

достаточно малых значениях коэффициента вязкости  $\xi_1$  релаксационные колебания типа 3 с увеличением параметра трения  $\tilde{F}_{T1}$  преобразуются в тип 4, минуя смешанную форму  $\tilde{4}$ . Соответствующий диапазон значений параметра трения при этом зависит от частоты  $\Omega$  изменения нагрузки. Как видно из таблиц 3 и 4, увеличение параметра  $\xi_1$  ведет к ситуации, когда становится невозможной реализация режима релаксационных автоколебаний типа 2 (подобные автоколебания сохраняются лишь в форме  $\tilde{2}$ ). Дальнейшее увеличение параметра  $\xi_1$  приводит к полному гашению релаксационных автоколебаний типов 2 и  $\tilde{2}$ , основанных на низкочастотной составляющей собственных колебаний системы. Значения параметра трения  $\tilde{F}_{T1}$ , которые способны при этом обеспечить реализацию релаксационных автоколебаний типа 3, основанных на высокочастотной составляющей собственных колебаний системы, существенно зависят от величины параметра  $\Omega$ . Сравнивая подобные значения параметра  $\tilde{F}_{T1}$  для случаев  $\Omega = 0,003$  и  $\Omega = 0,005$  (соответственно  $\tilde{F}_{T1}=19$  и  $\tilde{F}_{T1}=28$ ), приходим к выводу, что указанная существенная зависимость выражается в почти пятидесятипроцентном при переходе от  $\Omega = 0,003$  к  $\Omega = 0,005$  увеличении значений параметра трения  $\tilde{F}_{T1}$ , способных обеспечить реализацию релаксационных автоколебаний типа 3 (в ситуации, когда колебания типа 2 и  $\tilde{2}$  гасятся вязким сопротивлением). К аналогичной оценке приводит и сравнение ситуации с  $\Omega = 0,003$  и случаем постоянной скорости нагружения рассматриваемой двухмассовой системы.

#### Выводы

1. На основе вычислительной процедуры, включающей регуляризацию зависимостей сил трения от скорости, неявную схему Эйлера численного интегрирования и итерации на каждом шаге по времени, выполнено исследование релаксационных автоколебаний в двухмассовой упругой системе с двумя источниками трения, находящейся под действием периодически изменяющейся нагрузки.
2. Представленные результаты демонстрируют эффекты влияния параметров исследуемой механической системы на типы устанавливающихся релаксационных автоколебаний.

#### Литература

3. Геккер Ф.Р. Динамика машин, работающих без смазочных материалов в узлах трения. М.: Машиностроение, 1983. 167 с.
4. Михайлова В.Л. Вычислительная модель для исследования релаксационных автоколебаний в двухмассовых упругих системах с двумя источниками трения // Известия вузов. Машиностроение. 2003. №10. с.16-25.

#### **Применение метода конечных элементов для определения технологических параметров в операциях растяжения металлического листа**

Сухомлинов Л.Г., Швая А.П.  
МГТУ «МАМИ»

*Представлена модификация разработанной ранее жесткопластической конечноэлементной модели формоизменения листовых металлов на случай учета ортотропии пластических свойств листового материала. Приведены результаты расчетных и экспериментальных исследований растяжения прямоугольных образцов из листовой стали 08ю и латуни Л68 при больших пластических деформациях.*

В листовой штамповке растяжение металлического листа является довольно распространенной технологической операцией. Подобная операция используется, например, в целях устранения незначительных дефектов типа исходного коробления листа, а также для предварительного растяжения листа с целью рационального использования металла и повы-

шения жесткостных характеристик деталей. Следует отметить также, что деформация растяжения является преобладающей в таких процессах получения тонкостенных деталей, как обтяжка.

В инженерной практике при оценке технологических параметров в операциях, связанных с растяжением металлического листа, обычно исходят из одномерных расчетных схем. В частности, в случае достаточно длинного листа (полосы) используют схему одноосного растяжения. Достаточно широкий лист рассматривают по схеме плоской деформации. Однако наибольший интерес представляет случай, когда размеры листа являются величинами одного порядка. Если учесть, что две противоположные кромки листа при этом удерживаются в жестких зажимах растягивающего инструмента, следует ожидать, что картина распределения деформаций вдоль листа будет существенно неоднородной. В такой ситуации для достоверной оценки параметров напряженно-деформированного состояния требуется привлечение двумерных расчетных моделей. Примеры двумерного анализа операции растяжения листа даны в работах [1, 2]. Однако в указанных работах расчеты были выполнены лишь для случая малых деформаций.

В настоящей статье приводятся результаты расчетных и экспериментальных исследований растяжения прямоугольных образцов из листовой стали 08Ю и латуни Л68 при больших пластических деформациях и на основе сравнительного анализа полученных результатов устанавливаются некоторые закономерности в картинах распределения деформаций. Расчеты выполнялись с использованием инкрементального жесткопластического конечно-элементного подхода [3], модифицированного на случай учета ортотропии пластических свойств листового материала.

Соответствующая конечноэлементная модель растяжения листовой заготовки строилась следующим образом. Исходная заготовка разбивалась (в плоскости X,Y) на треугольники настолько малого размера, чтобы образованная модель из треугольных элементов с линейным законом распределения перемещений по каждому элементу могла с достаточной степенью точности описывать поведение листа в течение всего процесса растяжения. Процесс деформирования конечноэлементной модели листа рассматривался как пошаговый, при котором переход модели из известного состояния (в начале шага) в новое состояние (в конце шага) осуществлялся с малыми приращениями деформаций  $\varepsilon_{xx}$ ,  $\varepsilon_{yy}$ ,  $\varepsilon_{xy}$ ,  $\varepsilon_{zz}$ .

В качестве физических соотношений на шаге использовался инкрементальный аналог уравнений теории течения для ортотропного листового материала, работающего в условиях плоского напряженного состояния [4].

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{2}{3} \frac{\tilde{H}}{\tilde{F}} \frac{\sigma}{\varepsilon} [(F + H) \varepsilon_{xx} + H \varepsilon_{yy}] \\ \sigma_{yy} &= \frac{2}{3} \frac{\tilde{H}}{\tilde{F}} \frac{\sigma}{\varepsilon} [H \varepsilon_{xx} + (H + G) \varepsilon_{yy}] \\ \sigma_{xy} &= \frac{1}{3} \frac{\tilde{H}}{N} \frac{\sigma}{\varepsilon} \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon &= \frac{1}{\tilde{F}} \sqrt{\frac{2}{3} \tilde{H} [H (F \varepsilon_{xx} - G \varepsilon_{yy})^2 + F (G \varepsilon_{yy} - H \varepsilon_{zz})^2 + \\ &\quad + G (H \varepsilon_{zz} - F \varepsilon_{xx})^2 + \frac{\tilde{F}^2}{2N} \varepsilon_{xy}^2]}^{\frac{1}{2}}, \\ \tilde{H} &= H + F + G, \quad \tilde{F} = HF + GH + FG. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь  $\sigma$  – эквивалентное напряжение, а  $\varepsilon$  – эквивалентное приращение деформации на шаге.

Условие несжимаемости материала формулировалось в виде

$$\varepsilon_{zz} = -\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}. \quad (2)$$

Был принят степенной закон упрочнения, который на шаге нагружения записывался в виде

$$\sigma = A(\bar{\varepsilon}^*)^n, \quad \bar{\varepsilon}^* = \bar{\varepsilon} + \varepsilon, \quad (3)$$

где  $A$  и  $n$  - экспериментально устанавливаемые константы.

В уравнениях (1), (3) параметры напряженного состояния (в том числе и эквивалентное напряжение  $\sigma$ ) относятся к концу шага нагружения, величина накопленной деформации  $\bar{\varepsilon}$  относится к началу шага, а  $\bar{\varepsilon}^*$  - к концу шага. Входящие в уравнения (1) параметры пластической ортотропии материала  $F, G, H, N$  устанавливаются из испытаний на одноосное растяжение образцов, вырезанных из листа под углами  $0^\circ, 45^\circ$  и  $90^\circ$  к направлению прокатки, с определением соответствующих коэффициентов  $R_0, R_{45}, R_{90}$ , равных отношению логарифмической деформации по ширине к логарифмической деформации по толщине образца, с учетом связей

$$\frac{H}{F} = R_{90}, \quad \frac{G}{F} = \frac{R_{90}}{R_0}, \quad \frac{N}{F} = \frac{(1 + 2R_{45}) R_0}{2(R_0 + R_{90})}. \quad (4)$$

Разрешающая система уравнений дискретной модели на шаге нагружения строилась на основе применения вариационного принципа возможных перемещений. При этом все параметры напряженно-деформированного состояния на шаге выражались через узловые перемещения модели.

Расчетные и экспериментальные исследования были выполнены применительно к растяжению прямоугольных образцов из стали 08Ю толщиной 0,9 мм и латуни Л68 толщиной 0,49 мм. Из испытаний на одноосное растяжение были установлены коэффициенты анизотропии и параметры упрочнения для каждого из рассматриваемых материалов:

(сталь 08Ю):  $R_0 = 1,467; R_{45} = 1,203; R_{90} = 1,166; (R = 1,260); A = 478$  МПа;  $n = 0,207$ ;

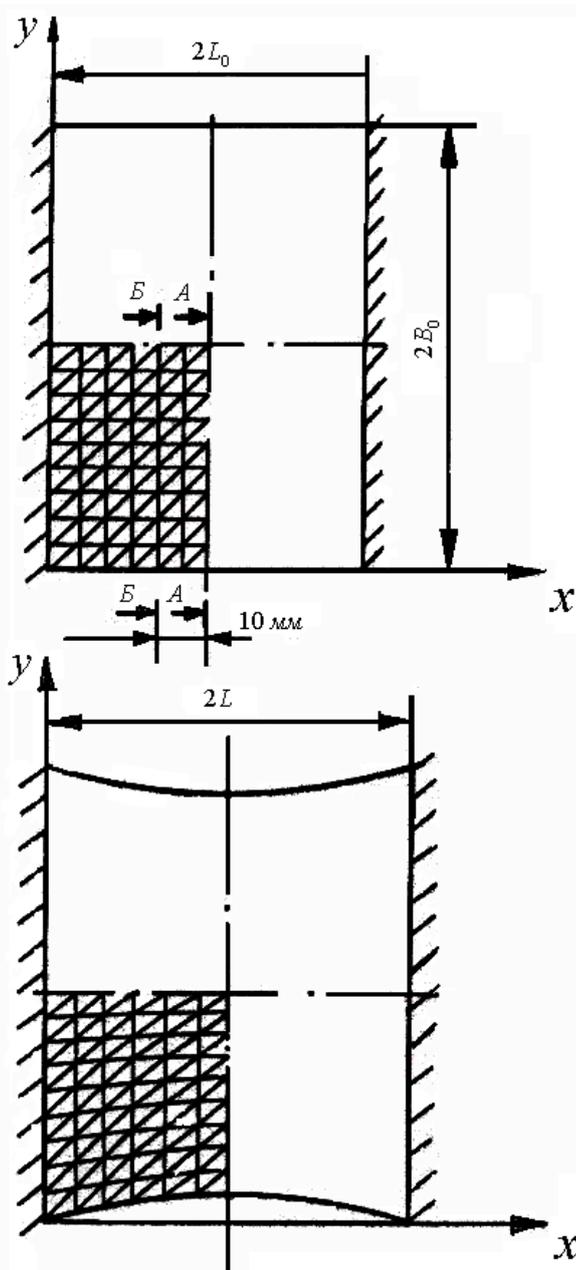
(латунь Л68):  $R_0 = 0,845; R_{45} = 0,705; R_{90} = 0,580; (R = 0,709); A = 712$  МПа;  $n = 0,530$ .

Полученные осреднением значения коэффициентов нормальной анизотропии  $R$  использовались при расчетах по схеме трансверсально изотропного материала (в этом случае полагали  $R_0 = R_{45} = R_{90} = R$ ).

Геометрия используемых прямоугольных образцов показана на рис. 1. Растяжение осуществлялось вдоль направления прокатки. Припуск на зажимы с каждой стороны составлял 10 мм. Конфигурация припуска обеспечивала надежную фиксацию образцов в зажимах. На исследуемую область образца наносили регулярную сетку с размером ячейки 5 мм. Эксперименты выполнялись на разрывной машине TIRA test 2300.

В процессе нагружения осуществляли фотографирование деформирующейся вместе с образцом координатной сетки. Вычисление деформаций в образцах проводили на основе обработки координат узлов исходной и деформированной сетки. Снятие координат осуществляли на микроскопе Asca-Record фирмы Карл Цейс Йена. Поскольку определение координат узлов, расположенных на границе области, было существенно затруднено из-за размытости очертания контура на фотопластине, приграничные зоны при обработке эксперимента не рассматривались.

Вследствие симметрии задачи по двум осям расчеты выполнялись для четверти листа. На рис. 1 показана соответствующая конечноэлементная модель четверти листа в исходном и деформированном состоянии.



**Рис. 1. Рабочее поле недеформированного и деформированного листового образца с нанесенной сеткой.**

На рис. 2 приведены картины распределения изолиний логарифмических толщинных деформаций на рассматриваемой четверти листовой заготовки, полученные расчетным путем, для случая стальных образцов размера  $2B_0 \times 2L_0 = 60 \times 90$  мм при различных значениях

относительного удлинения  $\varepsilon_{-p} = \Delta L / L_0$ .

Сравнение с экспериментом показало хорошее согласование расчетных и экспериментальных результатов. Причем ортотропная и трансверсально изотропная расчетные схемы привели в данном случае к практически одинаковым результатам. Интересно, что картина распределения деформаций для стальных заготовок является крайне неоднородной не только в зонах, примыкающих к зажиму, но и достаточно удаленных от него. Обращает на себя внимание существенное утонение в центральной зоне заготовки (деформация здесь почти в три раза больше той, что имеет место у свободной кромки листа). Представленные результаты иллюстрируют, кроме того, важную в прикладном плане закономерность, связанную с практически линейной зависимостью величин деформаций в растягиваемой листовой заготовке от относительного удлинения  $\varepsilon_{-p}$  (в исследованном диапазоне удлинений). Это дает

возможность осуществлять оценку деформаций в листе на любой стадии растяжения пропорциональным пересчетом картины деформаций, полученной на одной из ранних стадий деформирования.

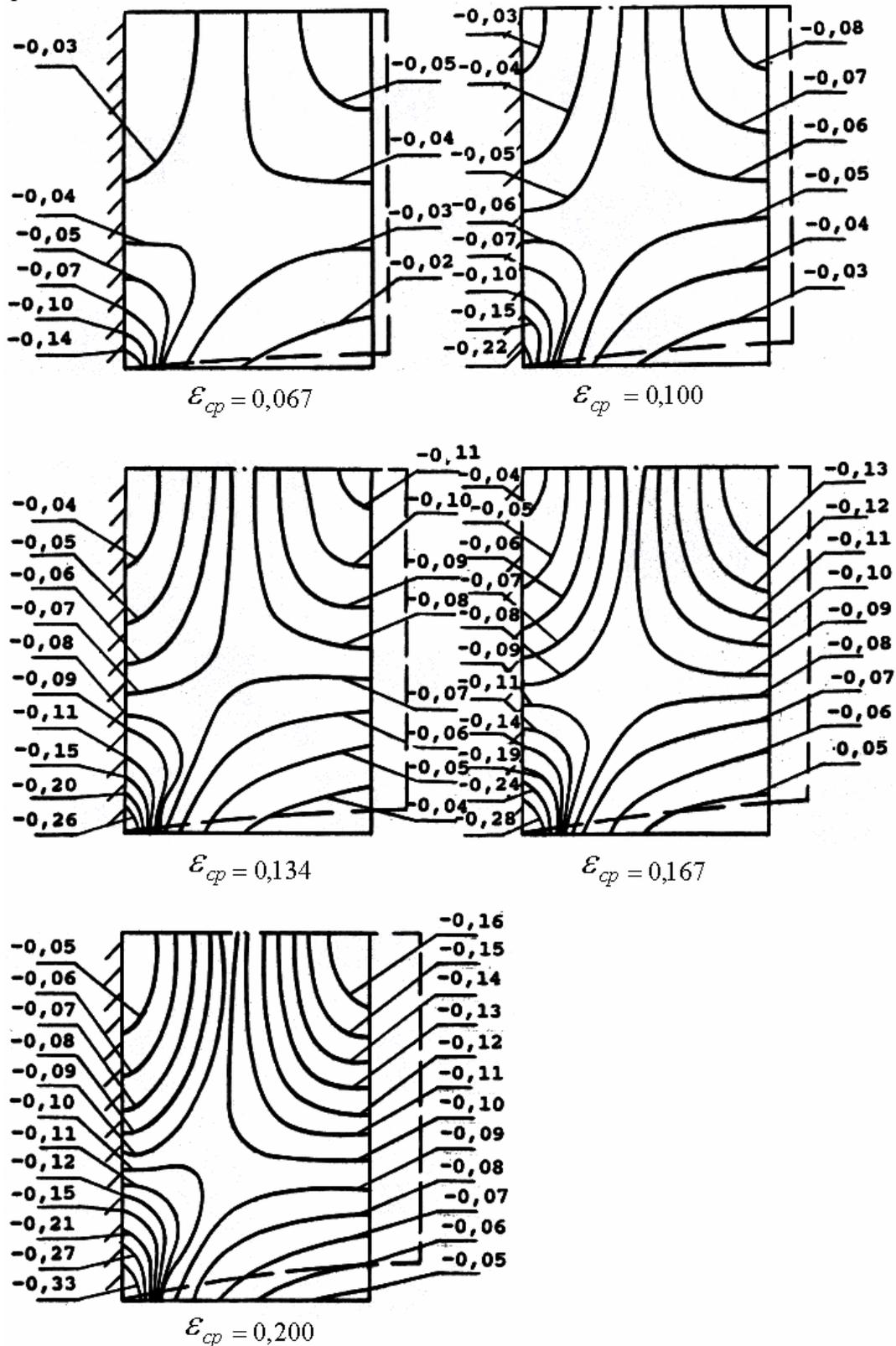
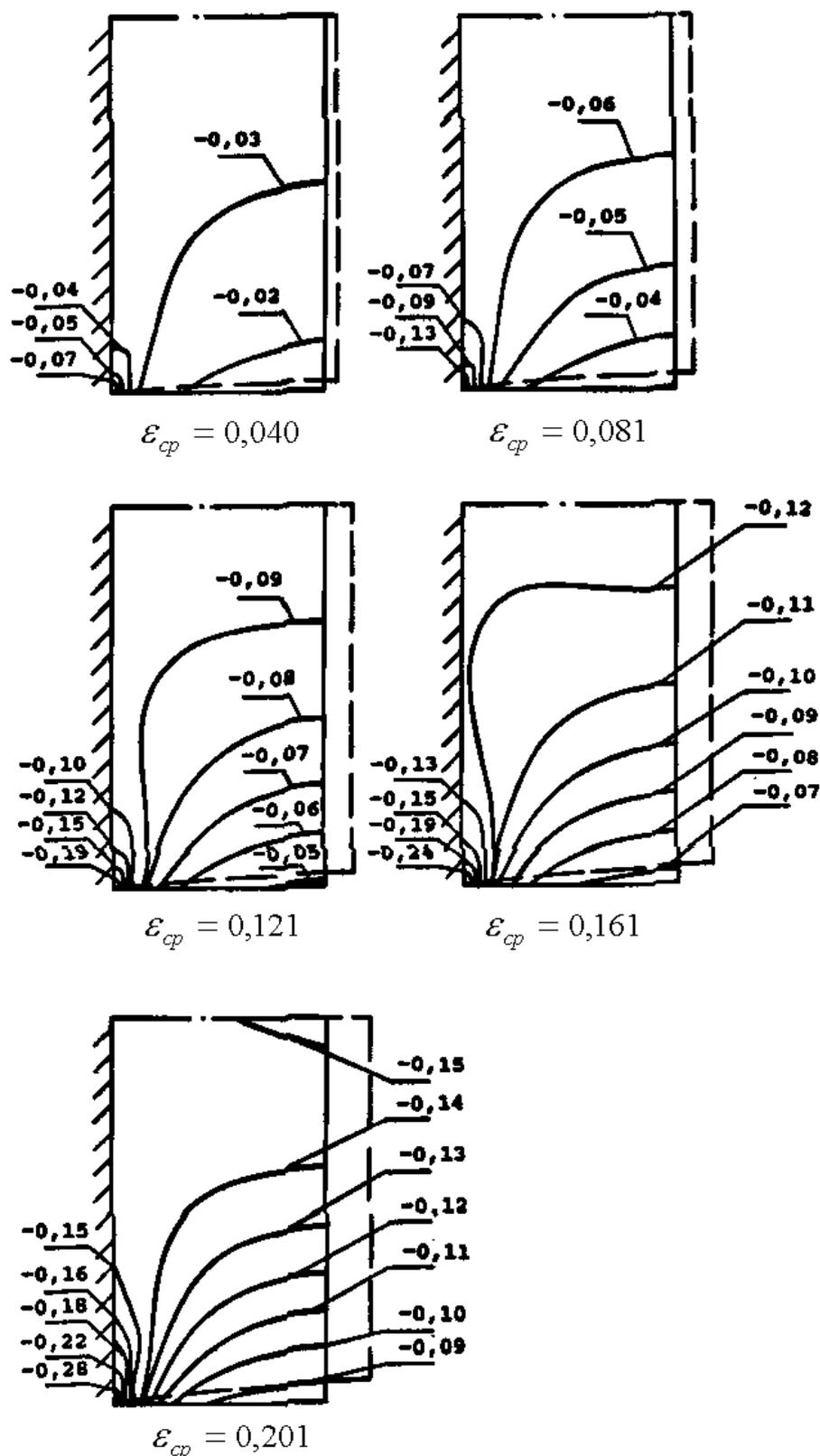


Рис. 2. Изолинии распределения толщинных деформаций по стальному образцу при различных значениях относительного удлинения  $\epsilon_{cp}$ .

Аналогичные исследования, выполненные для стальных образцов размера  $50 \times 90$  мм и  $70 \times 90$  мм, показали, что такое изменение относительных размеров стального листа не

приводит к установлению более однородной картины распределения деформаций. Имеет место тот же эффект существенного утонения в центральной зоне.



**Рис. 3. Изолинии распределения толщинных деформаций по латунному образцу при различных значениях относительного удлинения  $\epsilon_{ср}$ .**

Исследования, выполненные с латунными образцами тех же размеров, имели цель выяснить влияние показателя упрочнения  $n$  материала на картину распределения деформаций. Приведенные на рис. 3 картины изолиний толщинных деформаций для латунных образцов

размера  $50 \times 90$  мм показывают, что для существенно более упрочняющегося материала (каким является латунь) картина распределения деформаций становится более однородной в рамках того же диапазона удлинений, что и в случае стальных образцов. Только при  $\varepsilon_{-p} = 0,2$  картина распределения деформаций в латунном образце начинает приобретать черты, типичные для существенно неоднородной картины деформаций в стальных образцах.

О степени согласования с экспериментом в случае стального и латунного образца дают представление графики распределения деформаций по сечениям А-А и Б-Б (рис. 1) при  $\varepsilon_{-p} = 0,2$ , приведенные на рис. 4.

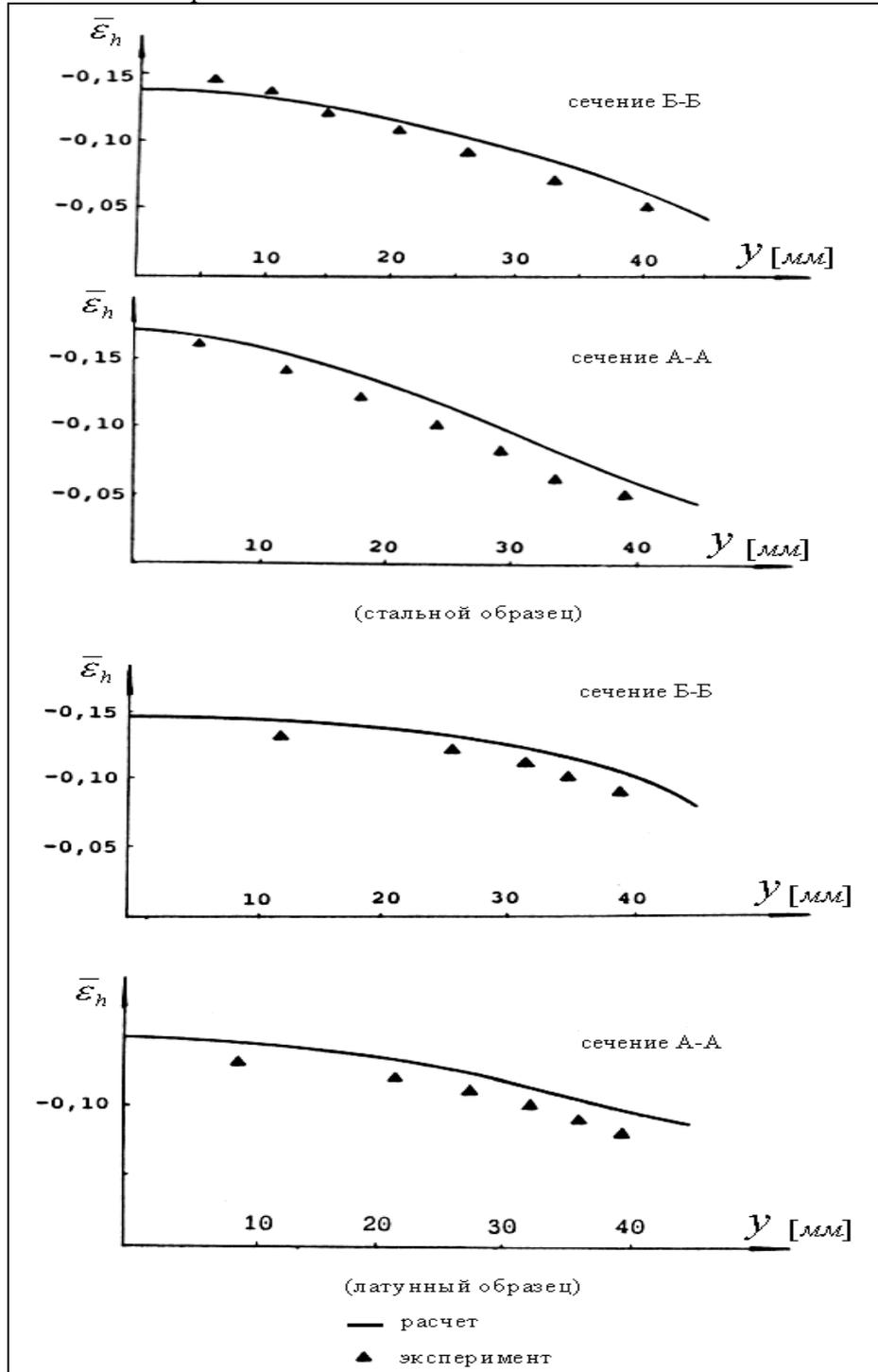


Рис. 4. Сопоставление расчетных и экспериментальных результатов по толщинным деформациям в двух сечениях стального и латунного образца при  $\varepsilon_{cp} = 0,2$ .

### Выводы

1. Представлена конечноэлементная модель растяжения металлических листов с учетом анизотропных свойств материала при больших пластических деформациях.
2. В результате экспериментально-расчетных исследований по растяжению листов из стали 08ю в диапазоне отношений длины к ширине образца от 0,5 до 0,8 установлено, что качественная картина деформации металла остается неизменной в течение всего процесса растяжения листа, при этом числовые значения деформационных параметров изменяются пропорционально величине продольного удлинения.
3. В указанном диапазоне установлено влияние показателя упрочнения  $n$  на характер распределения деформаций по листу, а именно: в случае менее упрочняющихся материалов (типа стали) в центральной части листа образуется область с заметным утонением; в случае более упрочняющихся металлов (типа латуни) распределение деформаций по листу более однородное.

### Литература

1. Овчинников А.Г., Жарков В.А. Исследование методом конечных элементов процесса вытяжки кузовных деталей // Известия вузов. Машиностроение, 1984, № 10, с.109-115.
2. Одинг С.С. Напряженное состояние неравномерно растянутой полосы из жесткопластического материала // Прикладная механика, 1985, № 6, с.121-124.
3. Сухомлинов Л.Г., Генин Е.В. Численное решение задач о больших пластических деформациях тонких неосесимметричных оболочек под действием заданных нагрузок // Известия вузов. Машиностроение, 1990, № 1, с.16-21.
4. Шевелев В.В., Яковлев С.П. Анизотропия листовых материалов и ее влияние на вытяжку. – М.: Машиностроение, 1972. 136 с.