

## РАЗДЕЛ 1. НАЗЕМНЫЕ ТРАНСПОРТНЫЕ СРЕДСТВА, ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ УСТАНОВКИ И ДВИГАТЕЛИ

### **Расчёт резьбовых соединений при действии циклической и ударной сдвигающей нагрузке**

д.т.н. проф. Антонов И.С.  
УлГУ

8(8422) 97-32-49, [avtomobil@mail.ru](mailto:avtomobil@mail.ru)

**Аннотация.** Разработаны и представлены методы расчета резьбовых соединений при действии динамической (циклической и ударной) нагрузки, приложенной в плоскостях, параллельных плоскости стыка, с учетом рассеяния энергии на конструкционное демпфирование при установке болтов с зазором и без зазора.

**Ключевые слова:** резьбовое соединение, ударная нагрузка, циклическая нагрузка, болт, деталь, диссипация энергии, колебания, податливость

Рассматриваются соединения, работающие при ударной и циклической сдвигающей нагрузке (расчёт соединений при динамической отрывающей нагрузке изложен в работах [1, 7]), некоторые схемы которых представлены на рисунке 1. Традиционно соединения разделены на две группы: болты поставлены в отверстия с зазором; болты – без зазора.

#### **Диссипация энергии**

Одним из основных вопросов расчета является определение диссипации энергии в стыке соединения (рассеянием энергии по виткам резьбы и на стыках «головка (гайка) болта-деталь» в данном случае допустимо пренебречь [2]).

При сдвиговых колебаниях (болты – с зазором) диссипация энергии на единице площади стыка стягиваемых деталей, если принять равномерным закон распределения контактных напряжений и отсутствие взаимного проскальзывания скрепляемых деталей, за цикл колебаний составит [2].

$$\Psi = \frac{\Psi_{\tau}}{2\kappa_{\tau}} a_k^2,$$

где:  $\Psi_{\tau}$  – относительный коэффициент рассеяния энергии (в стыках без смазки  $\Psi_{\tau} = 0,08...0,10$ , а со смазкой -  $0,60...0,75$ );

$\kappa_{\tau}$  – коэффициент касательной контактной податливости;  $a_k$  – амплитуда колебаний.

Определив интегрированием рассеяние энергии за цикл колебаний на площади контакта (стык предполагается замкнутым), найдем коэффициенты вязкого трения при сдвиговых колебаниях [3]:

$$\beta_x = \frac{\Psi_{\tau}}{2\pi\lambda_{\partial x}\omega_{\text{лх}}} \quad (1)$$

$$\beta_y = \frac{\Psi_{\tau}}{2\pi\lambda_{\partial y}\omega_{\text{лы}}} \quad (2)$$

$$\beta_z = \frac{\Psi_{\tau}}{2\pi\lambda_{\partial z}\omega_{\text{yz}}} \quad (3)$$

где:  $\lambda_{\partial x}$ ,  $\lambda_{\partial y}$ ,  $\lambda_{\partial z}$  – осевые и крутильная податливости;

$\omega_{\text{лх}}$ ,  $\omega_{\text{лы}}$ ,  $\omega_{\text{yz}}$  – собственные частоты затухающих колебаний:

$$\lambda_{\partial x} = k_x a / (EA_x);$$

$$\lambda_{\partial y} = k_y b / (EA_y);$$

$$\lambda_{\partial z} = k_z h / (GJ_p);$$

$$\omega_{\text{лх}} = \sqrt{\frac{1}{m\lambda_{\partial\text{х}}}};$$

$$\omega_{\text{лы}} = \sqrt{\frac{1}{m\lambda_{\partial\text{у}}}};$$

$$\omega_{\text{yz}} = \sqrt{\frac{1}{I_z\lambda_{\partial\text{z}}}},$$

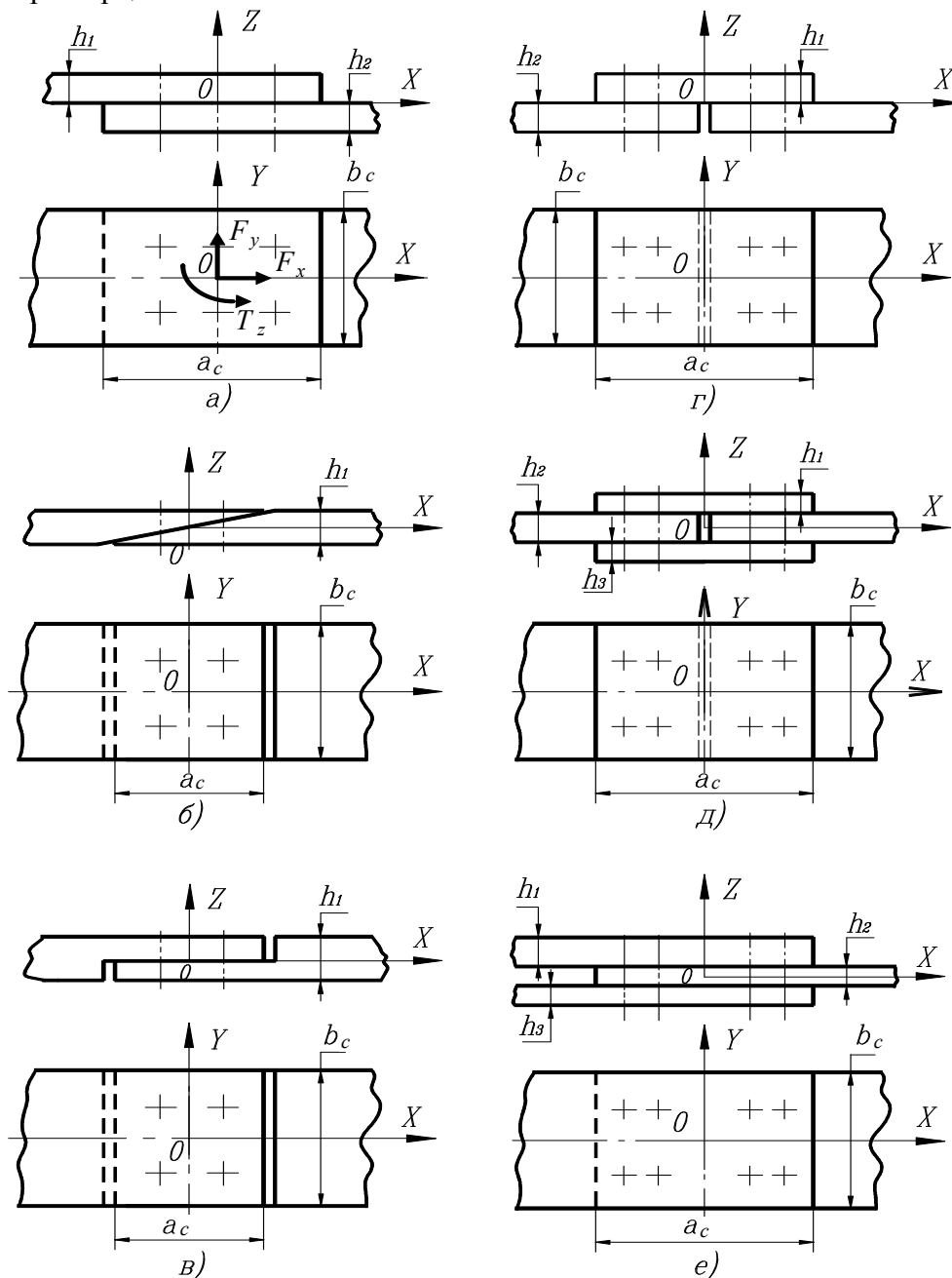
где:  $k_x, k_y, k_z$  – коэффициенты, учитывающие влияние отверстий на податливости [1];

$E, G$  – модули упругости первого и второго рода;

$A_x, A_y$  – площади поперечных сечений указанных участков;

$J_p$  – полярный момент инерции площади размером  $a \times b$ ;

$m, I_z$  – масса и момент инерции участков относительно оси поворота, проходящей через центр инерции стыка.



**Рисунок 1 – Примеры конструктивных схем резьбовых соединений, работающих при сдвигающей нагрузке**

При установке болтов без зазора большое влияние на работу многорядных соединений оказывает неравномерность распределения нагрузки между крепежными элементами. Отметим, что это условие не распространяется на усилия от крутящего момента (здесь, как и при статическом нагружении, предполагается, что силы, действующие на болты от крутящего момента, пропорциональны их расстоянию от центра поворота). Корректирующие коэффициенты при действии осевых сил ( $\theta_{ix}$ ,  $\theta_{iy}$ ) в первом приближении можно взять из соответствующего решения статической задачи [1], [4], [7]. Эквивалентные коэффициенты вязкого трения в этом случае составят [3]:

$$\gamma_x = \frac{\psi_\tau}{2\pi\omega_x} \sum_{i_x=1}^{n_{\bar{b}x}} \theta_{ix} \frac{n_{ix}}{\sum_{i=1}^{n_{ix}} \lambda_i} \quad (4)$$

$$\gamma_y = \frac{\psi_\tau}{2\pi\omega_y} \sum_{i_y=1}^{n_{\bar{b}y}} \theta_{iy} \frac{n_{iy}}{\sum_{i=1}^{n_{iy}} \lambda_i} \quad (5)$$

$$\gamma_z = \frac{\psi_\tau}{2\pi\omega_z} \sum_{i=1}^{n_{\bar{b}}} \frac{r_i^2}{\lambda_i} \quad (6)$$

где:  $n_{\bar{b}x}$ ,  $n_{\bar{b}y}$  – число рядов болтов, перпендикулярных соответственно осям X, Y;

$n_{\bar{b}}$  – общее число болтов;

$n_{ix}$ ,  $n_{iy}$  – число болтов в i-ом ряду, перпендикулярном соответственно осям X, Y;

$r_i$  – расстояние от центра поворота до i-го болта;

$\lambda_i$  – поперечная податливость i-го болта, обусловленная сдвигом и контактными перемещениями [1], [7];

$\omega_x$ ,  $\omega_y$ ,  $\omega_z$  – собственные частоты колебаний одного из стягиваемых участков (с большей массой), определяемые из следующих зависимостей:

$$\omega_x = \sqrt{\frac{1}{m_{\bar{b}}} \sum_{i_x=1}^{n_{\bar{b}x}} \theta_{ix} \frac{n_{ix}}{\sum_{i=1}^{n_{ix}} \lambda_i}};$$

$$\omega_y = \sqrt{\frac{1}{m_{\bar{b}}} \sum_{i_y=1}^{n_{\bar{b}y}} \theta_{iy} \frac{n_{iy}}{\sum_{i=1}^{n_{iy}} \lambda_i}};$$

$$\omega_z = \sqrt{\frac{1}{I_{z\bar{b}}} \sum_{i=1}^{n_{\bar{b}}} \frac{r_i^2}{\lambda_i}},$$

где:  $m_{\bar{b}}$ ,  $I_{z\bar{b}}$  – соответственно масса и момент инерции соединения, в котором болты установлены без зазора.

На рисунке 1 условно рассматриваются только зоны непосредственного контакта деталей для установления принципиальных основ решения задачи (см. ниже). В качестве параметров уравнений (7-9, 11) (масса, момент инерции, податливости скрепляемых деталей и т.п.) принимаются характеристики только одной из скрепляемых деталей (с большими инерционными показателями). Условно, чтобы довести решение до конца (определить размеры крепежа), внешние воздействия (удар, циклическая нагрузка) также принимаются заданными.

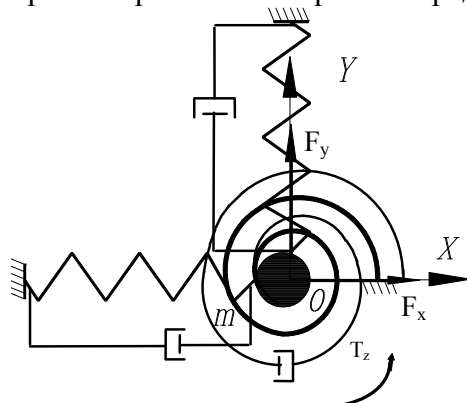
Для расчета реальной динамически нагруженной конструкции, собранной с помощью болтов (винтов, шпилек), разрабатывается общая расчетная схема (многомассовый колебательный контур), в состав которой войдут и крепежные зоны, согласно предлагаемым ниже рекомендациям, что, в конечном счете, позволит анализировать работу всего объекта значи-

тельно корректнее.

### Расчет соединений при установке болтов с зазором

Основным требованием, обеспечивающим работоспособность соединения в этом случае, является отсутствие сдвига по стыку (стыкам) стягиваемых деталей.

Расчетная модель для рассматриваемого варианта представлена на рисунке 2.



**Рисунок 2 – Расчетная схема соединения, работающего при сдвигающей нагрузке: болты поставлены с зазором**

При одиночном или повторном ударе (с интервалом, достаточным для затухания собственных колебаний) перемещения, описываемые с использованием стереомеханической теории удара [5], подчиняются следующей системе уравнений [6]:

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} + \beta_x \dot{x} + \frac{1}{\lambda_{\partial x}} x &= 0; \\ m\ddot{y} + \beta_y \dot{y} + \frac{1}{\lambda_y} y &= 0; \\ I_z \ddot{\phi}_z + \beta_z \dot{\phi}_z + \frac{1}{\lambda_{\partial z}} \phi_z &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Начальные условия: при  $t=0$ ,  $x = y = \phi_z = 0$ ;

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v_x \frac{(1 + \kappa_{\text{лх}}) m_y}{m_y + m}; \\ \dot{y} &= v_y \frac{(1 + \kappa_{\text{лы}}) m_y}{m_y + m}; \\ \dot{\phi}_z &= \omega_z \frac{(1 + \kappa_z) I_{yz}}{I_{yz} + I_z}, \end{aligned}$$

где:  $m_y$  – масса ударника,

$I_{yz}$  – момент инерции ударника относительно оси Z, если траектория ударного воздействия не проходит через начало координат;

$v_x, v_y, \omega_z$  – соответственно суммарные линейные (по осям X, Y) и угловая (относительно оси Z) скорости ударника и рассматриваемого объекта;

$\kappa_{\text{лх}}, \kappa_{\text{лы}}, \kappa_z$  – коэффициенты восстановления линейных (по осям X, Y) и угловой (относительно оси Z) скоростей [5]

Максимальные усилия, действующие на соединение:

$$\begin{aligned} F_{x \max} &= \frac{X_{\max}}{\lambda_{\partial x}}; \\ F_{y \max} &= \frac{Y_{\max}}{\lambda_{\partial y}}; \end{aligned}$$

$$T_{z \max} = \frac{\varphi_{z \max}}{\lambda_{\partial z}},$$

где:  $X_{\max}$ ,  $Y_{\max}$ ,  $\varphi_{z \max}$  – максимальные отклонения системы от положения равновесия в первом цикле свободных затухающих колебаний, определяемые после решения системы уравнений (7).

Касательные напряжения в неподвижном стыке соединения:

$$\tau_{x \max} = \frac{F_{x \max}}{a_c b_c};$$

$$\tau_{y \max} = \frac{F_{y \max}}{a_c b_c};$$

$$\tau_{z \max} = \frac{T_{z \max}}{\alpha_t a_c b_c^2},$$

где:  $\alpha_t$  – коэффициент, зависящий от величины отношения  $a_c / b_c$  (при условии  $a_c > b_c$ ).

Максимальное суммарное напряжение в стыке

$$\bar{\tau}_{F \max} = \sqrt{\tau_{F \max}^2 + \tau_{z \max}^2 + 2\tau_{F \max} \tau_{z \max} \cos \beta},$$

где:  $\tau_{F \max} = \sqrt{\tau_{x \max}^2 + \tau_{y \max}^2}$ ;

$\beta$  – угол между векторами  $\bar{\tau}_{F \max}$  и  $\bar{\tau}_{z \max}$ .

Усилие предварительной затяжки найдем из условия отсутствия сдвига скрепляемых деталей

$$F_{oc} = \frac{k \tau_{\max} a_c b_c}{n_o f_c n_c},$$

где:  $k$  – коэффициент запаса по отсутствию перемещений в стыке;

$f_c$  – коэффициент трения в стыке соединения;  $n_c$  – число стыков.

Внутренний диаметр резьбы болта определится как

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{1,3 \cdot 4 \cdot F_{oc}}{\pi [\sigma_p]}},$$

где:  $[\sigma_p]$  – допускаемое напряжение на растяжение для материала болта.

При циклическом нагружении предполагается, что внешняя нагрузка подчиняется гармоническому закону, т.е. после её приведения к началу координат в общем случае будем иметь следующий эквивалент: две силы –  $F_{ax} \sin \omega t$ ,  $F_{ay} \sin \omega t$  и момент  $T_{az} \sin \omega t$ .

Расчетная модель остается прежней (рисунок 2).

Колебания системы в этом случае характеризуется следующей системой уравнений:

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x}_c + \beta'_x \dot{x}_c + \frac{1}{\lambda_{\partial x}} x_c &= F_{ax} \sin \omega t; \\ m\ddot{y}_c + \beta'_y \dot{y}_c + \frac{1}{\lambda_{\partial y}} y_c &= F_{ay} \sin \omega t; \\ I_z \ddot{\phi}_{zc} + \beta'_z \dot{\phi}_{zc} + \frac{1}{\lambda_{\partial z}} \phi_{zc} &= T_{az} \sin \omega t, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

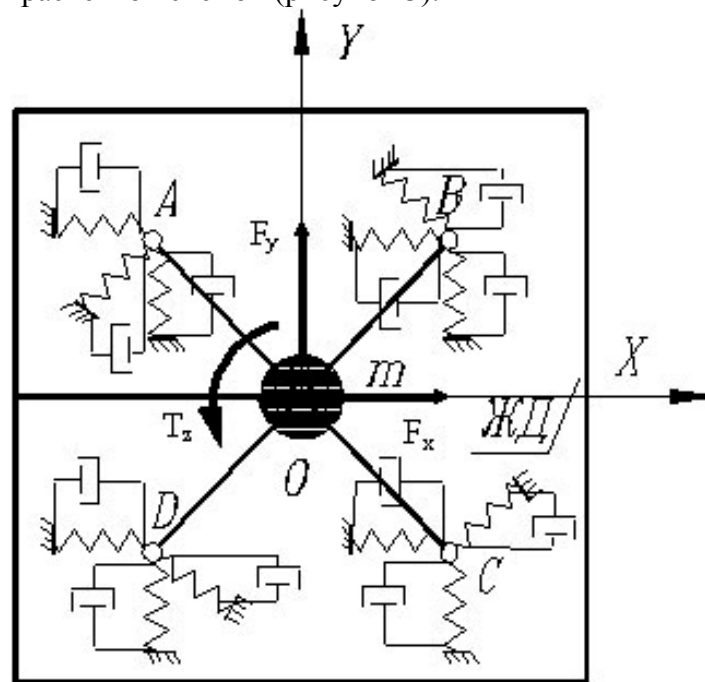
где:  $\beta'_x$ ,  $\beta'_y$ ,  $\beta'_z$  – эквивалентные коэффициенты вязкого трения, определяемые по формулам (1) – (3) с заменой в них собственных частот колебаний ( $\omega_{lx}$ ,  $\omega_{ly}$ ,  $\omega_{yz}$ ) частотой возмущения  $\omega$ .

Начальные условия: при  $t = 0$   $x_c = \dot{x}_c = y_c = \dot{y}_c = \phi_{zc} = \dot{\phi}_{zc} = 0$ .

На завершающей стадии расчет производится в той же последовательности, как и при ударном нагружении, с соответствующей заменой максимальных отклонений  $X_{\max}$ ,  $Y_{\max}$ ,  $\varphi_z$

$m_{\max}$  на амплитудные значения  $X_{ц}$ ,  $Y_{ц}$ ,  $\varphi_{ц}$ , определенные после решения уравнений (8).

При установке болтов без зазора колебания конструкций (рисунок 1) могут быть представлены следующей расчетной схемой (рисунок 3).



**Рисунок 3 – Расчетная схема соединения, работающего при сдвигающей нагрузке: болты поставлены без зазора**

При ударе перемещения системы подчиняются следующим зависимостям:

$$\left. \begin{aligned} m_6 \ddot{x}_6 + \gamma_x \dot{x}_6 + \sum_{i_x=1}^{n_{6x}} \theta_{ix} \frac{n_{ix}}{\sum_{i=1}^{n_{ix}} \lambda_i} x_6 &= 0; \\ m_6 \ddot{y}_6 + \gamma_y \dot{y}_6 + \sum_{i_y=1}^{n_{6y}} \theta_{iy} \frac{n_{iy}}{\sum_{i=1}^{n_{iy}} \lambda_i} y_6 &= 0; \\ I_{z6} \ddot{\varphi}_{z6} + \gamma_z \dot{\varphi}_{z6} + \sum_{i=1}^{n_6} \frac{r_i^2}{\lambda_i} \varphi_{z6} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Начальные условия: при  $t = 0$ ,  $x_6 = y_6 = \varphi_{z6} = 0$ .

$$\dot{x}_6 = v_x \frac{(1 + \kappa'_{лх}) m_y}{m_y + m_6};$$

$$\dot{y}_6 = v_y \frac{(1 + \kappa'_{лу}) m_y}{m_y + m_6};$$

$$\varphi_{z6} = \omega_z \frac{(1 + \kappa'_z) I_{yz}}{I_{yz} + I_{z6}},$$

где:  $\kappa'_{лх}$ ,  $\kappa'_{лу}$ ,  $\kappa'_z$  - коэффициенты восстановления линейных (по осям X, Y) и угловой (относительно оси Z) скорости при установке болтов без зазора [5].

Усилие на наиболее нагруженный болт составит:

$$F_{\max} = \frac{\sqrt{a_F^2 + a_T^2 + 2a_F a_T \cos \beta_6}}{\lambda_i},$$

где:  $a_F = \sqrt{x_{\delta \max}^2 + y_{\delta \max}^2}$ ;  $a_T = \varphi_{z\delta \max} r_{\max}$ ;  $\beta_\delta$  - угол между суммарным вектором перемещения от сдвигаемых сил и вектором перемещения от крутящего момента.

В свою очередь  $X_{\delta \max}$ ,  $Y_{\delta \max}$ ,  $\varphi_{z\delta \max}$  – расстояния (по осям X, Y) и угол поворота для максимально удаленного болта.

Наружный диаметр болта

$$d \geq \sqrt{\frac{4F_{\max}}{n_c \pi [\tau]}}, \quad (10)$$

где:  $[\tau]$  - допускаемое напряжение среза.

При циклическом нагружении колебательный процесс системы (см. рис.3) описывается следующими уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} m_\delta \ddot{x}_{\delta \text{ц}} + \gamma'_x \dot{x}_{\delta \text{ц}} + \sum_{i_x=1}^{n_{\delta x}} \theta_{ix} \frac{n_{ix}}{\sum_{i=1}^{n_{ix}} \lambda_i} x_{\delta \text{ц}} &= F_{ax} \sin \omega t; \\ m_\delta \ddot{y}_{\delta \text{ц}} + \gamma'_y \dot{y}_{\delta \text{ц}} + \sum_{i_y=1}^{n_{\delta y}} \theta_{iy} \frac{n_{iy}}{\sum_{i=1}^{n_{iy}} \lambda_i} y_{\delta \text{ц}} &= F_{ay} \sin \omega t; \\ I_{z\delta} \ddot{\varphi}_{z\delta \text{ц}} + \gamma'_z \dot{\varphi}_{z\delta \text{ц}} + \sum_{i=1}^{n_\delta} \frac{r_i^2}{\lambda_i} \varphi_{z\delta \text{ц}} &= T_{az} \sin \omega t, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

где:  $\gamma'_x, \gamma'_y, \gamma'_z$  - эквивалентные коэффициенты вязкого трения, определяемые по формулам (4) - (6) с заменой собственных частот колебаний частотой возмущения.

Начальные условия: при  $t = 0$   $x_{\delta \text{ц}} = \dot{x}_{\delta \text{ц}} = y_{\delta \text{ц}} = \dot{y}_{\delta \text{ц}} = \varphi_{z\delta \text{ц}} = \dot{\varphi}_{z\delta \text{ц}} = 0$ .

Усилие в наиболее нагруженном болте составит

$$F_{\text{ц max}} = \sqrt{F_F^2 + F_T^2 + 2F_F F_T \cos \beta'_\delta},$$

где:  $F_F = \frac{1}{\lambda_i} \sqrt{X_{\delta \text{ца}}^2 \theta_{ix(nx)}^2 + Y_{\delta \text{ца}}^2 \theta_{iy(ny)}^2}$ ,  $F_T = \frac{\varphi_{z\delta \text{ца}} r_{\max}}{\lambda_i}$ ,

где:  $X_{\delta \text{ца}}, Y_{\delta \text{ца}}, \varphi_{z\delta \text{ца}}$  - амплитудные значения перемещений соответственно по осям X, Y и относительно оси Z;

$\theta_{ix(nx)}, \theta_{iy(ny)}$  - корректирующие коэффициенты от сил  $F_x$  и  $F_y$  в первом (последнем) ряду;

$\beta'_\delta$  - угол между векторами  $F_F$  и  $F_T$ .

При различном числе крепежных элементов в рядах наиболее нагруженный болт можно найти методом последовательной проверки.

Расчет максимально нагруженного болта на прочность производится по формуле (10).

При комбинированном варианте нагружения, когда приложены одновременно отрывающая и сдвигающая (болты- с зазором) нагрузки, на первом этапе определяют силу, действующую на наиболее нагруженный болт от отрывающей нагрузки [1], [7], производят его расчет и проверку плотности стыка. Затем находят усилие предварительной затяжки, необходимое для обеспечения нормальной работы соединения при действии только сдвигающей нагрузки. Если усилие затяжки, определенное на первом этапе, оказывается недостаточным, его увеличивают до необходимого значения с последующей корректировкой расчета усилия от действия отрывающей нагрузки, т.е. задачу решают с использованием метода итераций.

### Выводы

Представленные методы расчета резьбовых соединений при действии сдвигающей нагрузки могут использоваться в различных отраслях промышленности (автомобилестроение, авиастроение, станкостроение и т.п.).

### Литература

- Биргер И.А. Определение усилий в резьбовых соединениях: методические рекомендации МР 207-86/ И.А. Биргер, Н.Л. Клячкин, И.С. Антонов и др. – М.: Госстандарт, 1986.-57 с.
- Левина З.М., Решетов Д.Н. Контактная жесткость машин. – М.: Машиностроение, 1971. – 264 с.
- Антонов И.С. Диссипация энергии в резьбовых соединениях // Известия ВУЗов. Машиностроение, 1996. № 1-3. С. 18-22.
- Панков А.В. Исследование влияния нелинейности характеристик податливости односрезных болтовых соединений на распределение усилий по болтам. Тр. ЦАГИ, 1989. Вып. 2428. С.21-25.
- Гольдсмит В. Удар. Теория и физические свойства соударяемых тел. М.: Стройиздат, 1965. 448 с.
- Антонов И.С. Расчет резьбовых соединений при динамическом нагружении в плоскости стыка // Исследование, конструирование и расчет резьбовых соединений.- Саратов: Изд. Саратовского университета, 1988. Вып. VIII. С. 45-53.
- Антонов И.С. О рациональном проектировании резьбовых соединений транспортных средств. // Проектирование колесных машин.- М.: Изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. С. 160-170.

### **Методика оптимизации законов регулирования подвески автомобиля с учетом условий эксплуатации**

д.т.н. проф. Бахмутов С.В., к.т.н. доц. Ахмедов А.А., Орлов А.Б.  
МГТУ «МАМИ»

*akhm@mami.ru, 8 (495) 223-05-23, доб. 1508*

*Аннотация.* Представлена методика постановки и решения многокритериальных параметрических задач с регулируемыми параметрами. Предложены три варианта решения задачи. Получены характеристики регулирования конструктивных параметров подвески легкового автомобиля класса В с учетом микропрофиля дороги.

*Ключевые слова:* многокритериальная параметрическая оптимизация, автомобильная техника, управляемость и устойчивость, подвеска автомобиля, микропрофиль дороги.

В процессе создания новой автомобильной техники в обязательном порядке необходимо учитывать условия эксплуатации. Известна методика оптимального проектирования, созданная с целью разработки и доводки автомобилей с учетом постоянных условий эксплуатации и реализованная в виде прикладного программного комплекса Stabcon 1.0 [1]. В дальнейшем методика была усовершенствована с учетом микропрофиля дороги [2]. Стало возможным осуществлять поиск оптимальных законов регулирования конструктивных параметров в зависимости от дорожных условий. Реализация методики возможна на автомобилях с адаптивными системами регулирования узлов и агрегатов. Усовершенствованная методика легла в основу новой версии программного комплекса Stabcon 2.0 [3]. В основе реализации оптимизационных процедур заложена известная методика исследования пространства параметров пробными точками Lpt последовательности [4, 5].

Первый вариант методики [2] реализован в виде пошаговой процедуры, на первом шаге которой выполняется оптимизация без учета дорожных возмущений, то есть в условиях идеально ровной дорожной поверхности. В результате, находим конструктивные параметры, не подлежащие регулированию (фиксированные), а также значения регулируемых параметров, которые в дальнейшем используем как исходные. На втором шаге оптимизации находим значения конструктивных параметров в различных дорожных условиях, а на третьем шаге - аппроксимируем результаты в виде полиномов, которые в дальнейшем считаем оптимальными законами регулирования.