с помощью упомянутых матриц перехода.

Обозначим через $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \frac{1}{2}\varepsilon_{xy}$ компоненты тензора конечных деформаций Грина-Лагранжа, вычисляемые относительно конфигурации модели в начале шага нагружения. В рамках принятого предположения о малости приращения деформаций на шаге параметры $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{xy}$ для каждого элемента (учитывая, что координаты x, y - прямоугольные) с точностью до пренебрежения этими параметрами по сравнению с единицей можно рассматривать как малые относительные удлинения и сдвиги. На основе известных соотношений нелинейной теории упругости для параметров $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{xy}$ записываем:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= V_{xx} + \frac{1}{2}(V_{xx}^2 + V_{yx}^2 + V_{zx}^2), \quad (x \leftrightarrow y), \\ \varepsilon_{xy} &= V_{xy} + V_{yx} + V_{xx}V_{xy} + V_{yx}V_{yy} + V_{zx}V_{zy}, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$V_{\alpha x} = \frac{\partial u_\alpha}{\partial x}, \quad V_{\alpha y} = \frac{\partial u_\alpha}{\partial y}, \quad (\alpha = x, y, z). \quad (3)$$

Производные, входящие в записи (3), выражаем через узловые перемещения с учетом принятого линейного закона распределения перемещений по каждому элементу.

Малое относительное удлинение ε_{zz} по толщине элемента на шаге нагружения определяем, используя условие несжимаемости

$$\varepsilon_{zz} = -\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy} \quad (4)$$

Соотношения (2) – (4) позволяют выразить приращения деформаций $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{zz}$ в каждом элементе модели через узловые перемещения на шаге нагружения в проекциях на оси глобальной системы координат X, Y, Z .

В качестве физических соотношений принимаем вариант теории течения, предложенный Хиллом для трансверсально изотропного материала. Считаем, что шаг нагружения настолько мал, что бесконечно малые удлинения и сдвиги можно заменить на соответствующие малые, но конечные компоненты деформации $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}$ на шаге. В результате приходим к следующей зависимости между напряжениями $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}$ и деформациями $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{zz}$ в элементах дискретной модели оболочки на шаге нагружения

$$\sigma_{xx} = \frac{2}{3} \frac{R+2}{1+2R} \frac{\sigma}{\varepsilon} \left[(1+R)\varepsilon_{xx} + R\varepsilon_{yy} \right] \quad (x \leftrightarrow y),$$

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{3} \frac{R+2}{1+2R} \frac{\sigma}{\varepsilon} \varepsilon_{xy},$$
(5)

где

$$\sigma = \sqrt{\frac{3}{2(R+2)} \left[R(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + \sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + 2(1+2R)\sigma_{xy}^2 \right]},$$

$$\varepsilon = \frac{1}{1+2R} \sqrt{\frac{2}{3}(R+2) \left[R(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^2 + (\varepsilon_{yy} - R\varepsilon_{zz})^2 + (R\varepsilon_{zz} - \varepsilon_{xx})^2 + \frac{1+2R}{2}\varepsilon_{xy}^2 \right]}.$$
(6)

Здесь R – параметр нормальной анизотропии материала, σ – эквивалентное напряжение, ε – эквивалентное приращение деформации. Между параметрами σ и ε имеет место зависимость, описываемая соотношениями вида

$$\sigma = \Phi(\bar{\varepsilon}^*),$$

$$\bar{\varepsilon}^* = \bar{\varepsilon} + \varepsilon,$$
(7)

где величины $\bar{\varepsilon}$ и $\bar{\varepsilon}^*$ представляют собой значения накопленной деформации в начале и конце шага нагружения, а $\Phi(\bar{\varepsilon})$ есть функция упрочнения материала, устанавливаемая экспериментально.

Принятые физические соотношения (5) – (7) с использованием геометрических соотношений (2) – (3), выраженных в терминах узловых перемещений, приводят к явной зависимости между узловыми перемещениями и напряжениями в элементах модели на шаге нагружения.

Считаем, что нагрузки, действующие на оболочку, сведены к системе сил, приложенных к узлам ее дискретной модели. Записывая условия равновесия дискретной модели на шаге нагружения в виде вариационного уравнения принципа возможных перемещений, получаем:

$$\sum (\sigma_{xx} \delta \varepsilon_{xx} + \sigma_{yy} \delta \varepsilon_{yy} + \sigma_{xy} \delta \varepsilon_{xy}) h \Delta = \sum (F_x \delta u_x + F_y \delta u_y + F_z \delta u_z)$$
(8)

Суммирование в левой части равенства (8) осуществляется по всем элементам модели, а суммирование в правой части – по всем узлам модели. Величины h и Δ представляют собой толщину и площадь элемента модели в начале шага нагружения. При этом толщина h^* элемента в конце шага нагружения вычисляется по схеме

$$h^* = h(1 + \varepsilon_{zz}).$$
(9)

Величины F_x , F_y , F_z представляют собой проекции вектора узловой силы \vec{F} на оси глобальной системы координат.

Выражая параметры, входящие в левую часть равенства (8), через узловые перемещения и приравнявая коэффициенты в левой и правой части этого равенства при независимых вариациях δu_x , δu_y , δu_z узловых перемещений, получаем разрешающую систему алгебраических уравнений дискретной модели, позволяющую при заданных значениях узловых сил и заданных граничных условиях определить значения узловых перемещений на шаге нагружения. По найденным перемещениям затем могут быть вычислены все параметры напряженно-деформированного состояния на шаге нагружения.

В случае, если узел модели на шаге нагружения находится в контакте с поверхностью жесткого инструмента, проекции F_x , F_y , F_z соответствующей узловой силы \vec{F} заранее неизвестны. Поэтому упомянутые уравнения равновесия модели в этом случае необходимо до-

полнить контактными условиями.

Считая, что скольжение узла по поверхности инструмента подчиняется закону трения Кулона, записываем для контактного узла на шаге нагружения силовое уравнение вида

$$F_e = -\mu |F_n| \frac{\Delta \vec{u}_e}{|\Delta \vec{u}_e|} \quad (10)$$

Здесь μ – коэффициент трения, $\Delta \vec{u}_e$ – перемещение узла относительно поверхности инструмента (в тангенциальном направлении), $F_n = \vec{F} \cdot \vec{n}$ – нормальная составляющая силы \vec{F} , $\vec{F}_e = \vec{F} - F_n \vec{n}$ – тангенциальная составляющая силы \vec{F} (сила трения).

С учетом того, что

$$\begin{aligned} \vec{F}_e &= F_{e,1} \vec{e}_1 + F_{e,2} \vec{e}_2, \quad \Delta \vec{u}_e = \Delta u_{e,1} \vec{e}_1 + \Delta u_{e,2} \vec{e}_2, \\ F_{e,1} &= \vec{F} \cdot \vec{e}_1, \quad F_{e,2} = \vec{F} \cdot \vec{e}_2, \quad \Delta u_{e,1} = \Delta \vec{u}_e \cdot \vec{e}_1, \quad \Delta u_{e,2} = \Delta \vec{u}_e \cdot \vec{e}_2, \end{aligned} \quad (11)$$

векторное равенство (10) переписывается в виде двух равенств в проекциях на заданные тангенциальные направления \vec{e}_1, \vec{e}_2 в соответствующей точке поверхности инструмента.

В дополнение к указанным двум силовым условиям остается записать условие нахождения узла на поверхности инструмента на шаге нагружения, а именно

$$\Psi(X + u_x, Y + u_y, Z + u_z) = 0 \quad (12)$$

Решение сформулированной задачи о деформации дискретной модели оболочки на шаге нагружения строится (как и в работе [1]) на основе линейризующих итерационных процессов. При этом линейризация геометрических соотношений, уравнений равновесия и условий типа (12) выполняется по схеме Ньютона. Линейризация физических соотношений (5) и условий контактного взаимодействия (10) осуществляется по схеме переменных параметров.

В качестве примера рассмотрим процесс формовки квадратной закреплённой по контуру заготовки из листового алюминия квадратным пуансоном. Этот процесс был экспериментально исследован в работе [3].

Схема формовки показана на рис. 1. Листовая заготовка толщиной $h_0 = 0,5$ мм закреплена по контуру размером 80×80 мм ($b \times b$). Материал листа изотропный с характеристикой упрочнения $\sigma = 180 \varepsilon^{0,285}$ МПа. Квадратный пуансон имеет размеры 52×52 мм ($a \times a$), радиус его скругленных кромок $r = 4$ мм. Формовка осуществлялась в условиях смазки, при которой коэффициент трения был оценен величиной $\mu = 0,02$, а также в отсутствие смазки, когда $\mu = 0,2$.



Рис. 1. Схема формовки пуансоном квадратного сечения

Помимо экспериментальных данных в работе [3] имеются и результаты численных расчетов на основе безмоментной упругопластической инкрементальной конечноэлементной модели.

Схема дискретизации четверти заготовки представлена на рис. 2 (аналогичная сетка использована и в работе [3]). Полученная в результате численного моделирования форма оболочки показана на рис. 3.

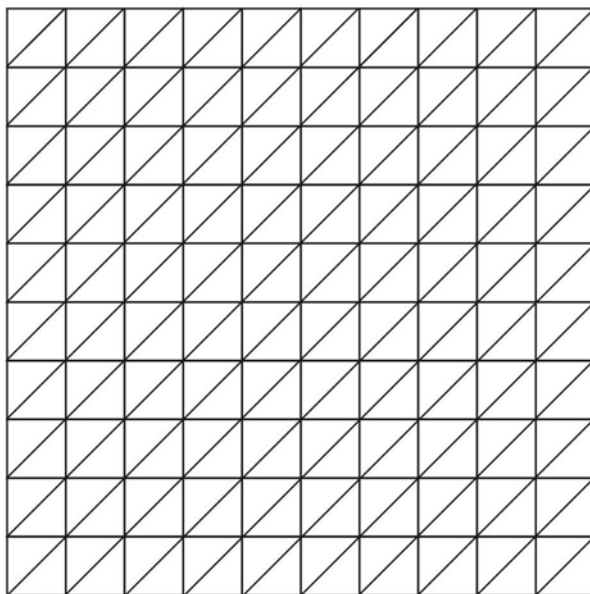


Рис. 2. Схема дискретизации четверти заготовки

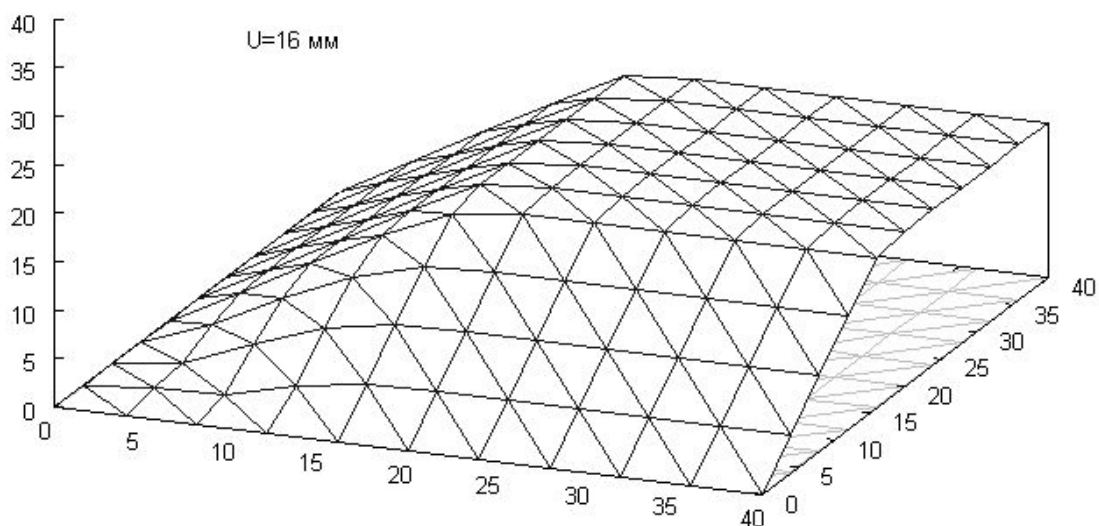


Рис. 3. Форма оболочки

На рис.4 представлены графики зависимости силы на пуансоне от его перемещения, полученные расчетным путем и на основе эксперимента. Как видно, результаты расчетов с использованием разработанной геометрически нелинейной на шаге нагружения модели хорошо согласуются с экспериментом. Эти результаты демонстрируют ту же монотонность кривых, относящихся к разным коэффициентам трения, а также близость этих кривых друг к другу, что и эксперимент. В противоположность этому инкрементальная упругопластическая модель, использованная в работе [3], демонстрирует нереалистичное поведение силовой характеристики процесса формоизменения при рассматриваемых значениях коэффициента трения.

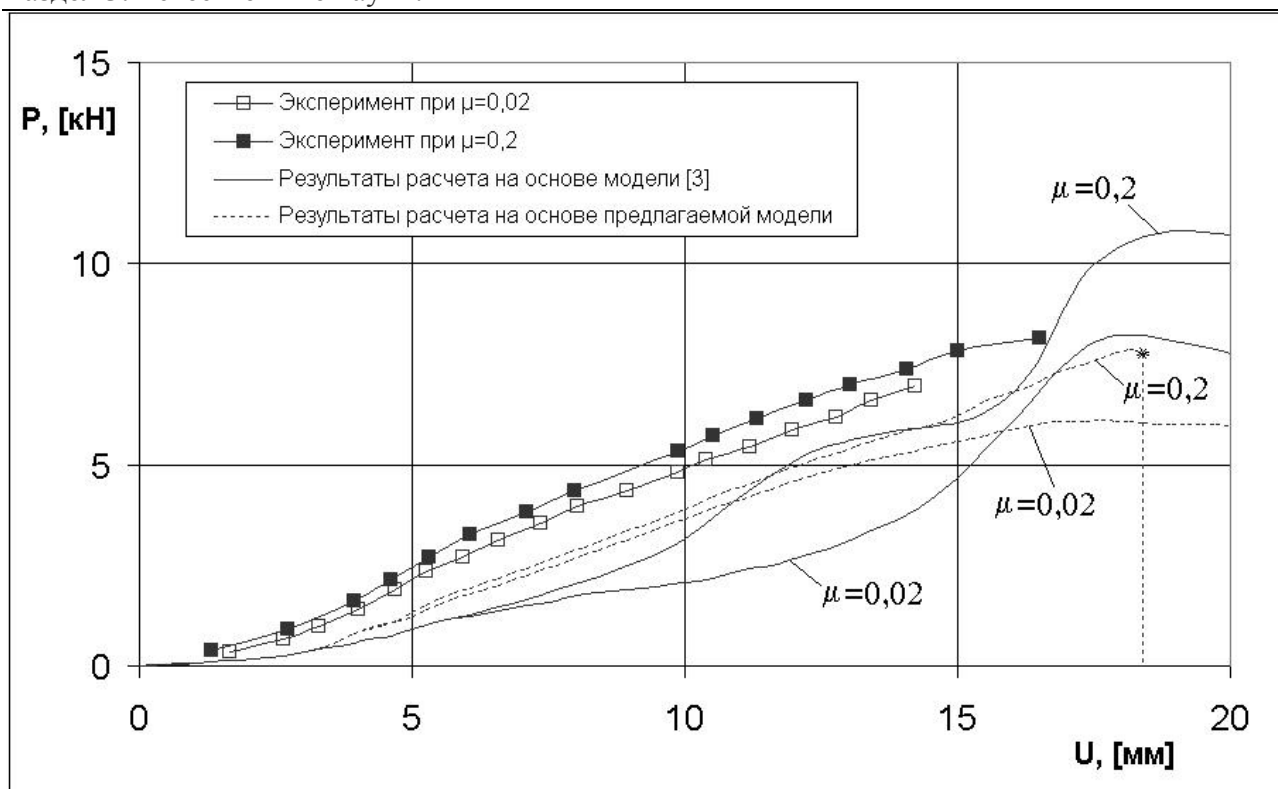


Рис. 4. Зависимость силы на пуансоне от его перемещения при формовке оболочки

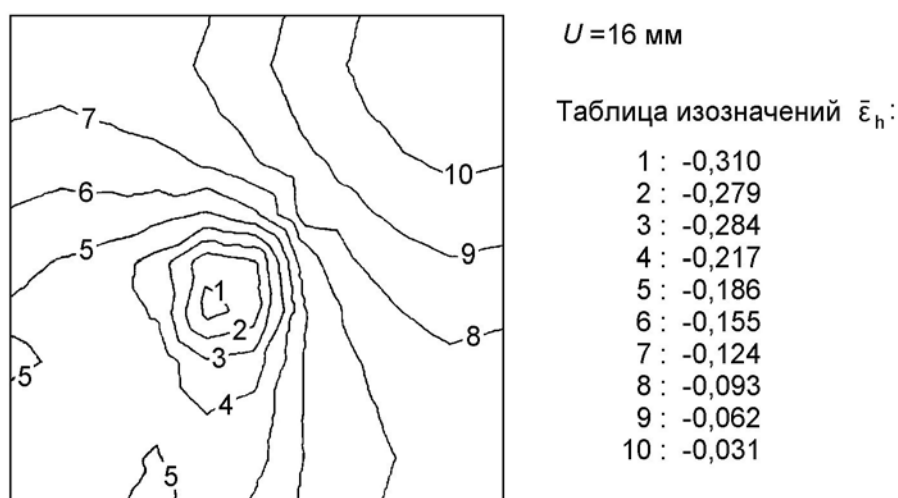


Рис. 5. Распределение толщинных деформаций в отформованной оболочке в случае $\mu = 0,02$

На рис. 5 представлена картина распределения логарифмических толщинных деформаций $\bar{\varepsilon}_h$ вдоль четверти заготовки при перемещении пуансона $U = 16 \text{ мм}$ для случая $\mu = 0,02$. Видно, что при формовке квадратным пуансоном максимальное утонение оболочки имеет место в зоне скругленного угла пуансона (в диагональном сечении заготовки). Это полностью согласуется с тем, что наблюдалось в эксперименте (эксперимент показал, что $\bar{\varepsilon}_h = -0,3$ - на диагонали и $\bar{\varepsilon}_h = -0,2$ - на стороне квадратной области; расчет соответственно

дает $\bar{\varepsilon}_h = -0,31$ и $\bar{\varepsilon}_h = -0,19$ (см. рис.5)).

На рис. 4 зафиксирован момент потери несущей способности (разрыв) оболочки по падению силовой характеристики процесса (при $\mu = 0,2$) в связи с катастрофическим утонением в зоне угла пуансона.

Выводы

1. Представлена инкрементальная конечноэлементная модель пластического формоизменения безмоментной оболочки из листового металла под действием жестких инструментов. При построении модели использован плоский треугольный элемент с линейным законом распределения перемещений. На каждом шаге нагружения учтены нелинейности, связанные с изменениями конфигурации оболочки и состояния ее контакта с инструментами.

2. Для случая формовки квадратной листовой заготовки пуансоном квадратного сечения дано сравнение результатов численного моделирования с известным решением и экспериментом.

Литература

1. Сухомлинов Л.Г., Энгельсберг В.К. Конечноэлементная система автоматизированного расчета напряженно-деформированного состояния тонких оболочек в процессах осесимметричного формоизменения под действием жестких штампов // Известия вузов. Машиностроение, 1989. - N.3. - с.66-71.
2. Сухомлинов Л.Г., Генин Е.В. Численное решение задач о больших пластических деформациях тонких неосесимметричных оболочек под действием заданных нагрузок // Известия вузов. Машиностроение. - 1990. - N.1. - с.16-21.
3. Nakamachi E. Finite element modelling of the punch press forming of thin elastic plates // Proceedings of the NUMMIFORM'86 Conference. - Gothenburg. - 25-29 August. - 1986. -pp.333-338.